S. 1142. A.

MEMORIE
DI
MATEMATICA E FISICA
DELLA
SOCIETÀ ITALIANA
TOMO VII.

VERONA
PER DIONIGI RAMANZINI
M. DCC. XCIV.

BRITISH
NATURAL HISTORY

CATALOGO
DE' MEMBRI
DELLA
SOCIETA' ITALIANA.

PRESIDENTE

Antonmario Lorgna Cavaliere della ſacra Religione de' Santi Maurizio e Lazaro, Brigadiere, e Governatore delle Scuole Militari. *Verona*.

SOCJ ATTUALI

Carlo Abate Amoretti Segretario perpetuo della Società Patriottica di Milano. *Milano*.

Giovanni Arduino Profeſſore di Mineralogia, e di Chimica Metallurgica, e Pubblico Sopraintendente alle coſe agrarie dello Stato Veneto. *Venezia*.

Carlo Barletti delle Scuole Pie, Profeſſore di Fiſica generale nell' Univerſità di Pavia. *Pavia*.

Teodoro Bonati Profeſſore d'Idroſtatica nell' Univerſità di Ferrara, ed Inſpettore dei fiumi del Ferrareſe. *Ferrara*.

ANTONIO CAGNOLI Astronomo, e Segretario perpetuo dell' Accademia di Agricoltura, Commercio ed Arti. *VERONA*.

LEOPOLDO MARCANTONIO CALDANI Primario Professore ordinario di Medicina storica, e di Anatomia nell' Università di Padova. *PADOVA*.

TOMMASO ABATE VALPERGA DI CALUSO Segretario perpetuo dell' Accademia delle Scienze di Torino. *TORINO*.

SEBASTIANO CANTERZANI Professore di Matematica nell' Università di Bologna, e Secretario perpetuo dell' Istituto delle Scienze. *BOLOGNA*.

ANGELO ABATE DE CESARIS Astronomo nel Osservatorio di Milano. *MILANO*.

PIETRO COSSALI C. R. T. Professore di Astronomia nell' Università di Parma. *PARMA*.

PAOLO DELANGES Capitano degl' Ingegneri Veneti. *BRESCIA*.

PIETRO FERRONI Matematico di S. A. R. il Gran Duca di Toscana, e Professore nell' Università di Pisa. *PISA*.

FELICE FONTANA Cavaliere del Sacro Romano Impero, Direttore del Gabinetto Fisico di S. A. R. il G. Duca di Toscana. *FIRENZE*.

MARIANO FONTANA Ch. Reg. B. Professore di Matematica nell' Università di Pavia. *PAVIA*.

ALBERTO ABATE FORTIS Naturalista. *PADOVA*.

VITTORIO FOSSOMBRONI Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toscana. *AREZZO*.

(*) Michele Girardi Medico di Camera di S. A. R. di Parma, Presidente al Gabinetto di Storia naturale, e Professore della medesima, e di Anatomia. *Parma*.

Vincenzo Malacarne Professore di Chirurgia nell' Università di Padova, e Pensionario di S. M. Sarda. *Padova*.

Giovanni Francesco Malfatti Professore di Matematica nell' Università di Ferrara. *Ferrara*.

Giovanni Antonio Marino Protomedico di Savigliano. *Savigliano*.

Giovambatista da S. Martino Lettore Cappuccino. *Spalatro*.

Paolo Mascagni Professore di Anatomia nell' Università di Siena. *Siena*

Lorenzo Abate Mascheroni Professore di Matematica nell' Università di Pavia. *Pavia*.

Carlo Lodovico Conte Morozzo Colonnello del Reggimento di Torino, e Presidente dell' Accademia delle Scienze di Torino. *Torino*.

Pietro Moscati Regio Direttore Generale degli Spedali di Milano. *Milano*.

Giuseppe Abate Olivi Naturalista. *Chioggia*.

Pietro Paoli Professore di Matematica nell' Università di Pisa. *Pisa*.

Francesco Pezzi Capitano nel Corpo degl' Ingegneri, e Professore di Matemat. nell' Univers. di Genova. *Genova*.

(*) La Memoria spedita da questo Quaranta non arrivò a tempo d'essere inserita nel presente Volume.

Ermenegildo Pini Ch. Reg. B. Profeſſore di Storia Naturale. *Milano*.

Michele Cavalier Rosa Profeſſore di Medicina nell' Univerſità di Modena. *Modena*.

Pietro Rossi Profeſſore di Logica nell' Univerſità di Piſa e Naturaliſta. *Pisa*.

Leonardo Salimbeni Capitano degl' Ingegneri Veneti, e Profeſſore di Matematica nelle Scuole Militari. *Verona*.

Giuseppe Slop de Cadenberg Profeſſore di Aſtronomia nell' Univerſità di Piſa. *Pisa*.

Francesco Soave C. R. S. Profeſſore di Logica e Metafiſica. *Milano*.

Lazaro Abate Spallanzani Profeſſore di Storia Naturale nell' Univerſità di Pavia, e Sopraintendente al Pubblico Muſeo della medeſima. *Pavia*.

Simone Conte Stratico Profeſſore di Matematica, e di Fiſica Sperimentale nell' Univerſità di Padova. *Padova*.

Giuseppe Abate Toaldo Profeſſore di Aſtronomia nell' Univerſità di Padova. *Padova*.

Alessandro Volta Profeſſore di Fiſica Sperimentale nell' Univerſità di Pavia. *Pavia*.

Verardo Zeviani Medico-Fiſico. *Verona*.

SOCJ EMERITI.

DOMENICO CIRILLI Profeſſore di Medicina Teorica nell' Univerſità di Napoli. *NAPOLI*.

DOMENICO COTUNIO Profeſſore di Anatomia nell' Univerſità di Napoli. *NAPOLI*.

GREGORIO FONTANA delle Scuole Pie, Profeſſore di Matematica Superiore nell' Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

LODOVICO DE LA GRANGE Preſidente Onorario dell' Accademia delle Scienze di Torino. *PARIGI*.

MARSILIO LANDRIANI Cavaliere dell' incl. Ordine Militare di Santo Stefano di Toſcana Fiſico. *MILANO*.

BARNABA ABATE ORIANI Aſtronomo nell' Oſſervatorio di Milano. *MILANO*.

GIUSEPPE ANGELO CONTE SALUZZO Gentiluomo di Camera di S. M. il Re di Sardegna. *TORINO*.

GIROLAMO ABATE SALADINI Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Bologna. *BOLOGNA*.

ANTONIO SCARPA Profeſſore di Anatomia, e di operazioni Chirurgiche nell' Univerſità di Pavia. *PAVIA*.

GIUSEPPE VAIRO Profeſſore di Chimica nell' Univerſità di Napoli. *NAPOLI*.

GIOVANNI BATTISTA ABATE VENTURI Profeſſore di Matematica nell' Univerſità di Modena. *MODENA*.

SOCJ ONORARJ

Luigi Caccianemici Palcani Professore Primario di Geografia, e di Nautica nell' Instituto, e di Fisica nell' Università di Bologna. *Bologna*.

Angelo Monsignore Fabroni Presidente dell' Università di Pisa, e Priore nell' incl. Ordine di Santo Stefano di Toscana. *Pisa*.

Ippolito Marchese Pindemonte Patrizio Veneto, e Cavaliere Gerosolimitano. *Venezia*.

SOCJ STRANIERI

Sig. Achard. *Berlino*.
Sig. Bancks. *Londra*.
Sig. Campomanes. *Madrid*.
Sig. Herschel. *Londra*.
Sig. La Lande. *Parigi*.
Sig. Narvoysz. *Wilna*.
Sig. Pallas. *Pietroburgo*.
Sig. Pryestley. *Londra*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

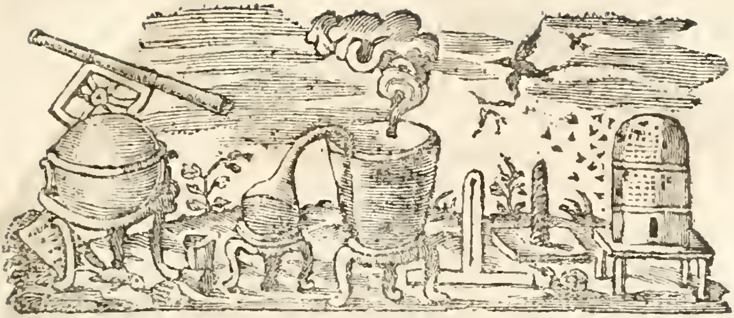
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

SEGRETARJ

Agostino Abate Vivorio, Professore di Geografia, e Storia nelle Scuole Militari di Verona, Secretario perpetuo, e Amministratore. *Verona*.

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -



MEMORIE
DI
MATEMATICA E FISICA

COSE TRIGONOMETRICHE

Del Sig. ANTONIO CAGNOLI.

AVviene naturalmente a chi ha trattato con qualche studio una scienza, che ogn'altra applicazione lo riconduce a quella di tanto in tanto, e gli dà occasion di trovar cose nuove, o di migliorare ed ampliare le già trovate. Ad eccitamento pertanto d'alcuni dotti amici, cui della mia Trigonometria, data in luce a Parigi nel 1786, piace far qualche conto, espongo diversi Teoremi, Problemi, e Formule, che sebbene non tutti nuovi, nè alcun forse di grande importanza, godono per altro, se non m'inganno, la non dispregevole proprietà di quel metodo facile, chiaro, e breve, che feci mio scopo primario nella mentovata Opera. M'avvalora altresì l'esempio del Sig. Cav. *Lorgna*, del P. *Fontana*, dell'Ab. *Gua*, e di *Lexell*, che di sì fatte cose ar-

ricchirono i Tomi di queſta Società, e delle Accademie di Parigi, e di Pietroburgo.

CAPITOLO PRIMO.

Formule trigonometriche.

§. I.

I ſeni dell'arco di 3 gradi, e de' ſuoi multiplici, poſſono eſprimerſi eſattamente per via di radici ſorde. *Lambert* (*Supplementa tabularum logarithmicarum & trigonometricarum*) ne ha dato una tavola, ma ſenza dimoſtrazione. Il perchè non ſia inutile eſporla qui per via affatto ſemplice.

Fatto ſen. $90° = 1$, ognun ſa che (*Trigonom.* 18, 43, 44)

ſen. $30° = \frac{1}{2}$
ſen. $45° = \sqrt{\frac{1}{2}}$
ſen. $60° = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

Se ne deduce ſen. $15°$ = ſen. $(45° - 30°)$ = ſen. $45°$ coſ. $30°$ — coſ. $45°$ ſen. $30° = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$. Onde

ſen. $15° = \sqrt{\frac{3}{8}} - \sqrt{\frac{1}{8}}$

Nel modo ſteſſo ſi trova ſen. $(45° + 30°)$, o vero

ſen. $75° = \sqrt{\frac{3}{8}} + \sqrt{\frac{1}{8}}$

Se ſi nomina x il lato del decagono inſcritto nel cerchio, il cui raggio $= 1$, è noto che $1 : x :: x : 1 - x$, donde $x^2 = 1 - x$, equazione da cui emerge $x = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}$. Ma ſen. $18° = \frac{1}{2}x$. Dunque

ſen. $18° = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{5}$.

Queſto ſeno è la chiave di tutti li rimanenti, poichè ſomminiſtra il fondamentale, cioè il ſen. $3°$ = ſen. $(18° - 15°)$. Giova per altro, a ſcanſo di fatica, metter in opera, quanto ſi può, i valori più ſemplici, che ſono li tre monomj recati in prima. Ecco la marcia, che al Sig. *Lambre*, ed a me par la più pronta.

ſen. $72° = \sqrt{(1 - \text{ſen.}^2\, 18°)} = \frac{1}{4}\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}$
ſen. $12°$ = ſen. $(30° - 18°) = \frac{1}{8}\left(\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})} - \sqrt{15} + \sqrt{3}\right)$
ſen. $48°$ = ſen. $(30° + 18°) = \frac{1}{8}\left(\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})} + \sqrt{15} - \sqrt{3}\right)$
ſen. $27°$ = ſen. $(45° - 18°) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{(5 + \sqrt{5})} - \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)$

$$\text{sen.}\,63^\circ = \text{sen.}\,(45^\circ + 18^\circ) = \tfrac{1}{4}\left(\sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,42^\circ = \text{sen.}\,(60^\circ - 18^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30+6\sqrt{5})} - \sqrt{5} + 1\right)$$

$$\text{sen.}\,78^\circ = \text{sen.}\,(60^\circ + 18^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30+6\sqrt{5})} + \sqrt{5} - 1\right)$$

$$\text{sen.}\,33^\circ = \text{sen.}(45^\circ - 12^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15+3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,57^\circ = \text{sen.}(45^\circ + 12^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15+3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}} + \sqrt{(5+\sqrt{5})} - \sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,3^\circ = \text{sen.}(45^\circ - 42^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}} - \sqrt{(15+3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,87^\circ = \text{sen.}(45^\circ + 42^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(5+\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(15+3\sqrt{5})} - \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,54^\circ = \text{sen.}\,(72^\circ - 18^\circ) = 1 - 2\,\text{sen}^2\,18^\circ = \tfrac{1}{4}(1+\sqrt{5})$$

$$\text{sen.}\,36^\circ = \sqrt{(1 - \text{sen}^2\,54^\circ)} = \tfrac{1}{4}\sqrt{(10-2\sqrt{5})}$$

$$\text{sen.}\,24^\circ = \text{sen.}\,(60^\circ - 36^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{3} + \sqrt{15} - \sqrt{(10-2\sqrt{5})}\right)$$

$$\text{sen.}\,84^\circ = \text{sen.}\,(60^\circ + 36^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{3} + \sqrt{15} + \sqrt{(10-2\sqrt{5})}\right)$$

$$\text{sen.}\,6^\circ = \text{sen.}\,(36^\circ - 30) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30-6\sqrt{5})} - \sqrt{5} - 1\right)$$

$$\text{sen.}\,66^\circ = \text{sen.}\,(36^\circ + 30^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(30-6\sqrt{5})} + \sqrt{5} + 1\right)$$

$$\text{sen.}\,39^\circ = \text{sen.}(45^\circ - 6^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})} - \sqrt{(15-3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,51^\circ = \text{sen.}(45^\circ + 6^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})} + \sqrt{(15-3\sqrt{5})} - \sqrt{\tfrac{5}{2}} - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)$$

$$\text{sen.}\,21^\circ = \text{sen.}(45^\circ - 24^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15-3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{\tfrac{15}{2}} - \sqrt{\tfrac{3}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$

$$\text{sen.}\,69^\circ = \text{sen.}(45^\circ + 24^\circ) = \tfrac{1}{8}\left(\sqrt{(15-3\sqrt{5})} + \sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} + \sqrt{\tfrac{15}{2}} + \sqrt{\tfrac{3}{2}} - \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$

$$\text{sen.}\,9^\circ = \text{sen.}\,(45^\circ - 36^\circ) = \tfrac{1}{4}\left(\sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} - \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$

$$\text{sen.}\,81^\circ = \text{sen.}\,(45^\circ + 36^\circ) = \tfrac{1}{4}\left(\sqrt{\tfrac{5}{2}} + \sqrt{\tfrac{1}{2}} + \sqrt{(5-\sqrt{5})}\right)$$

Se alcuno chiedesse la causa, perchè non di seni d'altri archi si diano cotali espressioni, fuorchè de' multiplici di quel di 3°, si risponderà che non altri, di numero intiero di gradi, esser possono compresi da lati di poligoni regolari inscritti nel cerchio.

§. II.

Abbiamo trovato (88), $\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \dfrac{\text{sen.}\,A + \text{sen.}\,B}{\text{cos.}\,A + \text{cos.}\,B}$
$= \dfrac{\text{cos.}\,B - \text{cos.}\,A}{\text{sen.}\,A - \text{sen.}\,B}$. Fatto $A = 90^\circ$, se ne ricava

$$\text{tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}B) = \frac{1 + \text{sen.}\,B}{\text{cos.}\,B} = \frac{\text{cos.}\,B}{1 - \text{sen.}\,B}.$$

§. III.

Avendo calcolato anche il nono termine, non mai publicato, ch'io sappia, della Serie notissima (156), cot. $A = \frac{1}{A} - \frac{A}{3} - \frac{A^3}{45} -$ ecc. lo do qui, a comodo di chi volesse valersene, e perchè me ne varrò io pure or ora: ed è

$$-\frac{3617\,A^{15}}{3^2.5^3.7^2.9^2.11.13.15.17}$$

§. IV.

Dato l'arco, trovare il logaritmo del seno, del coseno, e della tangente.

Poichè (175), $d\,\text{log. sen.}\,A = \frac{d\,\text{sen.}\,A}{\text{sen.}\,A} = \frac{dA\,\text{cos.}\,A}{\text{sen.}\,A} = dA$ $\text{cot.}\,A = dA\left(\frac{1}{A} - \frac{A}{3} - \frac{A^3}{3^2.5} - \frac{2A^5}{3^3.5.7} - \text{ecc.}\right)$ (156); sarà, integrando, e nominando M il modulo per convertire il logaritmo iperbolico in tabulare,

$$\text{log. sen.}A = \text{log.}A - M\left(\frac{A^2}{2.3} + \frac{A^4}{2^2.3^2.5} + \frac{A^6}{3^4.5.7.9} + \frac{A^8}{3^3.5^2.7.8} + \frac{A^{10}}{3^2.5^2.7.9.11} + \frac{691\,A^{12}}{3^2.5^3.6.7^2.9^2.11.13} + \frac{2A^{14}}{3^2.5^2.7^2.9^2.11.13} + \frac{3617\,A^{16}}{3^2.5^3.7^2.9^2.11.13.15.16.17} + \text{ecc.}\right)$$

Similmente $d\,\text{log. cos.}\,A = \frac{d\,\text{cos.}\,A}{\text{cos.}\,A} = -\frac{dA\,\text{sen.}\,A}{\text{cos.}\,A} = -dA$ $\text{tang.}\,A = -dA\left(A + \frac{A^3}{3} + \frac{2A5}{3.5} + \text{ecc.}\right)$ (153). Dunque integrando

$$\text{log. cos.}\,A = -M\left(\frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{3.4} + \frac{A^6}{5.9} + \frac{17\,A^8}{5.7.8.9} + \frac{31\,A^{10}}{5^2.7.9^2} + \frac{691\,A^{12}}{5^2.6.7.9^2.11} + \frac{10922\,A^{14}}{3.5^2.7^2.9^2.11.13} + \frac{929569\,A^{16}}{3.5^2.7^2.9^2.11.13.15.16.} + \text{ecc.}\right)$$

Finalmente essendo log. tang. A = log. sen. A — log. cos. A; prendendo la differenza delle due Serie trovate sopra, e riducendo, si ottiene

$$\text{log. tang. } A = \text{log. } A + M\left(\frac{A^2}{3} + \frac{7A^4}{9.10} + \frac{62A^6}{5.7.9^2} + \frac{127A^8}{3.4.5^2.7.9}\right.$$
$$+ \frac{146A^{10}}{3.5^2.9^2.11} + \frac{1414477A^{12}}{3^3.5^3.7^2.9^2.11.13} + \frac{32764A^{14}}{3^2.5^2.7^2.9^2.11.13}$$
$$\left.+ \frac{16931177A^{16}}{2^3.3^2.5^3.7.9^2.11.13.15.17} + \text{ecc.}\right)$$

L'enunziazione del problema è sodisfatta a rigore per rispetto al coseno solamente: poichè pel seno e per la tangente è mestieri che, oltre l'arco, sia dato anche il suo logaritmo. Ma questo si computa prestamente con le formule e metodi, che ho esibiti (175 e segg.). Del resto, per formar tavole, quando si fossero calcolati li logaritmi de' coseni da 0° a 45°, tutti li rimanenti, come anche quelli delle tangenti, si conseguiscono per via di semplici sottrazioni (189).

Le nuove serie, che ho date or ora, sono grandemente più comode e speditive, e rinvenute assai più facilmente, di quelle di *Eulero* (*Analys. infin. Tom. I.* 194).

CAPITOLO SECONDO.

Formule implicate d' immaginarj.

§. I.

Il P. *Fontana* è stato il primo, per quel ch'io sappia, a trovare direttamente l'espressioni immaginarie de' seni e coseni degli archi multiplici (*Tom. I di questa Società, pag.* 189), dimostrandole rigorosamente, non già conchiudendole per analogia, come fanno *Eulero* (*Tom. I.* 133), *Riccati* (*Instit. analyt. lib. II, cap.* 12), *Mauduit* (*Astronomie sphérique, pag.* 40), ecc. Sulle traccie del prelodato Socio m' ingegnerò anch' io d' apportar qualche facilità a questo ramo non infecondo della moderna analisi.

E' noto, parlando de' logaritmi iperbolici, che (*Trigonom.* 179), detto n un numero qualunque,

$$n = 1 + \log.^1 n + \tfrac{1}{2}\log.^2 n + \frac{1}{2.3}\log.^3 n + \text{ecc.}$$

Sarà dunque $n^x = 1 + \log.^1 n^x + \frac{1}{2}\log.^2 n^x + \text{ecc.} = 1 + \frac{x}{1}\log.^1 n + \frac{x^2}{1.2}\log.^2 n + \frac{x^3}{1.2.3}\log.^3 n + \text{ecc.}$ Or sia $n = e$, cioè alla base de' logaritmi iperbolici, per il che $\log. n = 1$, e si avrà

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \text{ecc.}$$

Che se x sia negativo, sarà

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \text{ecc.}$$

Ma si ponga $x = A\sqrt{-1}$; sorgerà

$$e^{A\sqrt{-1}} = 1 + \frac{A\sqrt{-1}}{1} - \frac{A^2}{1.2} - \frac{A^3\sqrt{-1}}{1.2.3} + \frac{A^4}{1.2.3.4} + \frac{A^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \text{ecc.}$$

$$e^{-A\sqrt{-1}} = 1 - \frac{A\sqrt{-1}}{1} - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^3\sqrt{-1}}{1.2.3} + \frac{A^4}{1.2.3.4} - \frac{A^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \text{ecc.}$$

Quindi sommando, e dividendo per 2; poi sottraendo, e dividendo per 2; si raccoglie dalla prima operazione

$$\frac{e^{A\sqrt{-1}} + e^{-A\sqrt{-1}}}{2} = 1 - \frac{A^2}{2} + \frac{A^4}{2.3.4} - \frac{A^6}{2.3.4.5.6} + \text{ec.} = \text{cos.}\, A \; (154);$$

e dalla seconda operazione

$$\frac{e^{A\sqrt{-1}} - e^{-A\sqrt{-1}}}{2} = \sqrt{-1}\left(A - \frac{A^3}{2.3} + \frac{A^5}{2.3.4.5} - \frac{A^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{ecc.}\right) = \text{sen.}\, A\sqrt{-1}, \; (149);$$

delle quali equazioni li primi ed ultimi membri sommati, e sottratti, danno

$$e^{A\sqrt{-1}} = \text{cos.}\, A + \text{sen.}\, A\sqrt{-1}$$

$$e^{-A\sqrt{-1}} = \text{cos.}\, A - \text{sen.}\, A\sqrt{-1}$$

Da sì fatte espressioni s' intende come posson ridursi le

quantità esponenziali immaginarie a seni e coseni d'archi reali. Ma procedendo dai numeri ai logaritmi, $A\sqrt{-1}$ log. e, o vero $A\sqrt{-1} = \log.(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})$; così $-A\sqrt{-1} = \log.(\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1})$. Sottraendo questa dall'altra, si ha $2A\sqrt{-1} = \log.(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1}) - \log.(\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1}) = \log.\dfrac{\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1}}{\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1}}$. Laonde

$$A = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\log.\frac{\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1}}{\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1}} = \frac{1}{2\sqrt{-1}}\log.\frac{1 + \text{tang}.\, A\sqrt{-1}}{1 - \text{tang}.\, A\sqrt{-1}};$$

che sono le note formule, utilissime nel calcolo integrale, per ridurre ad archi circolari i logaritmi immaginarj.

§. II.

Poichè $A\sqrt{-1} = \log.(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})$, sarà $nA\sqrt{-1} = n\log.(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1}) = \log.(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n$. Ma ponendo, nella prima equazione, nA in luogo di A, si ha pure $nA\sqrt{-1} = \log.(\text{cos}.\, nA + \text{sen}.\, nA\sqrt{-1})$. Dunque $\log.(\text{cos}.\, nA + \text{sen}.\, nA\sqrt{-1}) = \log.(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n$. E passando a' numeri, $\text{cos}.\, nA + \text{sen}.\, nA\sqrt{-1} = (\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n$.

Nello stesso modo, dall' equazione $-A\sqrt{-1} = \log.(\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1})$ si ricava $\text{cos}.\, nA - \text{sen}.\, nA\sqrt{-1} = (\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n$.

Sommando insieme le due equazioni finali trovate or ora, si consegue

$$\text{cos}.\, nA = \frac{(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n + (\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n}{2}$$

Prendendo la differenza delle medesime equazioni,

$$\text{sen}.\, nA = \frac{(\text{cos}.\, A + \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n - (\text{cos}.\, A - \text{sen}.\, A\sqrt{-1})^n}{2\sqrt{-1}}$$

Il P. *Riccati* (*lib. III*, *cap.* 3, *n.°* 25...36) applica queste equazioni a risolvere, parte co' seni iperbolici e parte co' circolari, quelle della forma, dove i coseni degli archi multiplici sono espressi da potenze del coseno dell'arco semplice (*Trig.* 125).

CAPITOLO TERZO.

D'alcune Serie trigonometriche.

§. I.

Trovar la formola generale del ſeno dell'arco multiplice, eſpreſſo da potenze del ſeno dell'arco ſemplice.

Per la Serie notiſſima (*Trig.* 149), ch'eſprime il ſeno con le potenze dell'arco, ſi ha

$$\text{ſen.}\, nA = nA - \frac{n^3A^3}{2.3} + \frac{n^5A^5}{2.3.4.5} - \frac{n^7A^7}{2.3.4.5.6.7} + \text{ecc.}$$

Ma l'altra Serie (144), ch'eſprime l'arco con le potenze del ſeno, dà

$$A = \text{ſen.}\, A + \frac{\text{ſen.}^3 A}{2.3} + \frac{3\,\text{ſen.}^5 A}{2.4.5} + \frac{3.5\,\text{ſen.}^7 A}{2.4.6.7.} + \text{ecc.}$$

$$A^3 = \text{ſen.}^3 A + \frac{\text{ſen.}^5 A}{2} + \left(\frac{9}{2.4.5} + \frac{3}{2^2.3}\right)\text{ſen.}^7 A + \text{ecc.}$$

$$A^5 = \text{ſen.}^5 A + \frac{5\,\text{ſen.}^7 A}{2.3} + \text{ecc.}$$

$$A^7 = \text{ſen.}^7 A + \text{ecc.}$$

Soſtituendo queſti valori nella ſerie antecedente, rieſce

$$nA = n\,\text{ſen.}\, A + \frac{n\,\text{ſen.}^3 A}{2.3} + \frac{3n\,\text{ſen.}^5 A}{2.4.5} + \frac{3.5\,n\,\text{ſen.}^7 A}{2.4.6.7} + \text{ecc.}$$

$$-\frac{n^3A^3}{2.3} = -\frac{n^3\,\text{ſen.}^3 A}{2.3} - \frac{n^3\,\text{ſen.}^5 A}{3.4} - \frac{37\,n^3\,\text{ſen.}^7 A}{2.3.4.5.6} - \text{ecc.}$$

$$+\frac{n^5A^5}{2.3.4.5} = +\frac{n^5\,\text{ſen.}^5 A}{2.3.4.5} + \frac{5\,n^5\,\text{ſen.}^7 A}{2.3.4.5.6.} + \text{ecc.}$$

$$-\frac{n^7A^7}{2.3.4.5.6.7} = -\frac{n^7\,\text{ſen.}^7 A}{2.3.4.5.6.7} - \text{ecc.}$$

Ma li coefficienti delle potenze medeſime di ſen. A ſi riducono alle ſeguenti eſpreſſioni uniformi, cioè $\frac{n-n^3}{2.3} = -\frac{n(n^2-1)}{2.3}$;

$$\frac{3n}{2.4.5} - \frac{n^3}{3.4} + \frac{n^5}{2.3.4.5} = \frac{9n - 10\,n^3 + n^5}{2.3.4.5} = \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5};$$

$$\frac{3.5\,n}{2.4.6.7} - \frac{37\,n^3}{2.3.4.5.6} + \frac{5\,n^5}{2.3.4.5.6.} - \frac{n^7}{2.3.4.5.6.7} = \frac{225\,n - 259\,n^3 + 35\,n^5 - n^7}{2.3.4.5.6.7}$$

$= -\frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7}$. Dunque la formola generale cercata sarà

$$(\alpha)\ \text{sen.}\, nA = n\,\text{sen.}\, A - \frac{n(n^2-1)}{2.3}\text{sen.}^3 A + \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5}\text{sen.}^5 A - \frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7}\text{sen.}^7 A + \text{ecc.}$$

della quale è manifesta la legge. Questa serie è visibilmente finita e ristretta a termini $\frac{n+1}{2}$ quando n sia numero *dispari*, infinita quando n sia pari. In questo caso però si riduce la somma ad una espressione composta di termini $\frac{n}{2}$ moltiplicati per cos. A, o vero per $\sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)}$, il che si rinviene e dimostra così.

Sia S il secondo membro dell'equazione (α); sarà sen. nA $= \frac{S\,\text{cos.}\,A}{\text{cos.}\,A} = \frac{S\sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)}}{\sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)}}$. Ma il binomio di *Neuton* produce $\sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)} = 1 - \frac{1}{2}\text{sen.}^2 A - \frac{1}{2.4}\text{sen.}^4 A - \frac{3}{2.4.6}\text{sen.}^6 A - \text{ecc.}$ Si divida per questa Serie la S, e si troverà

$$(\beta)\ \text{sen.}\, nA = \sqrt{(1-\text{sen.}^2 A)}\left(n\,\text{sen.}\, A - \frac{n(n^2-4)}{2.3}\text{sen.}^3 A + \frac{n(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5}\text{sen.}^5 A - \frac{n(n^2-4)(n^2-16)(n^2-36)}{2.3.4.5.6.7}\text{sen.}^7 A + \text{ecc.}\right)$$

la qual serie si tronca evidentemente dopo termini $\frac{n}{2}$, quando n è *pari*. Questa e la precedente si trovano anche nell' Analisi degl'Infiniti di *Eulero* (236, 238), ma conchiuse *a posteriori* dalle tavole peculiari (*Trigon.* 125).

§. II.

Trovar la formola generale del Coseno dell'arco multiplice, espresso da potenze del seno dell'arco semplice.

Per la serie notissima (154), ch'esprime il coseno con le potenze dell'arco,

$$\text{cof.}\, nA = 1 - \frac{n^2}{2} A^2 + \frac{n^4}{2.3.4} A^4 - \frac{n^6}{2.3.4.5.6} A^6 + \frac{n^8}{2.3.4.5.6.7.8} A^8 - \text{ecc.}$$

Soſtituendo i valori di A^2, A^4, ecc. preſi (§. I.) dall'equazione $A = \text{fen.}\, A + \frac{\text{fen.}^3 A}{2.3} + \text{ecc.}$ e riducendo, ſi ottiene

$$(\gamma)\ \text{cof.}\, nA = 1 - \frac{n^2}{2}\, \text{fen.}^2 A + \frac{n^2 (n^2-4)}{2.3.4}\, \text{fen.}^4 A - \frac{n^2 (n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5.6}\, \text{fen.}^6 A + \frac{n^2 (n^2-4)(n^2-16)(n^2-36)}{2.3.4.5.6.7.8}\, \text{fen.}^8 A - \text{ecc.}$$

Queſta ſorta formole generali poſſono dunque trovarſi *a priori* con le ſole forze della Trigonometria, ſenza ricorrere agl'immaginarj, ed a metodi complicati e dipendenti dal calcolo integrale, come fece *Eulero* (*Calc. integr.* 181).

E' manifeſto, che la ſerie (γ) è infinita quando n ſia *diſpari*, finita in termini $\frac{n+2}{2}$ quando n ſia *pari*. Ma nel primo caſo ſi rende finita in termini $\frac{n+1}{2}$ moltiplicati per cof. A, o ſia per $\sqrt{(1 - \text{fen.}^2 A)}$, dividendola per queſto binomio ſviluppato, come s'è fatto (§. I.), il che dà

$$(\delta)\ \text{cof.}\, nA = \sqrt{(1 - \text{fen.}^2 A)} \left(1 - \frac{n^2-1}{2}\, \text{fen.}^2 A + \frac{(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4}\, \text{fen.}^4 A - \frac{(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6}\, \text{fen.}^6 A + \text{ecc.}\right)$$

§. III.

Trovar la formola generale del Seno dell'arco multiplice, eſpreſſo da potenze del coſeno dell'arco ſemplice.

Pongaſi $90° - A$ in cambio di A nell'equazione (δ), e ſarà, per n *diſpari*, $\text{cof.}\, n(90° - A) = \pm\, \text{fen.}\, nA$; quindi

$$(\varepsilon)\ \text{fen.}\, nA = \pm \sqrt{(1 - \text{cof.}^2 A)} \left(1 - \frac{n^2-1}{2}\, \text{cof.}^2 A + \frac{(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4}\, \text{cof.}^4 A - \frac{(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6}\, \text{cof.}^6 A + \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo vale quando $n = 4m + 1$, il negativo quando $n = 4m - 1$, m eſſendo un numero intiero qualunque, cominciando da zero.

Soſtituendo parimente $90° - A$ in vece di A nell'equazione (β), ſi ha, per *n pari*,

$$(\zeta)\ \text{ſen.}\, nA = \pm \sqrt{(1 - \text{coſ.}^2 A)}\left(n\,\text{coſ.}\,A - \frac{n(n^2-4)}{2.3}\,\text{coſ.}^3 A + \frac{n(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5}\,\text{coſ.}^5 A - \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo quando $n = 4m + 2$, il negativo quando $n = 4m$.

§. IV.

Trovare la formola generale del Coſeno dell' arco multiplice, eſpreſſo da potenze del coſeno dell' arco ſemplice.

Pongaſi $90° - A$ in luogo di A nell'equazione (α), e ſi otterrà, per *n diſpari*,

$$(\eta)\ \text{coſ.}\, nA = \pm\left(n\,\text{coſ.}\,A - \frac{n(n^2-1)}{2.3}\,\text{coſ.}^3 A + \frac{n(n^2-1)(n^2-9)}{2.3.4.5}\,\text{coſ.}^5 A - \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo vale quando $n = 4m + 1$, il negativo quando $n = 4m - 1$.

Soſtituendo ſimilmente $90° - A$ in vece di A nell'equazione (γ), ſi ritrae, per *n pari*,

$$(\theta)\ \text{coſ.}\, nA = \pm\left(1 - \frac{n^2}{2}\,\text{coſ.}^2 A + \frac{n^2(n^2-4)}{2.3.4}\,\text{coſ.}^4 A - \frac{n^2(n^2-4)(n^2-16)}{2.3.4.5.6}\,\text{coſ.}^6 A + \text{ecc.}\right)$$

Il ſegno poſitivo quando $n = 4m$, il negativo quando $n = 4m - 2$.

Anche le equazioni (η) (θ) ſono ſtate date dal Sig. *Mauduit* (*Aſtronomie ſphèrique*, *pag.* 23), ma trovate empiricamente, ſenza darne dimoſtrazione.

Finalmente le otto formole (α) (β) ecc. ſono l'eſpreſſion generale delle quattro tavole, da me collocate (125).

§. V.

Trovar le radici delle otto equazioni (α) (β) *ecc. nel caso in cui sono finite.*

Nella prima equazione (α), finita quando n è dispari, una delle radici è manifestamente sen. A. Che se in vece di nA si ponga ($c + nA$) nel primo membro, e conseguentemente $\frac{c + nA}{n}$ in luogo di A nel secondo, fatto $c = 360°$, non sarà punto alterato il valore, nè il segno di sen. nA; ma sen. A diventerà sen. $\left(\frac{c}{n} + A\right)$, e questa sarà una seconda radice. Similmente se in cambio di nA s'introduca ($2c + nA$), riuscirà per terza radice sen. $\left(\frac{2c}{n} + A\right)$. Così proseguendo, troverannosi le altre, sen. $\left(\frac{3c}{n} + A\right)$, sen. $\left(\frac{4c}{n} + A\right)$, ecc. fino all'ultima, la qual sarà sempre sen. $\left(\frac{(n-1)c}{n} + A\right)$; imperocchè se si procedesse a sen. $\left(\frac{nc}{n} + A\right) =$ sen. $(c + A)$ $=$ sen. A, e così discorrendo, si cascherebbe da capo nelle radici ottenute prima, il cui numero debbe ogni volta esser n giusta la dottrina delle equazioni.

Che se alcuno volesse chiamar a prova sì fatte radici, e veder se da quelle emerga l'equazione, metta in quella x in luogo di sen. A, poi multiplichi insieme tutte le radici, cioè li binomj ($x -$ sen. A), $\left(x - \text{sen.} \frac{c}{n} + A\right)$, ecc. e fatte le riduzioni convenevoli, troverà l'equazione per qualsivoglia numero dispari n.

Se poi n sia numero pari, diventa finita l'equazione (β): ma perchè il secondo membro è implicato della quantità irrazionale $\sqrt{(1 - \text{sen.}^2 A)}$, fa mestieri toglier l'asimmetria elevando al quadrato; con che il numero delle radici si fa doppio, cioè $2n$, pigliando ognuna due forme, la positi-

va e la negativa. E di fatti sen. nA convertendosi in sen.$^2 nA$, che vale $\frac{1 - \text{cos}.\, 2nA}{2}$, ne viene che l'arco multiplice non è già nA, ma sì veramente $2nA$. Pertanto, procedendo come di sopra, le radici saranno: $\pm$ sen. A, $\pm$ sen. $\left(\frac{c}{2n} + A\right)$, $\pm$ sen. $\left(\frac{2c}{2n} + A\right)$, e così progredendo fino alle ultime $\pm$ sen. $\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right)$.

Dal medesimo metodo appare: che le radici dell'equazione (γ), quando n è pari, sono n di numero, e quelle stesse dell'equazione (α) per n dispari: che le radici dell'equazione (δ), quando n è dispari, sono $2n$ di numero, e quelle stesse dell'equazione (β) per n pari: che ognuna delle equazioni (ε) (ζ) ha $2n$ radici, che son le medesime nell'una e nell'altra, cioè $\pm$ cos. A, $\pm$ cos. $\left(\frac{c}{2n} + A\right)$, $\pm$ cos. $\left(\frac{2c}{2n} + A\right)$, ... $\pm$ cos. $\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right)$: e finalmente che le equazioni (η) (θ) hanno ciascuna n radici, e le stesse in entrambe, cioè cos. A, cos. $\left(\frac{c}{n} + A\right)$, cos. $\left(\frac{2c}{n} + A\right)$, ... cos. $\left(\frac{(n-1)\,c}{n} + A\right)$.

§. VI.

Esprimere i seni e coseni dell'arco multiplice con il prodotto delle radici dell'equazioni (α) (β), ecc.

Ogni coefficiente delle potenze di sen. A nella serie (α) ha questa proprietà, che il suo valor si riduce a 2^{n-1} qualunque volta l'esponente della potenza sia n. Per esempio, se $n = 5$, si troverà il coefficiente di sen.$^5 A$ esser 2^4, o sia 16: di fatti $\frac{n\,(n^2-1)\,(n^2-9)}{2.3.4.5} = \frac{5\,(25-1)\,(25-9)}{2.3.4.5} = 16$.

Così se $n = 7$, risulterà $\frac{n(n^2-1)(n^2-9)(n^2-25)}{2.3.4.5.6.7} = 2^{7-1}$ $= 2^6 = 64$. E parimente d'ogn'altro. Dunque l'ultimo termine della serie (α), per qualsisia valor dispari di n, è sempre 2^{n-1} sen.$^n A$. E però dividendo l'equazione per il coefficiente 2^{n-1} della massima potestà di sen. A, e ordinandola conforme al solito, l'omogeneo di comparazione sarà in ogni caso $\frac{\text{sen.}\, nA}{2^{n-1}}$, col segno negativo quando $n = 4m + 1$. Ma per li canoni delle equazioni il medesimo termine, col segno mutato, uguaglia il prodotto di tutte le radici. Dunque pigliandole nel §. V., sarà, per *n dispari*,

$$\text{sen.}\, nA = \pm 2^{n-1}\, \text{sen.} A\, \text{sen.}\left(\frac{c}{n} + A\right) \text{sen.}\left(\frac{2c}{n} + A\right) \ldots\ldots \text{sen.}\left(\frac{(n-1)\,c}{n} + A\right),$$

il segno negativo valendo qualvolta $n = 4m - 1$.

Quando poi n è pari, diventa finita la serie (β); nella quale il coefficiente, che si riduce a 2^{n-1} come sopra, è quello della potestà ($n - 1$) di sen. A, dopo cui si tronca la serie. Dunque dividendo l'equazione per 2^{n-1}, elevandola al quadrato, e notando che la massima dignità sen.$^{2n-2} A$ diventa sen.$^{2n} A$, a cagion del moltiplico per sen.$^2 A$ ch'esce fuori del radicale, laonde le radici sono $2n$, l'omogeneo di comparazione riesce $\frac{\text{sen.}^2 nA}{2^{2n-2}}$. E però togliendo nel §. V. le radici di questa equazione, si ha $\text{sen}^2 . nA = 2^{2n-2}\, \text{sen.}^2 A$ $\text{sen.}^2\left(\frac{c}{2n} + A\right) \text{sen.}^2\left(\frac{2c}{2n} + A\right) \ldots\ldots \text{sen.}^2\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right)$. Della quale equazione estraendo la radice, si ottiene, con le sole forze dell'analisi trigonometrica elementare, e per via, se non erro, più facile di quella d'*Eulero* (*Analys. infinit.* 237),

$$\text{sen.}\, nA = 2^{n-1}\, \text{sen.} A\, \text{sen.}\left(\frac{c}{2n} + A\right) \text{sen.}\left(\frac{2c}{2n} + A\right) \ldots\ldots \text{sen.}\left(\frac{(n-1)\,c}{2n} + A\right);$$

equazione che vale per *qualsivoglia* valore di n, imperocchè qual ce l'ha somministrata pel valor pari l'equazione (β), tal ce la porge pel valor dispari l'equazione (δ). E che sia il vero, innalzando questa al quadrato, sorge $\text{cos}^2 . nA$ $= (1 - \text{sen.}^2 A)\left(1 - (n^2-1)\, \text{sen.}^2 A + \text{ecc.}\right) = 1 - n^2\, \text{sen.}^2 A + \text{ecc.}$

Laonde $\text{ſen.}^2 nA = n^2 \text{ſen.}^2 A$ — ecc. E però l'omogeneo di comparazione $\frac{\text{ſen.}^2 nA}{2^{2n-2}}$, e le radici (ved. §. V.), tutto è lo ſteſſo, come nella (β). Dunque ecc.

Trattando l'equazione (ζ) come s'è fatto della (β), emerge, per *n pari*,

$$.nA = \pm 2^{n-1} \text{coſ.}A \,\text{coſ.}\left(\frac{c}{2n} + A\right) \text{coſ.}\left(\frac{2c}{2n} + A\right) \ldots\ldots \text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{2n} + A\right);$$

il ſegno negativo ſpettando al caſo, in cui $n = 4m + 2$.

Con lo ſteſſo metodo, che ho tenuto per la (α), ricavo dalla (n), per *n diſpari*,

$$.\, nA = 2^{n-1} \text{coſ.}\,A \,\text{coſ.}\left(\frac{c}{n} + A\right) \text{coſ.}\left(\frac{2c}{n} + A\right) \ldots\ldots \text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{n} + A\right).$$

Ma la (ε), maneggiata come la (β), produce ancora per *n diſpari*

$$.nA = \pm 2^{n-1} \text{coſ.}A \,\text{coſ.}\left(\frac{c}{2n} + A\right) \text{coſ.}\left(\frac{2c}{2n} + A\right) \ldots\ldots \text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{2n} + A\right);$$

il ſegno negativo dovendo uſarſi quando $n = 4m - 1$, eſcluſo il valore zero di m.

Ognun vede l'utilità delle formole raccapezzate in queſto §. per la compoſizione de' logaritmi de' ſeni e coſeni: le due ſeguenti ſervirebbero a quelli de' ſeni verſi, ſe occorreſſe farne uſo.

L'omogeneo di comparazione nella (γ) è $\pm \frac{\text{coſ.}\, nA - 1}{2^{n-1}}$.

Sarà dunque, per *n pari*,

$$\text{ſ.}nA = 1 \mp 2^{n-1} \text{ſen.}A \,\text{ſen.}\left(\frac{c}{n} + A\right) \text{ſen.}\left(\frac{2c}{n} + A\right) \ldots\ldots \text{ſen.}\left(\frac{(n-1)c}{n} + A\right);$$

dove il ſegno poſitivo vale quando $n = 4m - 2$.

Similmente, per il medeſimo valore di *n pari*, dall' equazione (θ) ſi ricava

$$\text{ſ.}\, nA = \pm 1 - 2^{n-1} \text{coſ.}A \,\text{coſ.}\left(\frac{c}{n} + A\right) \text{coſ.}\left(\frac{2c}{n} + A\right) \ldots\ldots \text{coſ.}\left(\frac{(n-1)c}{n} + A\right);$$

dove il ſegno negativo ſpetta al caſo, in cui $n = 4m - 2$, eſcluſo il valore zero di m.

§. VII.

Espressioni della stessa forma per la tangente dell'arco multiplice si deducono facilmente dalle precedenti: imperocchè dividendo la prima per la quarta del §. VI., e la seconda per la quinta, emergono le seguenti, per *n dispari*,

$$\text{tang.}nA = \pm \text{tang.}A\,\text{tang.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{tang.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots\text{tang.}\left(\frac{(n-1)c}{n}+A\right).$$

$$\text{tang.}nA = \pm \text{tang.}A\,\text{tang.}\left(\frac{c}{2n}+A\right)\text{tang.}\left(\frac{2c}{2n}+A\right)\ldots\text{tang.}\left(\frac{(n-1)c}{2n}+A\right).$$

Il caso di n pari non ammette espressioni egualmente comode, dovendo impiegarsi la sesta e la settima del §. VI., per dividere la seconda e la terza.

§. VIII.

Trovar la formola generale delle potenze del Seno dell' arco semplice, espresse da seni dell' arco multiplice.

L'irrazionalità della serie (β) non lascia luogo a risolver questo problema pel caso del multiplice pari. Per quello del *dispari* farò che mi vaglia la formula (α), dopo che l'avrò posta sotto altra forma ancor più generale.

Nominando x l'esponente di sen. A in qualsivoglia termine $\mathfrak{Q}$ della serie (α), il termine prossimo antecedente è sempre $\frac{\mathfrak{Q}}{\text{sen.}^2 A} \times \frac{x(x-1)}{n^2-(x-2)^2}$. Ma abbiamo veduto (§. VI.), che qualunque sia il valor dispari di n, l'ultimo termine della serie, finita in tal caso, è sempre $2^{n-1}\,\text{sen.}^n A$. Fatto dunque $x=n$, il penultimo termine sarà sempre $\frac{2^{n-1}\,\text{sen.}^n A}{\text{sen.}^2 A}$ $\times \frac{n(n-1)}{n^2-(n-2)^2} = 2^{n-1}\,\text{sen.}^{n-2} A \times \frac{n(n-1)}{4(n-1)} = 2^{n-3} n.\text{sen.}^{n-2} A$. Ora, nel penultimo termine, $x=n-2$: sarà dunque l'antepenultimo $\frac{2^{n-3} n.\,\text{sen.}^{n-2} A}{\text{sen.}^2 A} \times \frac{(n-2)(n-3)}{n^2-(n-4)^2} = 2^{n-3} n.\text{sen.}^{n-4} A \times \frac{(n-2)(n-3)}{8(n-2)}$

$= 2^{n-5}$

$= 2^{n-5} \frac{n(n-3)}{2} \text{ fen.}^{n-4} A$. Profeguendo così, con fare $x = n-4$ nell'antepenultimo termine, $x = n-6$ nel proffimo precedente ecc., l'equazione (α) diviene, invertendo la ferie,

$$(\lambda)\ \text{fen.}nA = \pm 2^{n-1} \text{ fen.}^{n} A \mp n.2^{n-3} \text{ fen.}^{n-2} A \pm \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A$$
$$\mp \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3} \times 2^{n-7} \text{ fen.}^{n-6} A \pm \text{ecc.}$$

li fegni fuperiori valendo quando $n = 4m + 1$.

Sarà dunque, affumendo per ora li fegni fuperiori a minor confufione,

$$2^{n-1} \text{ fen.}^{n} A = \text{fen.}nA + n.2^{n-3} \text{ fen.}^{n-2} A - \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A$$
$$+ \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3} \times 2^{n-7} \text{ fen.}^{n-6} A - \text{ecc.}$$

Nella qual formola generale, fe in vece di n fi mette, una volta $n-2$, un'altra $n-4$, un'altra $n-6$, ecc. faranno ugualmente vere le feguenti, nelle quali il primo termine del fecondo membro deve alternativamente mutar di fegno per fodisfare al doppio della (λ);

$$2^{n-3} \text{ fen.}^{n-2} A = -\text{fen.}(n-2) A + (n-2)\, 2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A - \frac{(n-2)(n-5)}{2}$$
$$\times 2^{n-7} \text{ fen.}^{n-6} A + \text{ecc.}$$

$$2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A = \text{fen.}(n-4) A + (n-4)\, 2^{n-7} \text{ fen.}^{n-6} A - \text{ecc.}$$

$$2^{n-7} \text{ fen.}^{n-6} A = -\text{fen.}(n-6) A + \text{ecc.}$$

Or s'introduca quefto valore di $2^{n-7} \text{ fen.}^{n-6} A$ nelle tre precedenti equazioni, e fi avrà

$$2^{n-1} \text{ fen.}^{n} A = \text{fen.}nA + n.2^{n-3} \text{ fen.}^{n-2} A - \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A$$
$$- \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3} \text{ fen.}(n-6) A \text{ ecc.}$$

$$2^{n-3} \text{ fen.}^{n-2} A = -\text{fen.}(n-2) A + (n-2)\, 2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A + \frac{(n-2)(n-5)}{2} \text{ fen.}(n-6) A \text{ ecc.}$$

$$2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A = \text{fen.}(n-4) A - (n-4) \text{ fen.}(n-6) A \text{ ecc.}$$

Softituifcafi adeffo quefto valore di $2^{n-5} \text{ fen.}^{n-4} A$ nelle due antecedenti equazioni, onde fia

$$2^{n-1}\,\text{fen.}^n A = \text{fen.}nA + n.2^{n-3}\,\text{fen.}^{n-2}A - \frac{n(n-3)}{2}\,\text{fen.}(n-4)A$$
$$+\left(\frac{n(n-3)(n-4)}{2} - \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}\right)\text{fen.}(n-6)A \text{ ecc.}$$

il qual ultimo termine fi riduce a $+\frac{n(n-2)(n-4)}{3}\,\text{fen.}(n-6)A$; e

$$2^{n-3}\text{fen.}^{n-2}A = -\text{fen.}(n-2)A + (n-2)\text{fen.}(n-4)A - \left(\overline{n-2}.\overline{n-4} - \frac{(n-2)(n-5)}{2}\right)\text{fen.}(n-6)A$$

il qual ultimo termine fi riduce a $-\frac{(n-2)(n-3)}{2}\,\text{fen.}(n-6)\,A$.

Che fe finalmente quefto ultimo valore di $2^{n-3}\,\text{fen.}^{n-2}A$ s'inferifca nell'equazion precedente, fatte le riduzioni, e ripofto il doppio fegno, fi ottiene

$$(\mu)\quad \pm 2^{n-1}\,\text{fen.}^n A = \text{fen.}nA - n.\text{fen.}(n-2)A + \frac{n(n-1)}{2}\,\text{fen.}(n-4)A$$
$$-\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\,\text{fen.}(n-6)A + \text{ecc.}$$

il fegno pofitivo valendo, come s'è detto, quando $n = 4m + 1$, e la ferie troncandofi a termini $\frac{n+1}{2}$.

§. IX.

Trovare la formola generale delle potenze del Seno dell' arco femplice, efpreffe da cofeni dell' arco multiplice.

L'irrazionalità della ferie (δ) non lafcia adito a fcioglier quefto problema pel cafo del multiplice difpari. Per quello del *pari*, la formula (γ), trattata come ho fatto or ora della (α), può efprimerfi primamente così:

$$(\nu)\quad \text{cof.}nA = 1 \mp 2^{n-1}\,\text{fen.}^n A \pm n.2^{n-3}\,\text{fen.}^{n-2}A \mp \frac{n(n-3)}{2}\times 2^{n-5}\,\text{fen.}^{n-4}A \pm \text{ec.}$$

regnando i fegni inferiori quando $n = 4m$.

Quefta ferie non ha altro divario dalla (λ), fe non per l'unità che v'è aggiunta. Si convertirà dunque del pari nella ferie (μ), con due fole differenze, cioè che in vece dei feni qui avremo i cofeni degli archi multiplici, e che l'uni-

tà, nelle veci di cui possiam mettere cos.$(n-n)A$, ed alla qual tocca allora l'ultimo luogo, sarà moltiplicata con la somma de' coefficienti di tutti gli altri coseni. Se $n=2$, questa somma sarà $1-n=-\frac{n-1}{1}$. Se $n=4$, sarà ella $-\frac{n-1}{1}+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}$. Se $n=6$, si avrà $\frac{(n-1)(n-2)}{1.2}-\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}=-\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3}$. Donde si vede che in generale l'ultimo fattore, così nel numeratore come nel denominatore dell'anzidetta somma, è sempre $\frac{1}{2}n$, ed il numero de' fattori di sopra e di sotto è pure $\frac{1}{2}n$. Tutto si può avverar facilmente, ponendo, nell'equazione (λ), $(1-\text{cos.}nA)$ in iscambio di sen.nA, e rifacendo le operazioni che l'hanno trasformata nella (μ). Sarà dunque

$$(\xi)\quad \pm 2^{n-1}\,\text{sen.}^n A=\text{cos.}nA-n\,\text{cos.}(n-2)A+\frac{n(n-1)}{2}\,\text{cos.}(n-4)A$$
$$-\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\,\text{cos.}(n-6)A\ldots\pm\frac{(n-1)\ldots\frac{1}{2}n}{1\ldots\frac{1}{2}n}\,\text{cos.}(n-n)A\,;$$

li segni superiori valendo quando $n=4m$.

§. X.

Trovar la formola generale delle potenze del Coseno dell' arco semplice, espresse da coseni dell' arco multiplice.

La formula (η) non differisce dalla (α), se non per aver li coseni nelle veci de' seni. Si avrà dunque, a similitudine della (λ), ma senza il doppio segno, poichè nella (η) la massima potestà di cos.A è sempre positiva,

$$(\pi)\quad \text{cos.}nA=2^{n-1}\,\text{cos.}^n A-n.2^{n-3}\,\text{cos.}^{n-2}A+\frac{n(n-3)}{2}\times 2^{n-5}\text{cos.}^{n-4}A$$
$$-\frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}\times 2^{n-7}\,\text{cos.}^{n-6}A+\text{ecc.}$$

Facendo subire a questa equazione le trasformazioni, che hanno servito a convertire la (λ) nella (μ), si troverà

$$(\rho)\ 2^{n-1}\cos.^n A = \cos. nA + n\cos.(n-2)A + \frac{n(n-1)}{2}\cos.(n-4)A + \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}\cos.(n-6)A + \text{ecc.}$$

equazione, che risolve il problema per n *dispari*, ed è finita in termini $\frac{n+1}{2}$.

L'equazione finita, per n *pari*, si ricava dalla (θ). Si osservi che questa non differisce in altro dalla (γ), se non per aver le potenze de' coseni in cambio di quelle de' seni, e la massima dignità di cos. A sempre positiva. Si ha dunque in prima, a similitudine della (γ), la seguente espressione dell'equazione (θ).

$$(\varsigma)\ \cos nA = \pm 1 + 2^{n-1}\cos.^n A - n.2^{n-3}\cos.^{n-2}A + \frac{n(n-3)}{2} \times 2^{n-5}\cos.^{n-4}A - \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3} \times 2^{n-7}\cos.^{n-6}A + \text{ecc.}$$

Ma questa equazione è la stessa della (π), senz'altro divario che l'unità di più nel secondo membro. Si convertirà dunque del pari nell'equazione (ρ), colla giunta soltanto dell'unità, co' segni alterni, moltiplicata per la somma de' coefficienti de' coseni degli archi multiplici, a quella guisa che s'è mostrato nel precedente §. La somma ha qui pure la stessa forma, se non che l'ultimo fattore nel numeratore è $\frac{1}{2}(n+2)$, e nel denominatore $\frac{1}{2}(n-2)$. Laonde, per il caso di n *pari*, basta l'equazione (ρ), purchè se le aggiunga il termine $+\frac{(n-1)\ldots\ldots\frac{1}{2}(n+2)}{1\ldots\ldots\frac{1}{2}(n-2)}\cos.(n-n)A$, il qual sarà l'ultimo in tutti i casi.

Le sette formule (λ, μ....ς) non essendo state trovate *a priori* da altri ch'io sappia, m'è parso bene, che tal dimostrazione non manchi alla Trigonometria, tanto più ch'è sì agevole e piana. Le tre (μ, ξ, ρ) rappresentano le due tavole (*Trig.* 127), dalle quali sono state finora dedotte empiricamente, quand'era dicevole troppo più cercar prima le generali, e da quelle ritrar le particolari.

§. XI.

Sommare ogni serie di Seni d'archi in progressione aritmetica.

Sia la serie generalissima sen.A + sen.$(A+B)$ + sen.$(A+2B)$ ..... + sen.$(A+pB)$, di cui si dimanda la somma. E poichè è notissimo che (*Trig. Tav. II, form.* 23)

$$\cos.(A-\tfrac{1}{2}B) - \cos.(A+\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{sen}.\tfrac{1}{2}B\,\text{sen}.A$$
$$\cos.(A+\tfrac{1}{2}B) - \cos.(A+\tfrac{3}{2}B) = 2\,\text{sen}.\tfrac{1}{2}B\,\text{sen}.(A+B)$$
$$\cos.(A+\tfrac{3}{2}B) - \cos.(A+\tfrac{5}{2}B) = 2\,\text{sen}.\tfrac{1}{2}B\,\text{sen}.(A+2B)$$

se si piglia la somma di queste tre equazioni, si ha

$$\cos.(A-\tfrac{1}{2}B) - \cos.(A+\tfrac{5}{2}B) = 2\,\text{sen}.\tfrac{1}{2}B(\text{sen}.A+\text{sen}.(A+B)+\text{sen}.(A+2B)).$$

Or si noti, che qui essendo $p=2$, riesce $\frac{5}{2}B = \frac{2p+1}{2}B$. E poichè per qualunque valore di p, è manifesto che sempre il secondo termine del primo membro ammette $\frac{2p+1}{2}$ per coefficiente di B, risulta

$$\text{sen}.A+\text{sen}.(A+B)+\text{sen}.(A+2B)....+\text{sen}.(A+pB) = \frac{\cos.(A-\tfrac{1}{2}B)-\cos.(A+\frac{2p+1}{2}B)}{2\,\text{sen}.\tfrac{1}{2}B}$$

$$= \frac{\text{sen}.\frac{p+1}{2}B\,\text{sen}.(A+\tfrac{1}{2}pB)}{\text{sen}.\tfrac{1}{2}B}.$$

Se la serie è infinita, $\cos.\left(A+\frac{2p+1}{2}B\right)$ sparisce, poichè $\cos.(A+\tfrac{1}{2}B+pB) = \cos.(A+\tfrac{1}{2}B)\cos.pB - \text{sen}.(A+\tfrac{1}{2}B)$ sen.pB; li quali due termini si dileguano, per non essere assegnabili il coseno ed il seno dell'arco infinito pB: laonde

$$\text{sen}.A+\text{sen}.(A+B)+\text{sen}.(A+2B)+\text{ecc. all'infinito} = \frac{\cos.(A-\tfrac{1}{2}B)}{2\,\text{sen}.\tfrac{1}{2}B}.$$

Che se $A=B$, sarà

$$\text{sen}.B + \text{sen}.2B + \text{sen}.3B + \text{ecc. all'infinito} = \tfrac{1}{2}\cot.\tfrac{1}{2}B.$$

Si noti, il che sembra fuggito ad altri, che quando la progressione fosse decrescente, le stesse formule nulla meno varrebbero facendovi B negativo. E ciò basti detto una volta.

§. XII.

Sommare ogni ſerie di Coſeni d'archi in progreſſione aritmetica.

Sia da ſommare la ſerie generaliſſima $\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B) \ldots + \text{coſ.}(A+pB)$. Eſſendo notiſſimo che (*Trig. Tav. II.*, *form.* 22.)

$$\text{ſen.}(A+\tfrac{1}{2}B) - \text{ſen.}(A-\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{coſ.}A$$
$$\text{ſen.}(A+\tfrac{3}{2}B) - \text{ſen.}(A+\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{coſ.}(A+B)$$
$$\text{ſen.}(A+\tfrac{5}{2}B) - \text{ſen.}(A+\tfrac{3}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\,\text{coſ.}(A+2B)$$

ſe ſi prende la ſomma di queſte tre equazioni, ſi ha

$$\text{ſen.}(A+\tfrac{5}{2}B) - \text{ſen.}(A-\tfrac{1}{2}B) = 2\,\text{ſen.}\tfrac{1}{2}B\big(\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B)\big).$$

Dunque, ſenza ripetere il detto nel precedente §.,

$$\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B) \ldots + \text{coſ.}(A+pB) = \frac{\text{ſen.}(A+\frac{2p+1}{2}B) - \text{ſen.}(A-\frac{1}{2}B)}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}$$

$$= \frac{\text{ſen.}\frac{1}{2}(p+1)B\,\text{coſ.}(A+\frac{1}{2}pB)}{\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

Se $p = \infty$, il termine $\text{ſen.}(A+\frac{2p+1}{2}B)$ ſpariſce, a tenor del moſtrato nell'antecedente §., e rimane

$$\text{coſ.}A + \text{coſ.}(A+B) + \text{coſ.}(A+2B) + \text{ecc. all' infinito} = -\frac{\text{ſen.}(A-\frac{1}{2}B)}{2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B}.$$

Che ſe inoltre $A = B$, riſulta

$$\text{coſ.}B + \text{coſ.}2B + \text{coſ.}3B + \text{ecc. all' infinito} = -\tfrac{1}{2}.$$

E' ammirabile la ſemplicità, con la quale pervengono direttamente a queſta formula, ed all' ultima del §. precedente, per diverſe ſtrade, il Sig. Cav. *Lorgna* (*Tom. I. di queſta Società*, *pag.* 358), ed il P. *Fontana* (*Tom. II.*, *pag.* 424).

§. XIII.

Sommare la ſerie $S = \text{ſen.}^n A + \text{ſen.}^n(A+B) + \text{ſen.}^n(A+2B) \ldots + \text{ſen.}^n(A+pB)$.

Sia primieramente n numero *diſpari*: ſarà, per la (μ),

$$\pm S = \frac{1}{2^{n-1}}\big(\text{ſen.}nA + \text{ſen.}n(A+B) + \text{ſen.}n(A+2B) \ldots + \text{ſen.}n(A+pB)\big)$$

$$-\frac{n}{2^{n-1}}\left(\text{sen.}(n-2)A+\text{sen.}(n-2)(A+B)+\text{sen.}(n-2)(A+2B)\ldots+\text{sen.}(n-2)(A+pB)\right)$$

$$+\frac{n(n-1)}{2^n}\left(\text{sen.}(n-4)A+\text{sen.}(n-4)(A+B)+\text{sen.}(n-4)(A+2B)\ldots+\text{sen.}(n-4)(A+pB)\right)$$

$$-\frac{n(n-1)(n-2)}{3.2^n}\left(\text{sen.}(n-6)A+\text{sen.}(n-6)(A+B)+\text{sen}(n-6)(A+2B)\ldots+\text{sen.}(n-6)(A+pB)\right)$$

$+$ ecc.

Dunque in virtù del §. XI., e stando alle regole della (μ) circa il segno doppio, e la quantità de' termini,

$$\pm S=\frac{\text{sen.}\frac{1}{2}n(p+1)B\,\text{sen.}n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{sen.}\frac{1}{2}nB}-\frac{n\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-2)(p+1)B\,\text{sen.}(n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-2)B}$$

$$+\,n(n-1)\,\text{sen.}\tfrac{1}{2}(n-4)(p+1)B\,\text{sen.}(n-4)(A+\tfrac{1}{2}pB):\ 2^n\,\text{sen.}\tfrac{1}{2}(n-4)B$$

$$-\frac{n(n-1)(n-2)\ \text{sen.}\frac{1}{2}(n-6)(p+1)B\ \text{sen.}(n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3.2^n\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-6)B}+\text{ecc.}$$

Se $n=3$, per esempio, si ha $S=-\dfrac{\text{sen.}\frac{1}{2}(p+1)B\,\text{sen.}3(A+\frac{1}{2}pB)}{4\,\text{sen.}\frac{1}{2}B}$

$$+\frac{3\,\text{sen.}\frac{1}{2}(p+1)B\,\text{sen.}(A+\frac{1}{2}pB)}{4\,\text{sen.}\frac{1}{2}B}.$$

All'altro caso di n *pari* serve la (ξ). Siccome questa, ricevendo la legge dalla (γ) da cui deriva, si tronca in termini $\frac{n+2}{2}$, o vero in termini $\frac{n}{2}$ se si lascia da parte l'ultimo, il qual rimane un coefficiente isolato qualor si rimetta l'unità nelle veci di cos.$(n-n)A$: così trattando la (ξ), come ho fatto or ora della (μ), ogni termine darà una serie, di cui si prenderà la somma nel §. XII.; le serie saranno dunque $\frac{1}{2}n$ di numero; ed il sopraddetto coefficiente isolato, sempre diviso per 2^{n-1}, sarà ripetuto $(p+1)$ volte, cioè quanti sono li termini della serie S. Ciò inteso, e serbate le regole della (ξ) circa il doppio segno, si troverà

$$\pm S=\frac{\text{sen.}\frac{1}{2}n(p+1)B\,\text{cos}\,n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{sen.}\frac{1}{2}nB}-\frac{n\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-2)(p+1)B\,\text{cos.}(n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-2)B}$$

$$+\,n(n-1)\,\text{sen.}\tfrac{1}{2}(n-4)(p+1)B\,\text{cos.}(n-4)(A+\tfrac{1}{2}pB):\ 2^n\,\text{sen.}\tfrac{1}{2}(n-4)B$$

$$-\frac{n(n-1)(n-2)\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-6)(p+1)B\ \text{cos.}(n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3.2^n\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-6)B}+\ldots\ldots$$

$$\pm \frac{p+1}{2^{n-1}} \times \frac{(n-1)(n-2)\ldots\ldots\frac{1}{2}n}{1.2\ldots\ldots\frac{1}{2}n}.$$

Se $n=4$, per esempio, si ha $S = \frac{\text{sen.}2(p+1)B\,\text{cos.}4(A+\frac{1}{2}pB)}{8\,\text{sen.}2B}$ $- \frac{\text{sen.}(p+1)B\,\text{cos.}\,2(A+\frac{1}{2}pB)}{2\,\text{sen.}B} + \frac{(p+1)3}{8}$.

§. XIV.

Sommare la serie $S = \text{cos.}^n A + \text{cos.}^n(A+B) + \text{cos.}^n(A+2B)\ldots + \text{cos.}^n(A+pB)$.

La serie S si svolgerà col mezzo della (ρ), alla maniera del precedente §., e prese nel XII le somme delle serie parziali, il cui numero, per *n dispari*, sarà $\frac{n+1}{2}$, si avrà

$$S = \frac{\text{sen.}\frac{1}{2}n(p+1)B\,\text{cos.}n(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{sen.}\frac{1}{2}nB} + \frac{n\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-2)(p+1)B\,\text{cos.}(n-2)(A+\frac{1}{2}pB)}{2^{n-1}\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-2)B}$$
$$+ n(n-1)\,\text{sen.}\tfrac{1}{2}(n-4)(p+1)B\,\text{cos.}(n-4)(A+\tfrac{1}{2}pB) : 2^n\,\text{sen.}\tfrac{1}{2}(n-4)B$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-6)(p+1)B\,\text{cos.}(n-6)(A+\frac{1}{2}pB)}{3.2^n\,\text{sen.}\frac{1}{2}(n-6)B} + \text{ecc.}$$

Per il caso di *n pari* serve questa medesima formula, della quale però si dee prendere solamente $\frac{n}{2}$ termini, ed aggiungere a quelli il coefficiente isolato, che si trovò nel §. X, moltiplicato per $(p+1)$ e diviso da 2^{n-1}, siccome s'è visto nel passato problema. Questo ultimo termine sarà dunque $\frac{p+1}{2^{n-1}} \times \frac{(n-1)(n-2)\ldots\ldots\frac{1}{2}(n+2)}{1.2\ldots\ldots\frac{1}{2}(n-2)}$.

Per trovare le somme de' §§. XI., e XII., *Eulero* è ricorso alla teoria delle serie ricorrenti. Per quelle non meno, che per le susseguenti, il P. *Fontana* s'è servito degl' immaginarj (*loc. cit. pag.* 429 *a* 453); e sebbene le sue espressioni finali sembrino molto diverse dalle mie, pur si riducono a queste agevolmente, e sono del tutto equivalenti. Finalmente il Sig. Cav. *Lorgna* avea già applicato a questi problemi (*loc. cit. pag.* 361) un suo metodo vasto per la

somma

ſomma generale delle ſerie, dove ſi vale del termine generale ſotto forma differenziale. Se io mi ſono attentato a mettervi ancora la mano, mi luſingo non ſia per rincreſcere il vederli ſuperati per la prima volta dalle ſole forze della Trigonometria.

Il Sig. Cav. *Lorgna* avendo inoltre ſottomeſſo a quel ſuo metodo la ſommazione delle ſerie delle tangenti e delle cotangenti, delle ſecanti e delle coſecanti d'archi in progreſſione aritmetica, è pervenuto ad eſpreſſioni ſotto forme integrabili ne' caſi particolari non però generalmente: il perchè tai problemi ſembrano ancora ineſpugnabili dalle armi trigonometriche puramente. Non è così dei ſeguenti.

§. XV.

Sommare la ſerie delle tangenti e delle cotangenti d'archi in progreſſione geometrica creſcente.

E' noto che (*Trig. Tav. I*, *form.* 39)

$\cot. B - \cot. 2B = \frac{1}{2}(\text{tang.}\ B + \cot.\ B)$

$\cot. 2B - \cot. 4B = \frac{1}{2}(\text{tang.}\ 2B + \cot.\ 2B)$

$\cot. 4B - \cot. 8B = \frac{1}{2}(\text{tang.}\ 4B + \cot.\ 4B)$

Dunque ſommando un numero n di queſte equazioni così progredienti, ſarà

$$\cot. B - \cot. 2^n B = \tfrac{1}{2}(\text{tang.} B + \cot. B + \text{tang.} 2^1 B + \cot. 2^1 B + \text{tang} 2^2 B + \cot. 2^2 B \ldots\ldots + \text{tang.}\ 2^{n-1} B + \cot.\ 2^{n-1} B).$$

§. XVI.

Sommare la ſerie delle tangenti d'archi in progreſſione geometrica decreſcente.

Queſto problema ſi riſolve agevolmente, ſe le tangenti ſiano diviſe da coefficienti nella medeſima progreſſione degli archi. Di fatti (*Trig. Tav. I*, *form.* 39)

$\frac{1}{2}\cot. \frac{1}{2} A - \frac{1}{1}\cot.\ A = \frac{1}{2}\,\text{tang.} \frac{1}{2} A$

$\frac{1}{4}\cot. \frac{1}{4} A - \frac{1}{2}\cot. \frac{1}{2} A = \frac{1}{4}\,\text{tang.} \frac{1}{4} A$

$\frac{1}{8}\cot. \frac{1}{8} A - \frac{1}{4}\cot. \frac{1}{4} A = \frac{1}{8}\,\text{tang.} \frac{1}{8} A$

Dunque da un numero n di sì fatte equazioni ſommate inſieme ſi avrà

$$\frac{1}{2^n}\text{cot.}\frac{A}{2^n}-\text{cot.}A=\tfrac{1}{2}\text{tang.}\tfrac{1}{2}A+\tfrac{1}{4}\text{tang.}\tfrac{1}{4}A+\tfrac{1}{8}\text{tang.}\tfrac{1}{8}A\ldots\ldots+\frac{1}{2^n}\text{tang.}\frac{A}{2^n}.$$

Se $n=\infty$, sarà $\frac{A}{2^n}$ un arco infinitamente piccolo, e $\text{cot.}\frac{A}{2^n}=\frac{1}{\text{tang.}\frac{A}{2^n}}=\frac{1}{\frac{A}{2^n}}=\frac{2^n}{A}$. La somma della serie infinita sarà dunque $\frac{1}{A}-\text{cot.}A$. E se fosse inoltre $A=90°$, sarebbe $\frac{1}{90°}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\text{tang.}\frac{90}{4}+\frac{1}{8}\text{tang.}\frac{90}{8}+\text{ecc.}$

Questo problema è stato con equivalenti risultati anche sciolto per altro metodo dal Sig. Cav. *Lorgna*, nelle Memorie di Turino pegli anni 1786, 1787, pag. 215.

§. XVII.

Sommare la serie delle cosecanti d' archi crescenti in progressione geometrica.

Poichè (*Trig.* 77)

$$\text{cot.}\tfrac{1}{2}A-\text{cot.}A=\frac{1}{\text{sen.}A}=\text{cosec.}A$$

$$\text{cot.}A-\text{cot.}2A=\frac{1}{\text{sen.}2A}=\text{cosec.}2A$$

$$\text{cot.}2A-\text{cot.}4A=\frac{1}{\text{sen.}4A}=\text{cosec.}4A$$

sarà, per un numero n di equazioni, così procedenti, sommate insieme,

$$\text{cot.}\tfrac{1}{2}A-\text{cot.}2^{n-1}A=\text{cosec.}A+\text{cosec.}2A+\text{cosec.}4A\ldots.+\text{cosec.}2^{n-1}A$$

§. XVIII.

Sommare la serie $\text{cosec.}A+\text{cosec.}\left(\frac{c}{n}+A\right)+\text{cosec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)$ $+\text{ecc.}$ *dove* n *è numero dispari.*

Nella serie (α), finita per n dispari, n essendo il coefficiente di sen.A, o sia della prima potestà di sen.A, e 2^{n-1} il coefficiente della massima, come s'è già veduto (§. VI.), ne viene, secondo la teoria delle equazioni, che $\frac{n}{2^{n-1}}$ è uguale ai prodotti di ($n-1$) radici, combinate in tutte le maniere possibili: laonde $n = 2^{n-1}\left(\text{sen.}A \text{ sen.}\left(\frac{c}{n}+A\right) \ldots + \text{sen.}A \text{ sen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) \ldots + \text{sen.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{sen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)\ldots + \text{ecc.}\right)$ Dividendo questa equazione per la prima del §. VI, emerge $\frac{n}{\text{sen.}nA} = \pm\left(\frac{1}{\text{sen.}\left(\frac{2c}{n}+A\right)} + \frac{1}{\text{sen.}\left(\frac{c}{n}+A\right)} + \frac{1}{\text{sen.}A} + \text{ecc.}\right)$

E però

$$\pm n \text{ cosec.}\, nA = \text{cosec.}\, A + \text{cosec.}\left(\frac{c}{n}+A\right) + \text{cosec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) + \text{ecc.}$$

fino ad n termini, ed il segno negativo valendo qualvolta $n = 4m - 1$.

§. XIX.

Sommare la serie $\text{sec.}A + \text{sec.}\left(\frac{c}{n}+A\right) + \text{sec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) + \text{ecc.}$ *dove* n *è numero dispari.*

Nella serie (n), finita per n dispari, si ha parimente $\frac{n}{2^{n-1}}$ = ai prodotti di ($n-1$) radici come sopra: laonde $n = 2^{n-1}\left(\text{cos.}A \text{ cos.}\left(\frac{c}{n}+A\right) \ldots + \text{cos.}A \text{ cos.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) \ldots + \text{cos.}\left(\frac{c}{n}+A\right)\text{cos.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) \ldots + \text{ecc.}\right)$. Dividendo questa equazione per la quarta del §. VI., facilmente si giugne alla seguente.

$$n \text{ sec.}\, nA = \text{sec.}\, A + \text{sec.}\left(\frac{c}{n}+A\right) + \text{sec.}\left(\frac{2c}{n}+A\right) + \text{ecc. fino ad } n \text{ termini.}$$

A questa formula, ed a quella del precedente §. tornano quelle trovate da *Eulero* per altra via (247, 248).

CAPITOLO QUARTO.

Risoluzione numerica delle equazioni di quarto grado per mezzo della Trigonometria.

La tavola, che ho prodotto (*Trig. Tav.* V), per la soluzione numerica d'ogni equazione del secondo e del terzo grado per mezzo della Trigonometria, ha paruto riscuotere il gradimento di molti, siccome quella che guida la mano del Calcolatore senza veruno studio e con tutta sicurezza. Or m'accingo a prestargli lo stesso comodo per qualsivoglia equazione del quarto grado, la qual rappresento, spogliata del secondo termine come ognun sa potersi far sempre, con la formula generale

(τ) $x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0$

e spezzatala in due fattori del secondo grado, per esempio ($x^2 + mx + n$), ($x^2 - mx + r$), ottengo moltiplicandoli insieme, $x^4 + (n + r - m^2)\,x^2 + m\,(r - n)\,x + nr = 0$; onde spicca essere $A = n + r - m^2$, $B = m(r - n)$, $C = nr$. Quindi poi nasce $r + n = A + m^2$, $r - n = \frac{B}{m}$, le quali due equazioni, sommate e sottratte l'una con l'altra, danno

(υ) $2r = A + m^2 + \frac{B}{m}$; $2n = A + m^2 - \frac{B}{m}$.

Ora queste moltiplicate insieme producono $4nr = A^2 + 2Am^2 + m^4 - \frac{B^2}{m^2}$, e posto $4C$ in luogo di $4nr$, se ne ricava

(ϕ) $m^6 + 2Am^4 + (A^2 - 4C)\,m^2 - B^2 = 0$

equazione cubica derivata, che si risolve come quelle del terzo grado, fatto $m^2 = y$; laonde avuto da essa il valore di m, si conseguiscono tosto dalle altre (υ) quelli di r, n; quindi li quattro di x dalle equazioni $x^2 + mx + n = 0$, $x^2 - mx + r = 0$: e questi sono

$x = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{(\frac{1}{4}m^2 - n)}$, ovvero $x = -\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}m^2 + \frac{B}{2m}\right)}$

$x = +\frac{1}{2}m \pm \sqrt{(\frac{1}{4}m^2 - r)}$, ovvero $x = +\frac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A - \frac{1}{4}m^2 - \frac{B}{2m}\right)}$

Tutto questo è notissimo ai Geometri, nè l'ho ripetuto alla distesa se non a comodo d'ogni lettore.

L'equazione (ϕ) contien sei valori di m; ma li tre positivi sono eguali ai tre negativi, uno all'altro, come appare dall'equazione $m^2 = y$, che dà $m = \pm\sqrt{y}$. Sostituito questo valore di m nell'equazione (ϕ), ella diviene $y^3 + 2Ay^2 + (A^2 - 4C)y - B^2 = 0$; per toglier dalla quale il secondo termine, pongasi $y = z - \frac{2}{3}A$, e sorgerà finalmente l'equazione, che si ha da risolvere, cioè:

(χ) $z^3 - (\frac{1}{3}A^2 + 4C)z + (\frac{8}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2) = 0$

Per trovare il valore, o valori, di z, col mezzo della Trigonometria, la mia Tavola V esibisce le seguenti formule.

Caso I. Se $4(\frac{1}{3}A^2 + 4C)^3 < 27(\frac{8}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2)^2$, si ha

(ψ) $\text{sen.}\,D = \dfrac{\frac{1}{3}A^2 + 4C}{8AC - \frac{2}{9}A^3 - 3B^2} \times 2\sqrt{(\frac{1}{9}A^2 + \frac{4}{3}C)} = \dfrac{A^2 + 12C}{24AC - \frac{2}{3}A^3 - 9B^2} \cdot \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$

$\text{tang.}\,E = \sqrt[3]{\text{tang.}\,\frac{1}{2}D}$

(ω) $z = -\dfrac{\frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}}{\text{sen.}\,2E}$.

Caso II. Se poi $4(\frac{1}{3}A^2 + 4C)^3 >$ ovvero $= 27(\frac{8}{3}AC - \frac{2}{27}A^3 - B^2)^2$, si ha, dopo fatto il calcolo del secondo membro della sola equazione (ψ), al qual do tuttavia, benchè impropriamente in tal caso, il nome di sen. D,

$\text{sen.}\,3F = \dfrac{1}{\text{sen.}\,D}$

$z = \pm\,\text{sen.}\,F \times \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$

$z = \pm\,\text{sen.}(60° - F) \times \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$

$z = \mp\,\text{sen.}(60° + F) \times \frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$

ne' quali tre valori di z si dee pigliare il segno superiore quando l'omogeneo di comparazione nella (χ) è positivo, l'inferiore se il detto omogeneo sia negativo.

Nel calcolar le equazioni precedenti, cominciando dalla (ψ), si deono mutare i segni di A, C, secondo che ciaf-

cuna di queste quantità fosse negativa nell'equazione (τ). Che se essendo C negativo, sia inoltre $4C > \frac{1}{3}A^2$, allora il secondo termine della (χ) diventa positivo, e fa d'uopo mettere nella (ψ) tang. D in cambio di sen. D, nelle (ψ, ω) $-(A^2 + 12C)$ in luogo di $(A^2 + 12C)$, e nella (ω) tang. $2E$ in vece di sen. $2E$.

Esposte le formule con li loro accidenti, daremo ora in succinto il tipo di tutto il calcolo e delle regole da eseguirsi in qualunque caso.

Equazion da risolvere: $x^4 + Ax^2 + Bx + C = 0$

Nelle seguenti equazioni si muteranno i segni di A, C, se in questa fossero negativi: si farà $A = 0$, se qui mancasse il secondo termine: e si osserveranno sempre le regole de' segni per le linee trigonometriche.

$$\text{sen.}D = \frac{A^2 + 12C}{24AC - \frac{2}{3}A^3 - 9B^2} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$
$$\text{tang.}E = \sqrt[3]{\text{tang.}\tfrac{1}{2}D}$$
$$z = -\frac{\frac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}}{\text{sen. }2E}$$

Che se C sia negativo, ed inoltre $12C > A^2$, si metterà in queste formule $-(A^2 + 12C)$ in cambio di $A^2 + 12C$, tang. D in luogo di sen. D, e tang. $2E$ in vece di sen. $2E$.

Ma se risulti dal calcolo sen. $D > 1$, allora i valori reali di z saranno tre, e trascurate le due ultime formule, si avrà

$$\text{sen. }3F = \frac{1}{\text{sen. }D}$$
$$z = \text{sen.}F \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$
$$z = \text{sen.}(60° - F) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$
$$z = -\text{sen.}(60° + F) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(A^2 + 12C)}$$
$$m = \sqrt{(z - \tfrac{2}{3}A)}$$

L'ultima equazione vale in tutti i casi; e quando i valori di z sono tre, porge altrettanti valori di m, ciascuno de' quali introdotto nelle seguenti, produce gli stessi quattro valori della quantità ignota.

$$x = -\tfrac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\tfrac{1}{3}A - \tfrac{1}{4}z + \frac{B}{2m}\right)}$$
$$x = +\tfrac{1}{2}m \pm \sqrt{\left(-\tfrac{1}{3}A - \tfrac{1}{4}z - \frac{B}{2m}\right)}$$

ESEMPIO I.

Sia da risolvere l'equazione $x^4 + 3x^2 + 30x + 32 = 0$. E' dunque $A = 3$, $B = 30$, $C = 32$. E però

$$\text{sen.}\, D = \frac{9 + 12.32}{24.96 - 18 - 9.900} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(9+4.96)} = \frac{131}{-1938} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{393}$$

log. 393	= 2.5943926	$D = 243^\circ\, 17' 51'', 04$	
sua metà	1.2971963	$\frac{1}{2}D = 121\ 38\ 55, 52$	
log. 2	= 0.3010300	− log. tang. $\frac{1}{2}D$	= 0.2101530
compl.log. 3	= 9.5228787	− log. tang. E	= 0.0700510
log. $\frac{2}{3}\sqrt{393}$	= 1.1211050	$E = 130^\circ\, 23' 56'', 58$	
log. 131	= 2.1172713	$2E = 260\ 47\ 53, 16$	
−compl.log. 1938	= 6.7126462	− log. $\frac{2}{3}\sqrt{393}$	= 1.1211050
− log. sen. D	= 9.9510225	−compl.log.sen. $2E$	= 0.0056252
		log. z	= 1.1267302

$z = 13, 388446$

$m = \sqrt{(13, 388446 - 2)} = \sqrt{(11, 388446)}$

log. 11, 388446 = 1. 0564644

sua metà 0. 5282322 = log. m = log. 3, 374677

$$x = -1,687339 \pm \sqrt{\left(-1 - 3,347111 + \frac{30}{6,749354}\right)} = -1, 687339$$

$\pm\sqrt{0, 097757} = -1, 687339 \pm 0, 312661$. E però

$x = -2$; $\qquad x = -1, 374678$;

gli altri due valori sono immaginarj.

ESEMPIO II.

Sia da risolvere l'equazione $x^4 - 3x^2 + 30x + 56 = 0$. E' dunque $A = -3$, $B = 30$, $C = 56$. E però

$$\text{sen.}\, D = \frac{9 + 12.56}{-24.3.56 + 18 - 9.900} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(9+672)} = \frac{227}{-4038} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{681}$$

Facendo i computi a norma del tipo, si troverà

$D = 257^\circ\, 57' 40'', 67$ $\qquad E = 132^\circ\, 58' 49'', 05$

$z = 17, 44064$ $\qquad m = \sqrt{19, 44064} = 4, 409154$

$x = -2$ $\qquad x = -2, 40916$

Gli altri due valori immaginarj.

ESEMPIO III.

Sia l'equazione $x^4 - 3x^2 - 30x - 88 = 0$, che dà $A = -3$, $B = -30$, $C = -88$. E' dunque C negativo, ed inoltre $12C > A^2$. E però

$$\text{tang.}D = \frac{12.88 - 9}{24.3.88 + 18 - 9.900} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{(12.88 - 9)}$$

$$= \frac{349}{-582} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{1047}$$

$D = 94^\circ\, 25'\, 13'', 94 \qquad E = 45^\circ\, 44'\, 14'', 66$

$z = -\text{cot.}2E \times \tfrac{2}{3}\sqrt{-(A^2 + 12C)} = -\text{cot.}2E \times \tfrac{2}{3}\sqrt{1047} = +0,555382$

$m = \sqrt{2,555382} = 1,598556$

$x = 0,799278 \pm \sqrt{10,244623} = 0,799278 \pm 3,200722$. Onde

$x = 4; \qquad x = -2,401444.$

Gli altri due valori sono immaginarj.

ESEMPIO IV.

Sia $x^4 - 12x^2 + 12x - 3 = 0$; laonde $A = -12$, $B = 12$, $C = -3$. E però

$$\text{sen.}D = \frac{144 - 36}{24.36. + 8.144 - 9.144} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{108} = \frac{108}{720} \times \tfrac{2}{3}\sqrt{108} = \frac{3}{20} \times 4\sqrt{3}.$$

Ma $\frac{3}{20} \times 4\sqrt{3} > 1$. Dunque $\text{sen.}\, 3F = \frac{20}{3} \times \frac{1}{4\sqrt{3}}$. Quindi

$z = 2,89898; \quad z = 4; \quad z = -6,89898$

$m = \sqrt{10,89898}; \; m = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}; \; m = \sqrt{1,10102}$. Onde

$m = 3,301361 \qquad m = 3,4641016 \qquad m = 1,049295$

Prendendo il secondo valore di z e di m, si hanno li quattro seguenti di x;

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{\left(4 - 1 + \frac{12}{4\sqrt{3}}\right)} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{(3 + \sqrt{3})}$$

$$x = +\sqrt{3} \pm \sqrt{(3 - \sqrt{3})}; \text{ ovvero}$$

$x = +0,4432768; \; x = -3,9073784; \; x = +2,8580831; \; x = +0,606018$

Che se si prende il primo valore di z e di m, nasce

$$x = -1,650680 \pm \sqrt{\left(4 - 0,724745 + \frac{6}{3,301361}\right)}$$

$$= -1,65068 \pm \sqrt{(3,275255 + 1,817432)}$$

$x =$

$x = +1,650680 \pm \sqrt{(3,275255 - 1,817432)}$; ovvero
$x = -1,65068 \pm 2,256698$; $x = +1,65068 \pm 1,207403$; cioè
$x = +0,606018$; $x = -3,907378$; $x = +2,858083$; $x = +0,443277$
Prendasi pure il terzo valore di z e di m, e si troveranno parimente gli stessi quattro valori di x.

CAPITOLO QUINTO.

Teoremi di Trigonometria rettilinea.

TEOREMA I.

Se due corde d'un cerchio scambievolmente si seghino, il rettangolo dai segamenti dell'una è uguale al rettangolo dai segamenti dell'altra.

Alla dimostrazione geometrica d'*Euclide* (*Lib.* 3, *prop.* 35) sia lecito aggiugnere la seguente, siccome resa più breve dal soccorso della trigonometria.

Siano AC, BD (fig. 1) le due corde che si segano in E, e dalle loro estremità si descriva il quadrilatero $ABCD$. E poichè nel triangolo ABE sta $AE : BE :: \text{sen.} ABE : \text{sen.} BAE :: \text{sen.} \frac{1}{2} Q : \text{sen.} \frac{1}{2} N$, detti Q, N, gli archi AD, BC. E similmente nel triangolo CDE sta $DE : CE :: \text{sen.} DCE : \text{sen.} CDE :: \text{sen.} \frac{1}{2} Q : \text{sen.} \frac{1}{2} N$. Sono dunque le ragioni $AE : BE$, $DE : CE$, le medesime alla medesima $\text{sen.} \frac{1}{2} Q : \text{sen.} \frac{1}{2} N$. E però $\frac{AE}{BE} = \frac{DE}{CE}$, onde nasce $AE \times CE = BE \times DE$, che è ciò che dovea dimostrarsi.

Lo stesso si sarebbe trovato col mezzo de' triangoli ADE, BCE.

TEOREMA II.

Del quadrilatero inscritto in un cerchio il rettangolo dalle diagonali è uguale ai rettangoli dai lati opposti. (fig. 1.)

$AC \times BD = 2 \text{ sen.} \frac{1}{2}(M + N) + 2 \text{ sen.} \frac{1}{2}(M + Q) = 2 \text{ cos.} \frac{1}{2}(N - Q) - 2 \text{ cos.} \left(M + \frac{1}{2}(N + Q)\right)$, *Trig. Tav. II. form.* 16. Ma $\frac{1}{2}(N + Q) = 180° - \frac{1}{2}(M + P)$. Dunque $\text{cos.} \left(M + \frac{1}{2}(N + Q)\right) = -\text{cos.} \frac{1}{2}(M - P)$. E però $AC \times BD = 2 \text{ cos.} \frac{1}{2}(N - Q) + 2 \text{ cos.} \frac{1}{2}(M - P) = 2 \text{ cos.} \frac{1}{2}(N + Q) + 4 \text{ sen.} \frac{1}{2} N \text{ sen.} \frac{1}{2} Q + 2 \text{ cos.} \frac{1}{2}(M + P)$

$+ 4$ sen. $\frac{1}{2} M$ sen. $\frac{1}{2} P$, in virtù della citata formula. Or come cos. $\frac{1}{2}$ $(N + Q) = -$ cos. $\frac{1}{2}(M + P)$, rimane $AC \times BD = 4$ sen. $\frac{1}{2} N$ sen. $\frac{1}{2} Q + 4$ sen. $\frac{1}{2} M$ sen. $\frac{1}{2} P$, ovvero

$$AC \times BD = BC \times AD + AB \times CD.$$

CAPITOLO SESTO.

Problemi di Trigonometria rettilinea.

Problema I.

Dati i lati del quadrilatero inscritto in un cerchio, trovar l'espressione analitica d'una delle sue diagonali. (fig. 1.)

Poichè (*Trigon. Tav. III, form.* 16) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC$ cos. $ABC = AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC$ cos. $ADC =$ $AB^2 + BC^2 + 2AB \times BC \times \frac{AD^2 + CD^2 - AC^2}{2AD \times CD}$, se ne ricava AC^2 $(AD \times CD + AB \times BC) = AD \times CD\,(AB^2 + BC^2) + AB \times BC$ $(AD^2 + CD^2)$; ovvero

$$AC = \sqrt{\frac{(AB \times AD + BC \times CD)(AB \times CD + AD \times BC)}{AB \times BC + AD \times CD}}$$

Problema II.

Date tre linee AB, BC, CD (fig. 2.), *trovare il raggio del circolo in cui esse sarebbero corde di tre archi, la somma de' quali sia di* 180°.

Sia $ABCD$ il semicircolo, a cui s'adattino nella condizione imposta le tre linee date; M, N, S gli archi sottesi, E il centro; e dicasi $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DE = x$; sarà sen. $\frac{1}{2} M = \frac{a}{2x}$, sen. $\frac{1}{2} N = \frac{b}{2x}$, sen. $\frac{1}{2} S = \frac{c}{2x}$. Ma sen. $\frac{1}{2} S$ $=$ sen. $\frac{1}{2}(180° - M - N) =$ cos. $\frac{1}{2}(M + N) =$ cos. $\frac{1}{2} M$ cos. $\frac{1}{2} N$ $-$ sen. $\frac{1}{2} M$ sen. $\frac{1}{2} N = \sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{4x^2}\right)}\sqrt{\left(1 - \frac{b^2}{4x^2}\right)} - \frac{ab}{4x^2} = \frac{c}{2x}$. Dunque $\left(1 - \frac{a^2}{4x^2}\right)\left(1 - \frac{b^2}{4x^2}\right) = \left(\frac{ab}{4x^2} + \frac{c}{2x}\right)^2$. Donde si cava

$$x^3 - \tfrac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2)\,x - \tfrac{1}{4}\,abc = 0$$

che è l'equazione a cui giugne anche il *Neuton* per diverſe altre vie (*Arith. univ. Sect.* 4, *Cap. I*).

PROBLEMA III.

Dati due lati e l'angolo intercetto d'un triangolo rettilineo, trovare il terzo lato. (fig. 3).

La formula unica, che riſolve queſto caſo, è (*Trig.*227), $BC = \sqrt{(AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \text{ coſ. } A)}$. Acciocchè ammetteſſe il computo per logaritmi, l'ho diviſa (228) in due formule, ciaſcuna delle quali contiene la differenza ($AC \backsim AB$). Quando queſta ſia piccola, può giovare all'eſattezza il valerſi piuttoſto della ſomma: e queſto è lo ſcopo del preſente problema.

Pongaſi, nella formula, ($2\text{ coſ.}^2 \tfrac{1}{2} A - 1$) in vece di coſ.$A$, e ſi avrà $BC = \sqrt{((AB + AC)^2 - 4\,AB \times AC \text{ coſ.}^2 \tfrac{1}{2} A)}$. Quindi, col favor delle traſformazioni (208), ſi ottiene

$$\text{coſ.}m = \frac{2 \text{ coſ. } \tfrac{1}{2} A}{AB + AC} \sqrt{AB \times AC}$$

$$BC = (AB + AC) \text{ ſen.} m.$$

PROBLEMA IV.

Conoſcendo un angolo, un lato adjacente, e la ſomma degli altri due lati, trovar l'altro lato adjacente.

Coi medeſimi dati ho compoſto (240) una formula, che determina l'altro angolo adjacente al lato noto. Eſſendomi poi venute ſott'occhio le faticoſe ſoluzioni del preſente problema, date dal *Wiſthon* (*Prælect. Aſtron. Lem. VI*), e dal *Paulino* (*Inſtit. Analyticæ*, *Romæ* 1738 *pag.* 198), mi poſi a cercarne una più ſemplice, e mi luſingo mi ſia venuto fatto.

In un triangolo ABC (fig. 3) ſiano le coſe note BC, B, e la ſomma ($AB + AC$). Se ſi fa $AB + AC = s$, e per conſeguente $AC = s - AB$, ſarà (*Trig. Tav. III*, *form.* 16) $(s - AB)^2 = BC^2 + AB^2 - 2BC \times AB \text{ coſ.}B = s^2 - 2s \times AB + AB^2$;

donde ſi cava $2AB(s - BC \text{ coſ.} B) = s^2 - BC^2 = (s - BC)(s + BC)$. Si reſtituiſca il valore di s, e ſi avrà

$$AB = \frac{\frac{1}{2}\big((AB + AC) - BC\big)\big((AB + AC) + BC\big)}{(AB + AC) - BC \text{ coſ.} B}$$

PROBLEMA V.

Conoſcendo un angolo, un lato adjacente, e la differenza degli altri due lati, trovar l'altro lato adjacente.

Procedendo come nel problema precedente, ſi troverà

$$AB = \frac{\frac{1}{2}\big(BC - (AB \backsim AC)\big)\big(BC + (AB \backsim AC)\big)}{BC \text{ coſ.} B - (AB \backsim AC)}$$

PROBLEMA VI.

Determinare le parti ignote d'un triangolo, nel qual ſi conoſcono un angolo, il lato oppoſto, ed il rettangolo dagli altri due lati. (fig. 3)

Siano le coſe note C, AB, e $(AC \times BC)$. Poichè AB : ſen. C :: BC : ſen. A, e AB : ſen. C :: AC : ſen. B; moltiplicando inſieme le due proporzioni, naſce AB^2 : ſen.$^2 C$ :: $AC \times BC$: ſen. A ſen. B. Ma (*Trig. Tav. II, form.* 16) ſen. A ſen. $B = \frac{1}{2}$ coſ. $(A \backsim B) - \frac{1}{2}$ coſ. $(A + B) = \frac{1}{2}$ coſ. $(A \backsim B) + \frac{1}{2}$ coſ. C. Dunque introducendo queſto valore nell'analogia, ſi raccoglie

$$\text{coſ.}(A \backsim B) = \frac{2(AC \times BC) \text{ ſen.}^2 C - AB^2 \text{ coſ.} C}{AB^2}$$

equazione, che porta alla cognizione degli angoli ignoti.

Per aver quella dei lati, s'è già veduto più volte che $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \text{ coſ.} C$. E' dunque $AB^2 + 2AC \times BC \text{ coſ.} C = AC^2 + BC^2 = (AC \underset{\backsim}{+} BC)^2 \mp 2AC \times BC$. Se s'introduce, in cambio di coſ. C, una volta $(2 \text{ coſ.}^2 \frac{1}{2} C - 1)$, facendo uſo inſieme de' ſegni ſuperiori; un'altra $(1 - 2 \text{ ſen.}^2 \frac{1}{2} C)$, e s'adoprino gl'inferiori; ſi ottiene

$$AC + BC = \sqrt{\left(AB^2 + 4(AC \times BC) \text{ coſ.}^2 \tfrac{1}{2} C\right)}$$
$$AC \backsim BC = \sqrt{\left(AB^2 - 4(AC \times BC) \text{ ſen.}^2 \tfrac{1}{2} C\right)}$$

PROBLEMA VII.

Conoſcendo i tre angoli e la ſomma dei tre lati, determinare qualſivoglia lato. (fig. 3).

Poichè BC : ſen. A : : AC : ſen. B : : AB : ſen. C : : $BC + AC + AB$: ſen. A + ſen. B + ſen. C, per la XII del V di *Euclide*, ſarà dunque

$$BC = \frac{(AB + AC + BC)\ \text{ſen.}\,A}{\text{ſen.}\,A + \text{ſen.}\,B + \text{ſen.}\,C}.$$

PROBLEMA VIII.

Conoſcendo due angoli, e il lato compreſo, trovar la perpendicolare cadente dal terzo angolo. Newton Arith. univ. Sect. 4, cap. II, probl. I.

Siano i dati A, B, AB (figg. 4, 5), il queſito CD. Poichè (Trig. 210) $BD = CD$ cot. B, e $AD = CD$ cot. A, ſarà $BD \pm AD = CD$ (cot. $B \pm$ cot. A) $= CD \times \frac{\text{ſen.}\,(A \pm B)}{\text{ſen.}\,A\ \text{ſen.}\,B}$, (*Tav.II.form.*21). Dunque

$$CD = \frac{AB\ \text{ſen.}\,A\ \text{ſen.}\,B}{\text{ſen.}\,(A \pm B)}$$

il ſegno inferiore valendo allorchè la perpendicolare cada fuori del triangolo, come nella fig. 5.

PROBLEMA IX.

Dati i tre lati, trovar la perpendicolare. (figg. 4, 5).

Moltiplicando inſieme le due formule (234, 213), ſi ha ſen. $\frac{1}{2} A$ coſ. $\frac{1}{2} A = \sqrt{\frac{(BC + AC - AB)(BC + AB - AC)}{4\,AB \times AC}} \times \sqrt{\frac{(BC + AC + AB)(AC + AB - BC)}{4\,AB \times AC}}$. Ma ſen. $\frac{1}{2} A$ coſ. $\frac{1}{2} A$ $= \frac{1}{2}$ ſen. $A = \frac{CD}{2\,AC}$. Dunque

$$CD = \frac{1}{2\,AB} \times \sqrt{(BC + AC + AB)(BC + AC - AB)(BC + AB - AC)(AC + AB - BC)}$$

PROBLEMA X.

Conoscendo un angolo, il lato opposto, e la perpendicolare da quello su questo, determinare gli altri due angoli. (figg. 4, 5).

Siano i dati ACB, AB, CD; e ACB si dica C. Poichè $\text{sen.}\,A = \frac{BC\ \text{sen.}\,C}{AB}$, e $BC = \frac{CD}{\text{sen.}\,B} = \frac{CD}{\text{sen.}\,(A+C)}$, è dunque $\text{sen.}\,A = \frac{CD\ \text{sen.}\,C}{AB\ \text{sen.}\,(A+C)}$, ovvero $\frac{CD\ \text{sen.}\,C}{AB} = \text{sen.}(A+C)\ \text{sen.}\,A = \frac{1}{2}\ \text{cos.}\,C - \frac{1}{2}\ \text{cos.}\,(2A+C)$, *Trig. Tav. II, form.* 16. Per conseguenza

$$\text{cos.}\,(2A+C) = \text{cos.}\,C - \frac{2\,CD\ \text{sen.}\,C}{AB}$$

equazione che fa conoscere l'angolo A, e quindi il terzo.

Che se in vece degli angoli si cercassero i lati, credo la via più breve sarebbe ancor quella di rintracciar prima gli angoli col mezzo di questa formola.

PROBLEMA XI.

Determinare gli angoli, quando la base, i lati, e la perpendicolare sono in continua proporzione geometrica. Newton loc. cit. probl. XV.

Sia (fig. 4) $\div\ AB : BC : AC : CD$; sarà ancora $AB : BC :: AC : CD$, il che costituisce simiglianza ne' triangoli ACB, ACD, e l'angolo ACB retto. Ora essendo $AB : BC :: BC : AC$, è pure per identità di ragioni $1 : \text{cos.}\,B :: 1 : \text{tang.}\,B$. Dunque $\text{tang.}\,B = \text{cos.}\,B$; e $\text{sen.}\,B = \text{cos.}^2 B = 1 - \text{sen.}^2 B$. Ma l'equazione $\text{sen.}^2 B + \text{sen.}\,B = 1$ dà $\text{sen.}\,B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = \text{cos.}\,A$. Dunque gli angoli sono determinati, e sono, trascurando i secondi, $B = 38° 10'$, $A = 51° 50'$, $C = 90°$.

PROBLEMA XII.

Essendo dati l'area, il perimetro, ed uno degli angoli, trovare il lato che gli è opposto. Newton probl. VIII.

Sia A l'angolo noto (figg. 4, 5), e si dica b^2 l'area, p il perimetro, x il lato cercato BC. Sarà $b^2 = \frac{1}{2} AB \times CD = \frac{1}{2} AB \times AC$ sen. A. Ora $AB + AC = p - x$; quindi $AB^2 + 2AB \times AC + AC^2 = p^2 - 2px + x^2 = p^2 - 2px + AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC$ cos. A, (*Trig. Tav. III, form.* 25). Dunque $2AB \times AC\ (1 + \text{cos.} A) = p^2 - 2px$. Ma dal trovato prima spicca $AB \times AC = \frac{2b^2}{\text{sen.} A}$. Sostituito questo valore, l'equazion precedente diviene $4b^2 \times \frac{1 + \text{cos.} A}{\text{sen.} A} = p^2 - 2px = 4b^2 \text{ cot.} \frac{1}{2} A$, (*Trig. Tav. I, form.* 41). Donde

$$x = \frac{1}{2} p - \frac{2b^2 \text{ cot.} \frac{1}{2} A}{p}.$$

PROBLEMA XIII.

Sottendere ad un angolo d'un triangolo dato scaleno una retta eguale al lato sottoposto al detto angolo, e che sia segata in due parti eguali dal medesimo lato. Questo problema è tratto da *Boulliaud*, Astronomia philol. lib. I, cap. XV.

Sia ABC (fig. 6) il triangolo scaleno dato. Si dimanda di sottendere all'angolo A una retta $DE = BC$; con questo, che sia $DF = FE = \frac{1}{2} BC$. Faccio $BD = x$, e nomino F ciascuno degli angoli uguali CFE, BFD.

E poichè BC : sen. A : : DE : sen. A, sarà pure, per identità di ragioni, AB : sen. C : : AD : sen. E : : $AB - x$: sen. $(C - F)$: : $AB - x$: : sen. C cos. F — cos. C sen. F. Ma sen. $F = \frac{BD \text{ sen.} B}{DF} = \frac{x \text{ sen.} B}{\frac{1}{2} BC}$, e per conseguenza cos. $F = \sqrt{\left(1 - \frac{x^2 \text{ sen.}^2 B}{\frac{1}{4} BC^2}\right)} = \frac{\sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)}}{\frac{1}{2} BC}$. Dunque AB : sen. C : : $AB - x$: sen. $C \times \frac{\sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)}}{\frac{1}{2} BC} - \text{cos.} C \times \frac{x \text{ sen.} B}{\frac{1}{2} BC}$. E però AB : BC sen. C, ovvero 1 : sen. A : : $AB - x$: 2 sen. $C \sqrt{(\frac{1}{4} BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} - 2x$ sen. B cos. C; donde nasce AB sen. $A - x$ sen. $A = 2$ sen. C

$\sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} - 2x \text{ sen.} B \text{ cos.} C$, o pure 2 sen. $C \sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ sen.}^2 B)} = AB \text{ sen.} A - x(\text{sen.} A - 2 \text{ sen.} B \text{ cos.} C)$. Ma sen. $A = \text{sen.}(B+C)$, e sen. $(B+C) - 2 \text{ sen.} B \text{ cos.} C = \text{sen.}(C-B)$, *Trig. Tav. II*, *form.* 15. Dunque 2 sen. $C \times \sqrt{(\frac{1}{4}BC^2 - x^2 \text{ sen}^2 B)} = AB \text{ sen.} A - x \text{ sen.}(C-B)$. Elevando al quadrato, ed osservando che AB sen. $A = BC$ sen. C, emerge $-4x^2 \text{ sen}^2 B \text{ sen}^2 C = 2x \times AB \text{ sen.} A \text{ sen.}(C-B) + x^2 \times \text{sen.}^2(C-B)$. Fatta la divisione per x, si raccoglie

$$x = \frac{2\ AB \text{ sen. A sen.}(C-B)}{\text{sen}^2(C-B) + 4 \text{ sen}^2 B \text{ sen}^2 C}$$

Trovato col mezzo di questa equazione il punto D, da quello come centro, e con l'intervallo $\frac{1}{2}BC$, si descriverà un cerchio, il quale taglierà BC in un punto F, e la retta tirata per li punti D, F, sino al concorso con la AC prolungata, avrà le condizioni richieste. Si potrebbe ancora trovare il punto E facilissimamente, poichè l'equazione medesima somministra il valore della CE, mutandovi solo AB in AC, e $(C-B)$ in $(B-C)$, come ognuno può ravvisar di leggieri nella dimostrazion precedente.

CAPITOLO SETTIMO.

Teoremi di Trigonometria sferica.

TEOREMA I.

Se due archi di cerchj ineguali insistano sulla medesima base, e siano minori ciascuno della semicirconferenza, maggiore è quello descritto dal raggio minore.

Nella Trigonometria (385) ho lasciato senza prova, come verità intuitiva apparente dall'operazion del compasso, questo teorema, da cui deriva per corollario; che l'arco di cerchio massimo (minor di 180°) è il più breve che possa condursi da un punto all'altro sopra la superficie della sfera. Essendomi poi abbattuto in diverse dimostrazioni geometriche, poco in vero sodisfacenti, ho tratto dall'analisi la seguente, che gode di tutta l'evidenza ed il rigor matematico.

Sia-

Siano (fig. 7) gli archi DBE, DAE, sottesi dalla medesima corda DE, e minori ciascuno di 180°; il primo de' quali sia descritto dal raggio FE, il secondo dal raggio CE; e sia $CE > FE$. Dico essere $DBE > DAE$.

E che sia il vero; la differenza dall'arco alla corda è contenuta nell'equazione, che segue, dimostrata (*Trig.* 152): cioè detto A l'arco, R il raggio; $A - 2\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}A = \frac{1}{3} \times \frac{\text{sen.}^3\,\frac{1}{2}A}{R^2} + \frac{3}{4.5} \times \frac{\text{sen.}^5\,\frac{1}{2}A}{R^4}$ + ecc. che per brevità rappresento così; $A - 2\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}A = \frac{m\,\text{sen.}^3\,\frac{1}{2}A}{R^2} + \frac{n\,\text{sen.}^5\,\frac{1}{2}A}{R^4}$ + ecc. Dunque fatto $DBE = B$, $DAE = A$, la corda $DE = 2K$, $CE = R$, $FE = r$, sarà $B - 2K = \frac{mK^3}{r^2} + \frac{nK^5}{r^4}$ + ecc., e $A - 2K = \frac{mK^3}{R^2} + \frac{nK^5}{R^4}$ + ecc. Ma per ipotesi essendo $R > r$, ne segue ognuno de' termini del secondo membro nell'ultima equazione esser minore d'ognuno de' termini simili nella penultima. Dunque $B - 2K > A - 2K$, e per conseguenza aggiungendo $2K$ da una parte dell'altra, risulta $B > A$, come dovea dimostrarsi.

L'equazione (152) non è applicabile agli archi maggiori di 180°; ma è cosa chiara che in quelli succede tutto il contrario, che nei minori: imperocchè le periferie essendo come i raggi, se dalla maggiore si toglie una porzione più piccola di quella che si detrae dalla minore, come s'è veduto or ora, la circonferenza rimanente nel cerchio più grande sarà maggior più che mai della rimanente nel piccolo.

TEOREMA II.

L'angolo a (*fig.* 8), *formato dalle corde degli archi* AB, AC, *è uguale a* $\frac{1}{2}$ P, *cioè alla metà dell'angolo al polo del cerchio minore che circoscrive il triangolo sferico* ABC, *dico dell'angolo al polo, opposto al terzo lato* BC.

Del cerchio, che passa per li punti A, B, C, sia descritta, a minor confusione, dal polo P la sola parte BMC.

Or questa è d'egual numero di gradi (*Trig.* 394 , 386) dell'angolo P: ed è inoltre doppia dell'angolo alla circonferenza, formato dalle corde aB, aC (*per la XX del III di Euclide*). Dunque ecc.

La facilità di questa dimostrazione non iscema già, ma piuttosto accresce l'importanza del presente Teorema, se si guarda aver egli costato a *Lexell* una buona pagina di lavoro analitico-trigonometrico (*Atti di Pietroburgo per* 1782, *pag.* 64).

TEOREMA III.

Se due archi di cerchio massimo, terminati ad un cerchio minore o massimo, si tagliano, il rettangolo dalle tangenti dei mezzi segamenti dell'uno è uguale al rettangolo dalle tangenti dei mezzi segamenti dell'altro.

Siano (fig. 9) AB, DE li due archi, che si tagliano in F, e sono terminati alla circonferenza $ADBE$, il cui polo è C; dal quale si tirino gli archi CA, CE, CF, e li perpendicolari CH, CG.

Ne' triangoli rettangoli CGF, CGA, che hanno il lato comune CG, sta (*Trig.* 451), cos. CF : cos. CA :: cos. GF : cos. GA. E similmente ne' triangoli CHF, CHE; cos. CF : cos. CE :: cos. HF : cos. HE. Ma per esser $CA = CE$, la prima ragione nelle due proporzioni è la stessa. Dunque cos. GF : cos. GA :: cos. HF : cos. HE; ovvero (*Tav. II form.* 13) cot. $\frac{1}{2}(GA + GF)$: tang. $\frac{1}{2}(GA - GF)$ :: cot. $\frac{1}{2}(HE + HF)$: tang. $\frac{1}{2}(HE - HF)$. Come poi ne' triangoli isosceli l'arco perpendicolare spartisce per mezzo la base, perciò $GA + GF = GB + GF = BF$; e similmente $HE + HF = DH + HF = DF$. E per conseguenza cot. $\frac{1}{2}BF$: tang. $\frac{1}{2}AF$ :: cot. $\frac{1}{2}DF$: tang. $\frac{1}{2}EF$; laonde

$$\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}AF\ \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}BF = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}DF\ \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}EF.$$

TEOREMA IV.

Le somme degli angoli opposti d'un quadrilatero sferico, inscritto in un cerchio minore, sono uguali. (fig. 10).

Sia P il polo del cerchio circoſcritto al quadrilatero $ABCD$, e per conſeguenza $AP = BP = CP = DP$. Ora $B + D = m + n + r + s$. Ma per eſſere iſoſceli i triangoli APB, APD, ecc. anche $A + C = m + r + n + s$. Dunque $A + C = B + D$.

TEOREMA V.

Se ad un cerchio minore ſia inſcritto un quadrilatero sferico con le ſue diagonali, il rettangolo dai ſeni delle mezze diagonali uguaglia la ſomma de' rettangoli dai ſeni delle metà de' lati oppoſti. (fig. 11)

Omeſſo il cerchio nella figura, s'intenda eſſere $ABCD$ il quadrilatero inſcritto; AC, BD li due archi diagonali di cerchio maſſimo; ed ognun de' ſei archi ſi ſupponga ſotteſo dalla ſua corda, la quale nominerò con lettere minuſcole corriſpondenti, dicendo ac quella dell'arco AC, ab quella dell'arco AB, ecc. Or s'è già provato ſopra (*Cap. V*, *Teor. II*), che $ac \times bd = bc \times ad + ab \times cd$. Dunque $2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}AC \times 2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}BD = 2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}BC \times 2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}AD + 2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}AB \times 2\,\text{ſen.}\frac{1}{2}CD$. E dividendo per 4,

$$\text{ſen.}\tfrac{1}{2}AC\ \text{ſen.}\tfrac{1}{2}BD = \text{ſen.}\tfrac{1}{2}BC\ \text{ſen.}\tfrac{1}{2}AD + \text{ſen.}\tfrac{1}{2}AB\ \text{ſen.}\tfrac{1}{2}CD$$

CAPITOLO OTTAVO.

Problemi di Trigonometria sferica.

PROBLEMA I.

Eſprimere uno degli archi diagonali con li lati del quadrilatero sferico inſcritto.

Ferme le condizioni della fig. 11, come nel precedente Teorema, ripiglieremo ciò che per le corde s'è dimoſtrato (*Cap. VI*, *Probl. I*) cioè che $ac = \sqrt{\dfrac{(ab.ad + bc.cd)\,(ab.cd + ad.bc)}{ab.bc + ad.cd}}$.

Donde naſce

$$\text{ſen.}\tfrac{1}{2}AC = \sqrt{\frac{(\text{ſen.}\frac{1}{2}AB\,\text{ſen.}\frac{1}{2}AD + \text{ſen.}\frac{1}{2}BC\,\text{ſen.}\frac{1}{2}CD)(\text{ſen.}\frac{1}{2}AB\,\text{ſen.}\frac{1}{2}CD + \text{ſen.}\frac{1}{2}AD\,\text{ſen.}\frac{1}{2}B\ldots}{\text{ſen.}\frac{1}{2}AB\ \text{ſen.}\frac{1}{2}BC + \text{ſen.}\frac{1}{2}AD\ \text{ſen.}\frac{1}{2}CD}}$$

PROBLEMA II.

Dati i tre lati d' un triangolo sferico, trovar l' espressione analitica dell' uno o dell' altro de' segamenti, costituiti dall' arco perpendicolare in qualsivoglia de' lati medesimi. (figg. 12, 13)

Sia AD l' arco perpendicolare sul lato BC del triangolo ABC. Si ha (*Tav. VI, form.* 5), tang. BD = cos. B tang. AB. Ma (*Tav. VII, form.* 9) $\text{cos.}\,B = \dfrac{\text{cos.}\,AC - \text{cos.}\,BC\,\text{cos.}\,AB}{\text{sen.}\,BC\,\text{sen.}\,AB}$.
Sostituito questo valore, risulta

$$\text{tang.}\,BD = \frac{\text{cos.}\,AC - \text{cos.}\,BC\ \text{cos.}\,AB}{\text{sen.}\,BC\ \text{cos.}\,AB}.$$

Nella stessa maniera si troverebbe

$$\text{tang.}\,CD = \frac{\text{cos.}\,AB - \text{cos.}\,BC\ \text{cos.}\,AC}{\text{sen.}\,BC\ \text{cos.}\,AC};$$

il che basti accennato una volta, anche per li tre problemi seguenti.

PROBLEMA III.

Dati due angoli e il lato compreso, esprimer uno de' segamenti di questo lato.

Posto nell' equazione tang. BD = cos. B tang. AB il valor di tang. AB (*Tav. VII, form.* 36), nasce

$$\text{tang.}\,BD = \frac{\text{sen.}\,BC}{\text{tang.}\,B\ \text{cot.}\,C + \text{cos.}\,BC}.$$

PROBLEMA IV.

Dati li tre angoli, esprimere un segamento di qualsivoglia d' essi, costituito dall' arco perpendicolare sul lato opposto.

Poichè (*Tav. VI, form.* 15) cot. BAD = cos. AB × tang. B. Ponendo il valore (*Tav. VII, form.* 29) di cos. AB, si ricava

$$\text{cot.}\,BAD = \frac{\text{cos.}\,C + \text{cos.}\,A\ \text{cos.}\,B}{\text{sen.}\,A\ \text{cos.}\,B}.$$

PROBLEMA V.

Dati due lati e l'angolo compreso, esprimer l'uno de' segamenti di questo.

Introdotto nell'equazione cot. BAD = cos. AB tang. B il valore (*Tav. VII, form.* 16) di tang. B, emerge

$$\text{cot.}\,BAD = \frac{\text{sen.}\,A}{\text{tang.}\,AB\ \text{cot.}\,AC - \text{cos.}\,A}.$$

PROBLEMA VI.

Dati due lati, e l'angolo intercetto, trovare il terzo lato.

Nel caso che il lato cercato sia piccolo, ad averlo con esattezza ho proposto (*Trig.* 478) la formola sen. $\frac{1}{2}AC = \sqrt{(\text{sen.}^2\frac{1}{2}(BC \backsim AB) + \text{sen.}\,BC\ \text{sen.}\,AB\ \text{sen.}^2\frac{1}{2}B)}$, e l'ho ridotta a forma capace del calcolo logaritmico. Ma quando la differenza ($BC \backsim AB$) de' lati dati sia tenue, può giovare alla precisione il valersi piuttosto della somma: al che si perviene nel modo seguente.

Poichè sen.$^2\frac{1}{2}B = 1 -$ cos.$^2\frac{1}{2}B$; e sen.$^2\frac{1}{2}(BC \backsim AB)$ = sen.$^2\frac{1}{2}(BC + AB)$ — sen. BC sen. AB, (*Tav. II, form.* 26); ponendo questi valori nell'equazion precedente, ella si converte così

$$\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}AC = \sqrt{(\text{sen.}^2\tfrac{1}{2}(BC + AB) - \text{sen.}\,BC\ \text{sen.}\,AB\,\text{cos.}^2\tfrac{1}{2}B)}$$

ovvero per maggior comodo nel computo

$$\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}AC = \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(BC + AB)\sqrt{\left(1 - \frac{\text{sen.}\,BC\ \text{sen.}\,AB\ \text{cos.}^2\frac{1}{2}B}{\text{sen.}^2\frac{1}{2}(BC + AB)}\right)}$$

Questa formola poi si può calcolare col mezzo delle sole tavole trigonometriche in logaritmi, dividendola in due (*Trig.* 207), come segue.

$$\text{cos.}\,m = \frac{\text{cos.}\,\frac{1}{2}B}{\text{sen.}\,\frac{1}{2}(BC + AB)} \times \sqrt{\text{sen.}\,BC\ \text{sen.}\,AB}$$

$$\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}AC = \text{sen.}\,m\ \text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(BC + AB).$$

PROBLEMA VII.

Trovar l'espressione analitica della superficie d'un tronco di fuso, come *AEG* (fig. 14), terminato da un arco *EG* di cerchio minore, il cui polo è *A*.

Poichè la superficie d'un segmento di sfera, generato per esempio dalla rivoluzione del piano *AEF* intorno alla porzione *AF* dell'asse, *EF* essendo perpendicolare ad *AF*, ha per espressione, come si dimostra in Geometria, $AF \times 360°$, ovvero $(1 - \text{cos}. AE) \, 360° = 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE \times 360°$; s'instituisca l'analogia: l'angolo *EAG* alla porzione *AEG* della superficie del segmento, come 360° alla superficie intiera del segmento medesimo; ovvero $A : AEG :: 360° : 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE \times 360° :: 1 : 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE$. Quindi *la superficie d'un tronco di fuso*, come *AEG*, $= A \times 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} AE =$ *angolo del fuso moltiplicato pel seno verso della lunghezza del tronco*.

PROBLEMA VIII.

Determinare meccanicamente una superficie piana eguale a quella d'un triangolo sferico dato.

Abbiam dimostrato (*Trig.* 499), che *tratti* 180° *dalla somma dei tre angoli d'un triangolo sferico, il residuo moltiplicato pel raggio della sfera uguaglia la superficie del triangolo*. Ciò posto, col detto raggio descrivi un cerchio, e taglia della sua circonferenza quanto rilevano insieme li tre angoli del triangolo dato. Dalle estremità della circonferenza tagliata conduci due diametri. Dei quattro settori che nascono, l'area di due opposti ed eguali equivale alla sferica che si cerca. A questa costruzione, ch'è dell'Ab. *Gua* (*Mém. Paris* 1783), e che per la sua maravigliosa semplicità, e per li servigi che può rendere alla descrizione de' planisferj, degna mi sembra d'essere ripetuta e divolgata, non so che aggiunger due regolette. La superficie richiesta consiste nei due settori minori, mentre la somma dei tre angoli non ecceda 270°; ne' due maggiori quand'ella stia tra li 270, e li 360. Che se oltrepassi quest'ultimo limite, allora fa d'uopo descriver due cerchi, in ciascun

de' quali si toglierà una circonferenza uguale alla semisomma degli angoli, e procedendo come s'è detto per la somma intiera, si otterrà l'area sferica scompartita in quattro settori eguali.

PROBLEMA IX.

Dati i tre lati d'un triangolo sferico, trovare la somma degli angoli.

Poichè ad aver l'area d'un triangolo sferico è necessario conoscer la somma degli angoli, il presente problema riceve importanza, se vogliasi l'area, ed in cambio degli angoli si conoscano i lati.

Sia s la semisomma de' lati a, b, c, (fig. 15), opposti agli angoli A, B, C. E poichè $\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(A+B+C) = \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(A+B)\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}C - \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}(A+B)\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}C = (\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}A\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}B - \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}A\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}B)\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}C - (\text{sen.}\ \tfrac{1}{2}A\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}B + \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}A\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}B)\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}C$; se si pongono nell'ultimo membro i valori notissimi (*Tav. VIII, form.* 11), di $\text{sen.}\ \tfrac{1}{2}A = \sqrt{\dfrac{\text{sen.}(s-b)\ \text{sen.}(s-c)}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}}$, di $\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}A = \sqrt{\dfrac{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}(s-a)}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}}$, e così quelli analoghi di $\text{sen.}\ \tfrac{1}{2}B$, $\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}B$, $\text{sen.}\ \tfrac{1}{2}C$, $\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}C$, si conseguisce $\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(A+B+C)$

$$= \left(\sqrt{\frac{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}(s-a)}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}}\sqrt{\frac{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}\ (s-b)}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ c}} - \sqrt{\frac{\text{sen.}\ (s-b)\ \text{sen.}\ (s-c)}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}}\sqrt{\frac{\text{sen.}(s-a)\ \text{sen.}(s-c)}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ c}}\right)\sqrt{\frac{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}(s-c)}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ b}} - \left(\sqrt{\frac{\text{sen.}(s-b)\ \text{sen.}(s-c)}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}}\sqrt{\frac{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}\ (s-b)}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ c}} + \sqrt{\frac{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}\ (s-a)}{\text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}}\sqrt{\frac{\text{sen.}\ (s-a)\ \text{sen.}(s-c)}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ c}}\right)\sqrt{\frac{\text{sen.}(s-a)\ \text{sen.}(s-b)}{\text{sen.}\ a\ \text{sen.}\ b}} = \frac{\sqrt{\text{sen.}\ s\ \text{sen.}\ (s-a)\ \text{sen.}\ (s-b)\ \text{sen.}\ (s-c)}}{\text{sen}\ a\ \text{sen.}\ b\ \text{sen.}\ c}$$

$(\text{sen.}\ s - \text{sen.}(s-c) - \text{sen.}(s-b) - \text{sen.}(s-a))$. Ma $\text{sen.}\ s - \text{sen.}(s-c) = 2\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}c\ \text{cos.}(s - \tfrac{1}{2}c) = 2\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}c\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(a+b)$; e $\text{sen.}(s-b) + \text{sen.}\ (s-a) = 2\ \text{sen.}\ (s - \tfrac{1}{2}(a+b))\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(a \backsim b) = 2\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}c\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(a \backsim b)$, (*Tav. II*, *form.* 22, 18). Dunque $\text{sen.}\ s - \text{sen.}(s-c) - \text{sen.}(s-b) - \text{sen.}(s-a) = -2\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}c\ (\text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(a \backsim b) - \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}(a+b)) = -2\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}c \times 2\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}b\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}a$, (*Tav. II*,

form. 16). E però cos. $\frac{1}{2}(A+B+C) = -\frac{4\,\text{sen.}\frac{1}{2}a\,\text{sen.}\frac{1}{2}b\,\text{sen.}\frac{1}{2}c}{\text{sen.}\,a\;\text{sen.}\,b\;\text{sen.}\,c} \times$ $\sqrt{\text{sen.}\,s\;\text{sen.}(s-a)\;\text{sen.}(s-b)\;\text{sen.}(s-c)}$. Ora sen. $a = 2$ sen. $\frac{1}{2}a$ cos. $\frac{1}{2}a$, e la stessa trasformazione ricevono sen. b, sen. c; quindi definitivamente

$$\text{cos.}\,\tfrac{1}{2}(A+B+C) = -\frac{\sqrt{\text{sen.}\,s\;\text{sen.}(s-a)\;\text{sen.}(s-b)\;\text{sen.}(s-c)}}{2\,\text{cos.}\,\frac{1}{2}a\;\text{cos.}\,\frac{1}{2}b\;\text{cos.}\,\frac{1}{2}c}$$

L' Ab. *Gua* (*loc. cit.*) s' abbatte, in vece di questa, in una formula, che contiene il valore della tangente della semisomma degli angoli: la qual formula è assai men comoda al calcolo, avendo per numeratore $1 +$ cos. a + cos. b + cos. c, e per denominatore il doppio del mio numeratore.

Problema X.

Dati i tre angoli, trovare il perimetro.

Detta S la mezza somma degli angoli, la formula, che ho trovata or ora, si riduce, col mezzo del triangolo supplementario, alla seguente: con che si risolve il problema senza difficoltà

$$\text{sen.}\,\tfrac{1}{2}(a+b+c) = \frac{\sqrt{-\text{cos.}\,S\;\text{cos.}(S-A)\;\text{cos.}(S-B)\;\text{cos.}(S-C)}}{2\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}A\;\text{sen.}\,\frac{1}{2}B\;\text{sen.}\,\frac{1}{2}C}$$

Problema XI.

Dati i tre lati, trovar la perpendicolare su l' un qualsivoglia d' essi. (figg. 12, 13).

Stando alle espressioni del Problema IX, sen. $\frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{\text{sen.}(s-a)\;\text{sen.}(s-c)}{\text{sen.}\,a\;\text{sen.}\,c}}$, e cos. $\frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{\text{sen.}\,s\;\text{sen.}(s-b)}{\text{sen.}\,a\;\text{sen.}\,c}}$.

Laonde $2\,\text{sen.}\,\frac{1}{2}B\;\text{cos.}\,\frac{1}{2}B = \frac{2\sqrt{\text{sen.}\,s\;\text{sen.}(s-a)\,\text{sen.}(s-b)\,\text{sen.}(s-c)}}{\text{sen.}\,a\;\text{sen.}\,c}$ $=$ sen. B, (*Tav. I*, *form.* 6). Ma (*Tav. VI*, *form.* 6), sen. $B = \frac{\text{sen.}\,AD}{\text{sen.}\,AB} = \frac{\text{sen.}\,AD}{\text{sen.}\,c}$. Dunque

$$\text{sen.}\,AD = \frac{2\sqrt{\text{sen.}\,s\;\text{sen.}(s-a)\;\text{sen.}(s-b)\;\text{sen.}(s-c)}}{\text{sen.}\,a}$$

PRO-

PROBLEMA XII.

Dati i tre angoli, trovar la medesima perpendicolare.

Col mezzo del triangolo supplementario, la formola ora composta si converte nella seguente, la qual si troverebbe direttamente col metodo stesso tenuto per quella.

$$\text{sen.}\, AD = \frac{2\sqrt{-\text{cos.}\, S\ \text{cos.}(S-A)\ \text{cos.}(S-B)\ \text{cos.}(S-C)}}{\text{sen.}\, A}$$

Si noti, che la perpendicolare in un triangolo sferico ha per suo supplemento nel triangolo supplementario la perpendicolare cadente dalla medesima parte, cioè sopra il lato supplementale dell'angolo, da cui parte la perpendicolare nel primo triangolo: il che si dimostra facilmente con l'equazione $\text{sen.}\, AD = \text{sen.}\, AB\ \text{sen.}\, B$.

PROBLEMA XIII.

Dati i tre angoli, trovar la distanza loro dal polo del cerchio minore, che circoscrive il triangolo. (fig. 16)

Sia AP la distanza cercata, e PF perpendicolare sopra AC, il che dà $AF = FC$, per essere $AP = PC$: sarà (*Tav. VI, form.* 10), $\text{tang.}\, AP = \dfrac{\text{tang.}\, AF}{\text{cos.}\, PAF}$. Ma $2S = A+B+C = 2PBA + 2PBC + 2PAC = 2B + 2PAC$: laonde $PAF = S - B$. E però $\text{tang.}\, AP = \dfrac{\text{tang.}\frac{1}{2} AC}{\text{cos.}\,(S-B)}$. Di più

$$\text{tang.}\tfrac{1}{2} AC = \frac{\text{sen.}\frac{1}{2} AC}{\text{cos.}\frac{1}{2} AC} = \sqrt{-\frac{\text{cos.}\, S\ \text{cos.}\,(S-B)}{\text{cos.}\,(S-A)\ \text{cos.}\,(S-C)}},$$

(*Tav. VIII, form.* 12). Dunque

$$\text{tang.}\, AP = \sqrt{\frac{-\text{cos.}\, S}{\text{cos.}(S-A)\ \text{cos.}(S-B)\ \text{cos.}(S-C)}}$$

PROBLEMA XIV.

Trovar la distanza medesima, essendo dati i tre lati. (*fig.* 16)

Sia PE perpendicolare sopra AB, e AD sopra BC. Sarà sen. EPF = sen. EPA cos. APF + cos. EPA sen. APF = $\frac{\text{sen.} AE}{\text{sen.} AP} \times$ cos. AF sen. PAF + cos. AE sen. $PAE \times \frac{\text{sen.} AF}{\text{sen.} AP}$, (*Tav. VI, form.* 6, 12). Ma perchè (*Tav. VI, form.* 2), tang. AE = tang. AP cos. EAP, tang. AF = tang. AP cos. PAF, il che dà $\frac{\text{sen.} AE}{\text{sen.} AP} = \frac{\text{cos.} AE \text{ cos.} EAP}{\text{cos.} AP}$, e $\frac{\text{sen.} AF}{\text{sen.} AP} = \frac{\text{cos} AF \text{ cos.} PAF}{\text{cos.} AP}$; perciò sostituendo questi valori, si ha sen. $EPF = \frac{\text{cos.} AE \text{ cos.} AF}{\text{cos.} AP} \times$ (sen. PAF cos. PAE + cos. PAF sen. PAE) = $\frac{\text{cos.} AE \text{ cos.} AF \text{ sen.} BAC}{\text{cos.} AP}$. Ora $AE = \frac{1}{2} AB$, $AF = \frac{1}{2} AC$, $EPF = \frac{1}{2} BPA + \frac{1}{2} APC = 180° - \frac{1}{2} BPC$. Dunque sen. $\frac{1}{2} BPC$ cos. AP = cos. $\frac{1}{2} AB$ cos. $\frac{1}{2} AC$ sen. A. Similmente si prova essere sen. $\frac{1}{2} APC$ cos. AP = cos. $\frac{1}{2} AB$ cos. $\frac{1}{2} BC$ sen. B. Ma sen. $\frac{1}{2} APC = \frac{\text{sen.} AF}{\text{sen.} AP}$, e sen. $B = \frac{\text{sen.} AD}{\text{sen.} AB}$. Dunque sen. AF cot. AP sen. AB = cos. $\frac{1}{2} AB$ cos. $\frac{1}{2} BC$ sen. AD, ovvero sen. $\frac{1}{2} AC \times 2$ sen. $\frac{1}{2} AB$ = tang. AP cos. $\frac{1}{2} BC$ sen. AD. Quindi preso il valore di sen. AD nel probl. XI, nasce 2 sen. $\frac{1}{2} AB$ sen. $\frac{1}{2} AC$ sen. BC = tang. AP cos. $\frac{1}{2} BC \times 2\sqrt{\text{sen.} s \text{ sen.} (s-a) \text{ sen.} (s-b) \text{ sen.} (s-c)}$; donde

$$\text{tang.} AP = \frac{2 \text{ sen.} \frac{1}{2} AB \text{ sen.} \frac{1}{2} AC \text{ sen.} \frac{1}{2} BC}{\sqrt{\text{sen.} s \text{ sen.} (s-a) \text{ sen.} (s-b) \text{ sen.} (s-c)}}$$

CAPITOLO NONO.

Applicazioni all' Aſtronomia.

PROBLEMA I.

Ridurre al ſolſtizio ogni altezza meridiana del Sole, oſſervata ne' giorni circonvicini. (fig. 17)

Sia BD un quarto dell'eclittica, BE un quarto dell'equatore, AC la declinazione oſſervata del Sole: ſi cerca la differenza da AC a DE.

Il triangolo BAC, rettangolo in A, convertendoſi in BED, rettangolo in E, conſerva coſtanti due angoli, cioè l'angolo retto, e l'angolo B. Si ha quindi (*Trig.* 647), $\text{tang.}\frac{1}{2}dAC : \text{tang.}\frac{1}{2}dBC :: \text{tang.}(AC+\frac{1}{2}dAC) : \text{tang.}(BC+\frac{1}{2}dBC)$. Ma $BC+\frac{1}{2}dBC = BC+\frac{1}{2}CD = BD-\frac{1}{2}CD = 90°-\frac{1}{2}CD = 90°-\frac{1}{2}dBC$. Dunque $\text{tang.}(BC+\frac{1}{2}dBC) = \text{cot.}\frac{1}{2}dBC$. E però $\text{tang.}\frac{1}{2}dAC = \text{tang.}^2\frac{1}{2}dBC\ \text{tang.}(AC+\frac{1}{2}dAC)$. Ma dAC eſſendo di pochi ſecondi, od anche minuti, ſi può far ſenza errore $\text{tang.}\frac{1}{2}dAC = \frac{dAC}{2R''}$, R'' eſſendo il raggio in minuti ſecondi. Per conſeguenza $dAC = 2R''\ \text{tang.}^2\frac{1}{2}dBC\ \text{tang.}(AC+\frac{1}{2}dAC)$. Or ſe chiamiſi D la declinazione oſſervata del Sole, dD la ſua differenza dalla declinazione ſolſtiziale, e dL la diſtanza del Sole dal ſolſtizio in longitudine, ſi ha finalmente

$$dD = 2R''\ \text{tang.}^2\tfrac{1}{2}dL\ \text{tang.}(D+\tfrac{1}{2}dD)$$

Queſta formola, in cui ſi farà $\frac{1}{2}dD$ negativo nelle oſſervazioni poſteriori al ſolſtizio, può ſervire eſattiſſimamente per dieci e per dodici giorni avanti e dopo, e merita quindi eſſer antepoſta alla proporzione tra i cangiamenti nella declinazione e i quadrati de' tempi, la quale non può valere che per poche ore.

PROBLEMA II.

Data l'altezza del polo, ed osservate in un medesimo verticale due stelle, di cui si conoscono le declinazioni e le ascensioni rette, e per conseguenza i momenti de' loro passaggi al meridiano, trovar che ora fosse quando fu fatta l'osservazione. (fig. 18)

Sia P il polo dell'equatore, Z il zenit, S, T le due stelle. Le cose note sono: PZ = *distanza dal polo al zenit*, PT = *distanza dal polo alla stella più alta*, PS = *distanza dal polo alla stella più bassa*, TPS = *differenza tra le ascensioni rette delle due stelle*, presa dalla parte dove è minore di 180°. Si cerca TPZ = *angolo orario della stella più elevata*.

Se dal polo P si cala PE perpendicolare sul verticale, i due triangoli rettangoli TEP, SEP, che hanno il lato comune PE, danno (*Trig.* 453), cos. TPE : cos. SPE :: tang. PS : tang. PT. Laonde (*Tav. II, form.* 13, 10), cot. $\frac{1}{2}(SPE + TPE)$: tang. $\frac{1}{2}(SPE - TPE)$ :: sen. $(PS + PT)$: sen. $(PS - PT)$. E per conseguenza

$$\text{cot.}\,(TPE + \tfrac{1}{2}TPS) = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}TPS \times \frac{\text{sen.}\,(PS + PT)}{\text{sen.}\,(PS - PT)}$$

equazione che fa conoscere l'angolo TPE. Ma ne' triangoli rettangoli PET, PEZ, si ha parimente cos. ZPE : cos. TPE :: tang. PT : tang. PZ. Dunque

$$\text{cos.}\,ZPE = \text{cos.}\,TPE\ \text{tang.}\,PT\ \text{cot.}\,PZ.$$

Aggiunto ZPE a TPE, si ottien l'angolo TPZ che si dimandava. Questa soluzione è più comoda di quella che ho dato (*Trig.* 756).

In generale quella delle due stelle, ch'è più vicina al polo, deve aver l'angolo orario minore. Ma la via più spedita per saper se due stelle possano osservarsi in un medesimo verticale, è quella di farne la prova sopra un globo munito di circolo verticale.

PROBLEMA III.

Trovar l'angolo orario apparente *di un astro nell'orizzonte*, cioè compreso l'effetto della refrazione.

L'angolo orario vero nell'orizzonte si trova per mezzo della formula cos. *ang. or.* $=$ — tang. *lat.* tang. *declin.* (*Trig.* 758). Detto m l'aumento dell'angolo orario per causa della refrazione, abbiamo trovato (757), cos. (*ang. or.* $+ m$) $= \text{cos. } ang.\ or. \left(1 - \frac{\text{sen. } refr.\ oriz.}{\text{cos. } lat.\ \text{cos. } decl.\ \text{cos. } ang.\ or.}\right)$. Messo nel denominatore il valor precedente di cos. *ang. or.*, si acquista con più semplicità

$$\text{cos.}\,(ang.\ or. + m) = \text{cos. } ang.\ or. \left(1 + \frac{\text{sen. } refr.\ oriz.}{\text{sen. } lat.\ \text{sen. } decl.}\right).$$

PROBLEMA IV.

Trovar una formola esatta e comoda per la parallasse di latitudine. (fig. 19).

In un triangolo sferico ABC, che si converte in ABD, conservando costanti AB, A; fatto $CD = dAC$, $BD - BC = dBC$, $ABC = B$, $CBD = dB$, ha luogo (*Trig.* 696) l'equazione rigorosa che segue: $\frac{\text{sen. } dBC\ \text{sen. } AB}{\text{sen. } BC\ \text{sen. } (BC + dBC)} = 2\ \text{sen. } \tfrac{1}{2} dB$ $\left(\text{cos. } AB\ \text{sen. } (B + \tfrac{1}{2} dB) - \text{cos. } (B + \tfrac{1}{2} dB)\ \text{cot. } A\right)$. Ma il triangolo ABD dà (*Trig. Tav. VII, form.* 13), cot. A $= \frac{\text{sen. } AB\ \text{cot. } (BC + dBC) - \text{cos. } AB\ \text{cos. } (B + dB)}{\text{sen. } (B + dB)}$. Sostituendo questo valore nell'equazion precedente, e moltiplicandola per sen. $(B + dB)$, ne nasce $\frac{\text{sen. } dBC\ \text{sen. } AB\ \text{sen } (B + dB)}{\text{sen. } BC\ \text{sen. } (BC + dBC)}$ $= 2\ \text{sen. } \tfrac{1}{2} dB \big(\text{cos. } AB\ \text{sen. } (B + dB)\ \text{sen. } (B + \tfrac{1}{2} dB) + \text{cos. } AB$ $\text{cos. } (B + dB)\ \text{cos. } (B + \tfrac{1}{2} dB) - \text{sen. } AB\ \text{cos. } (B + \tfrac{1}{2} dB)$ $\text{cot. } (BC + dBC)\big) = 2\ \text{sen. } \tfrac{1}{2} dB \big(\text{cos. } AB\ \text{cos. } \tfrac{1}{2} dB - \text{sen. } AB$ $\text{cos. } (B + \tfrac{1}{2} dB)\ \text{cot. } (BC + dBC)\big)$. Si moltiplichi l'equazio-

ne per sen. $(BC + dBC)$, e si ponga $\frac{\text{sen. } dB}{\text{cos. } \frac{1}{2} dB}$ in cambio di 2 sen. $\frac{1}{2} dB$, si otterrà $\frac{\text{sen. } dBC \text{ sen. } AB \text{ sen. } (B + dB)}{\text{sen. } BC} = \text{sen. } dB$ $\left(\text{cos. } AB \text{ sen. } (BC + dBC) - \frac{\text{sen. } AB \text{ cos. } (B + \frac{1}{2} dB) \text{ cos. } (BC + dBC)}{\text{cos. } \frac{1}{2} dB}\right)$. Ma perchè nel triangolo ABD, sen. $(BC + dBC)$: sen. A :: sen. $(AC + dAC)$: sen. $(B + dB)$; posta la seconda ragione invece della prima nell'analogia (*Trig.* 542), sen. dAC : sen. dB :: sen. BC sen. $(BC + dBC)$: sen. AB sen. A, si raccoglie sen. dB = sen. $dAC \times \frac{\text{sen. } AB \text{ sen. } (B + dB)}{\text{sen. } BC \text{ sen. } (AC + dAC)}$, il qual valore introdotto nell'equazion precedente, e fatta la riduzione, si conseguisce sen. $dBC = \left(\text{sen. } dAC : \text{sen. } (AC + dAC)\right)$ $\left(\text{cos. } AB \text{ sen. } (BC + dBC) - \frac{\text{sen. } AB \text{ cos. } (BC + dBC) \text{ cos. } (B + \frac{1}{2} dB)}{\text{cos. } \frac{1}{2} dB}\right)$.

Or sia A il zenit, B il polo dell'eclittica, C il luogo vero dell'astro, D l'apparente; e si noti che $\frac{\text{sen. } dAC}{\text{sen. } (AC + dAC)}$ $= \frac{\text{sen. } \textit{parall. altezza}}{\text{cos. } \textit{alt. apparente}} = \text{sen. } \textit{par. oriz.}$ E' inoltre cos. $\frac{1}{2} dB$ = cos. $\frac{1}{2}$ *parall. longit.*, il qual si può far senza scrupolo eguale all'unità in tutti i casi: e similmente si possono mettere gli archi in luogo di sen. dBC, e di sen. *parall. oriz.* Con queste condizioni si ottiene

$$\textit{parall. latit.} = \textit{par. oriz.} \left(\text{cos. } \textit{alt. nonag.} \text{ cos. } \textit{lat. appar.} - \text{sen. } \textit{alt. non.} \text{ sen. } \textit{lat. app.} \text{ cos. } (\textit{dist. vera non.} + \tfrac{1}{2} \textit{par. longit.})\right)$$

Questa formula, la qual merita senza dubbio la preferenza su quella che ho dato (*Trig.* 804), m'è stata suggerita dal Sig. de *Lambre*, ma la dimostrazione di lui è diversa.

PROBLEMA V.

Trovare una formola esatta e comoda per la paralasse di declinazione.

Sia B il polo del mondo, e tutto il rimanente come sopra; allora la stessa formula finale del precedente problema si esprimerà così:

$$\text{parall. declin.} = \text{par. oriz.} \left(\text{sen. alt. del polo cos. decl. appar.} - \text{cos. alt. del polo sen. decl. appar. cos.} (\text{ang. or.} + \tfrac{1}{2} \text{par. asc. r.})\right)$$

Anche questa dev'esser anteposta a quella che ho dato (805).

Si avverta, che a tener conto dell'ellitticità della Terra fa d'uopo, sì in questa che nella antecedente, adoperare la parallasse orizzontale spettante al luogo per cui si fa il calcolo, e l'altezza di polo diminuita dell'angolo della verticale (802).

PROBLEMA VI.

Determinare da tre osservazioni la posizione del corso di una cometa, supposto uniforme e per linea retta. Newton Arith. univ. Sect. 4, cap. II, probl. XXX.

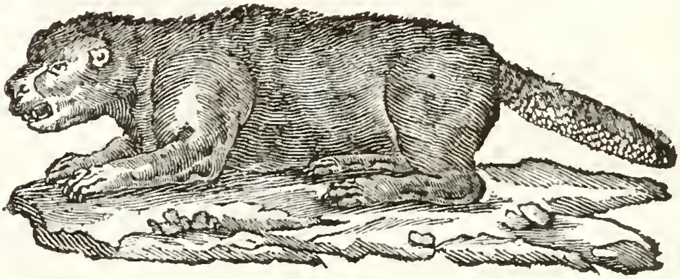
Sia in A l'osservatore; la cometa, al momento della prima osservazione, in B; della seconda in C; della terza in D. E' nota la ragione $BC : CD$, ovvero $BC : BD$, supponendosi il moto proporzionale agl' intervalli di tempo tra le respettive osservazioni; e si conoscono inoltre per osservazione gli angoli BAC, CAD. Quel che si chiede è l'angolo B.

Ora (*Trig. Tav. III, form.* 22), $BC = \dfrac{AB}{\text{cos.}B + \text{sen.}B \text{ cot.}BAC}$,

e $BD = \dfrac{AB}{\text{cos.}B + \text{sen.}B \text{ cot.}BAD}$. E' dunque $BC : BD ::$ $\text{cos.}B + \text{sen.}B \text{ cot.}BAD : \text{cos.}B + \text{sen.}B \text{ cot.}BAC$. E dividendo la seconda ragione per cos. B, $BC : BD :: 1 +$

tang. B cot. BAD : 1 + tang. B cot. BAC . Donde si cava

$$\text{tang.}\,B = \frac{BD - BC}{BC\,\text{cot.}BAC - BD\,\text{cot.}BAD} = \frac{1 - \frac{BC}{BD}}{\frac{BC}{BD}\,\text{cot.}BAC - \text{cot.}BAD}.$$



MEMORIE

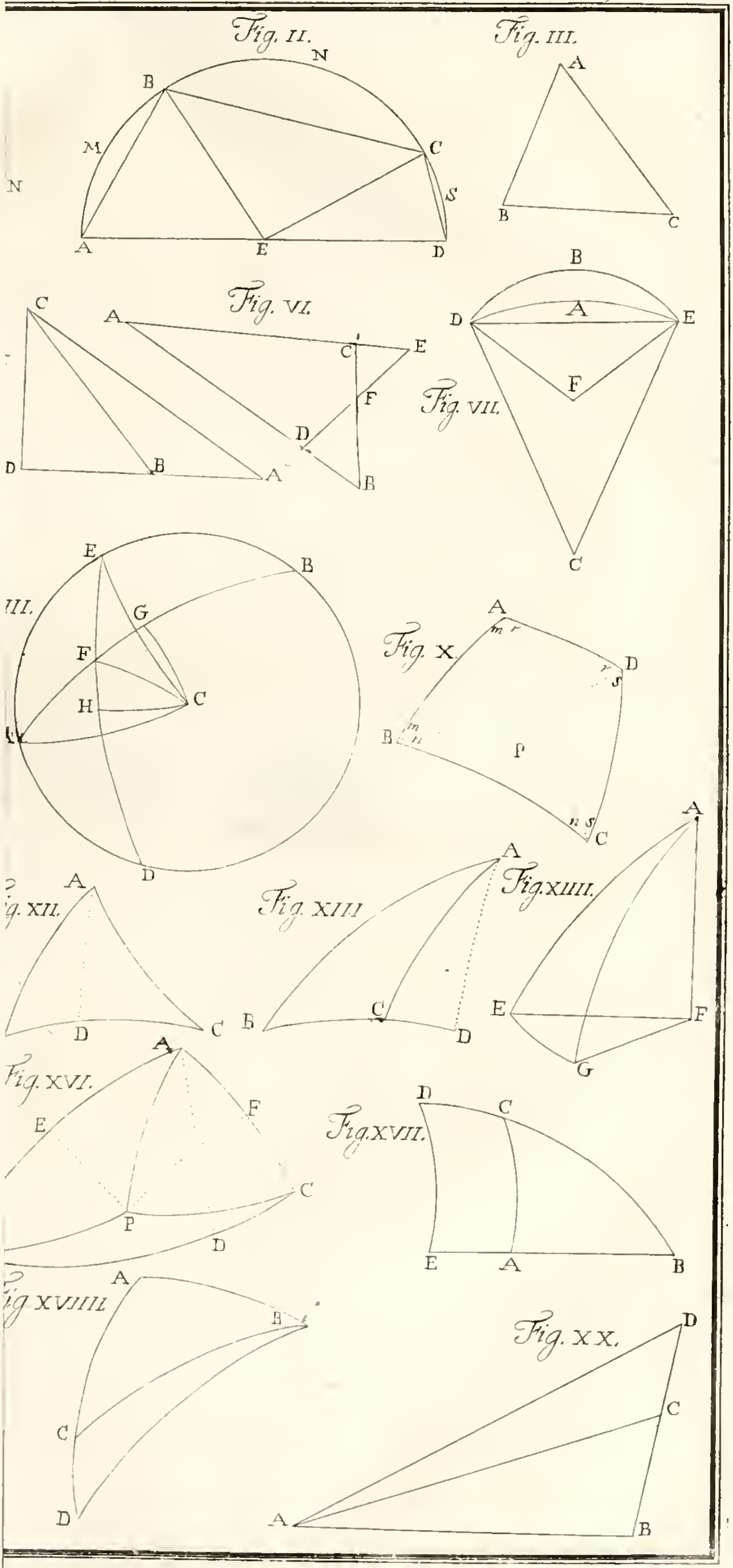


Fig. II.
Fig. III.
Fig. VI.
Fig. VII.
Fig. X.
Fig. XII.
Fig. XIII
Fig. XIIII.
Fig. XVI.
Fig. XVII.
Fig. XVIIII.
Fig. XX.

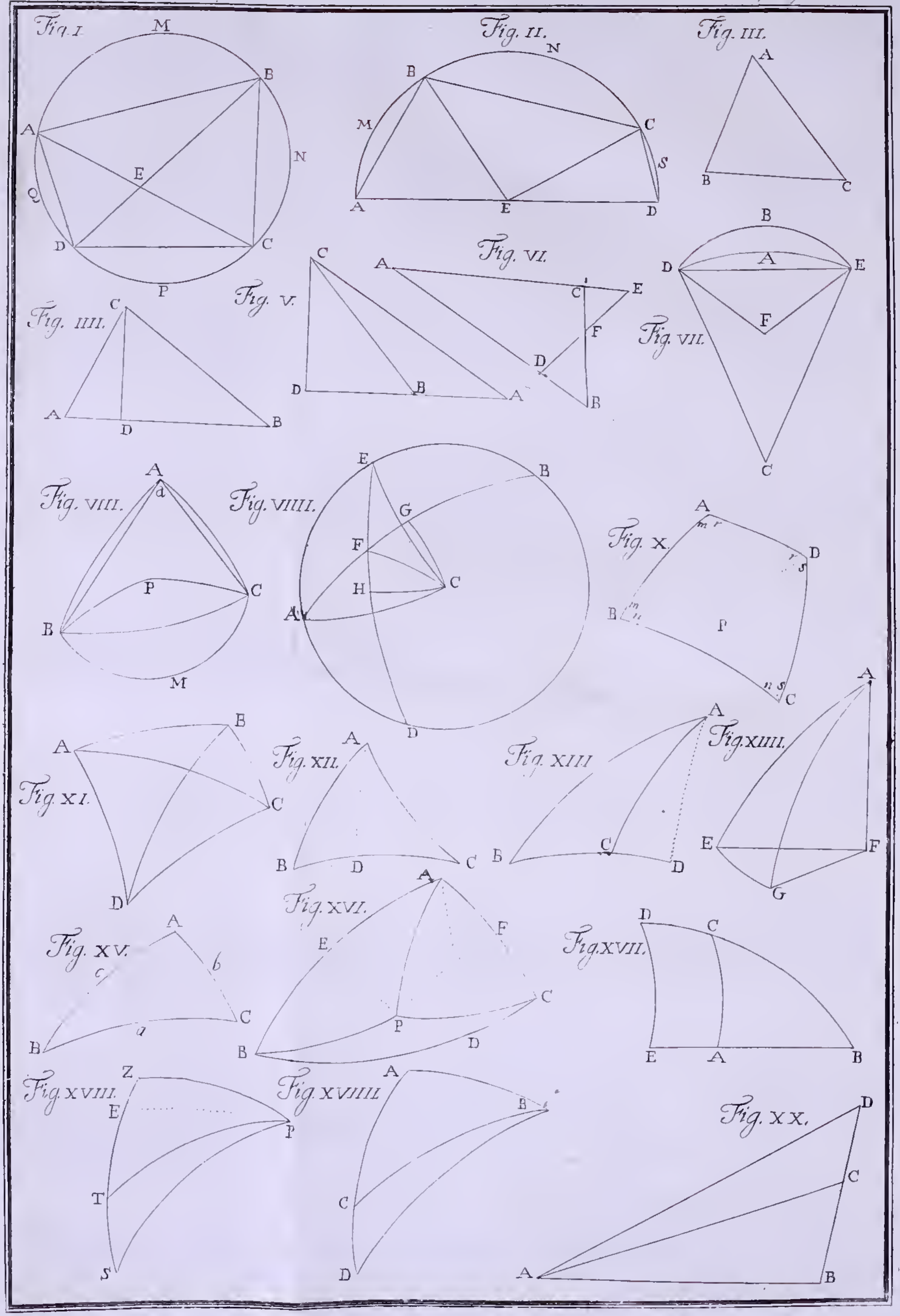


Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IIII.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.
Fig. VIII.
Fig. VIIII.
Fig. X.
Fig. XI.
Fig. XII.
Fig. XIII
Fig. XIIII.
Fig. XV.
Fig. XVI.
Fig. XVII.
Fig. XVIII.
Fig. XVIIII.
Fig. XX.

MEMORIA

SOPRA LA SALINAZIONE ARTIFICIALE

Del Sig. Cav. Vittorio Fossombroni.

SE il tempo, che si perde a sviluppare Argomenti, s'impiegasse a verificare dei Fatti, avremmo manco dispute, e più verità. In occasione adunque di esaminare accuratamente varie Officine di Sale nelle Volterrane Campagne, fummo (a) affollati da una gran varietà d'opinioni, ed impegni; e ci parve, che mentre tante opposte teorie si andavano sottilmente perfezionando, noi potessimo con vantaggio comune approfondire la realtà dei dati in questione. Ci faremo un piacere pertanto di esporre alcuni dei principali risultati dedotti dall'esame, che abbiamo potuto fare dai libri d'Amministrazione, e dalle varie esperienze istituite in diverse Saline, costruite, e condotte con diversi principj; ma procureremo, che il tutto si presenti con la maggior brevità possibile, avendo posto ogni cura per ridurre queste speculazioni ai loro minori termini, acciocchè il maggior lavoro da noi fattovi, risulti in altrettanto risparmio di tempo per chi vorrà leggere i presenti fogli.

Abbiette, umili, erano le Fabbriche, o i Laboratorj ove formavasi, o cristallizzavasi il Sale comune, nelle antiche Saline artificiali Toscane, come risulta dall'ispezione della Fig. 1. 3. della Tav. I.: reclamava contro la loro costruzione angusta, e miserabile il sentimento di umanità; e sembrava non meno alzar la voce con plausibile apparenza la Fisica più ragionata. I Salinatori grondanti di sudore in un cuocente ippocausto; la teoria dell'evaporazione, che sembra ri-

(a) Non potrei parlare singolarmente di me solo, senza il rincrescimento di fare un torto al celebre Sig. *Giovanni Fabbroni* Sotto-direttore del R. Gabinetto Fisico di Toscana, con gli aiuti, e suggerimenti del quale dotto, e laborioso soggetto, è stato condotto il presente lavoro.

chiedere la ſuperficie più eſteſa nel Liquido evaporante, e la maggior maſſa poſſibile d' aria ſoprincumbente, eccitavano l'uomo, ed il Fiſico alla riforma. L'uno, e l'altro dovevanvi eſſere ſpinti vie più, conſiderando, che le ſtraniere, e più accreditate Saline ſono ampj, e ſterminati Edifizi (*a*).

Se la teoria, ſe l'eſempio non ſi foſſe tante volte trovato in fallo a fronte della patria, ed inveterata eſperienza, niente biſognava di più. Ma l'eſempio dell'altre nazioni, quantunque in tutt'altro induſtrioſe, può eſſere deviato dalle circoſtanze, e pregiudizi locali, e quindi non per tutto applicabili, e la Teoria non invariabilmente s'appoggia ſopra dati ſicuri, e ſopra baſi inconcuſſe. La formazione del Salmarino è nell'attual coſtume aſſai più eſſenziale ai Popoli, che l'eſcavazione del più prezioſo Metallo. Molti ſono gli individui della ſocietà, che giammai videro l' Oro, che non ne poſſederono, che non ne poſſeggono, e che non perciò ſi chiamano infelici. Ben ſciagurato, e tapino reputerebbeſi il più miſerabile tra gli uomini, ſe non aveſſe Sale da far più grati i giornalieri cibi. I Popoli trovano un contento nell' uſo del Sale; i manifattori del medeſimo un ſufficiente guadagno; i Negozianti un articolo di commercio; la Pecuaria una materia utiliſſima per la ſalute del Beſtiame, non meno che per la bontà della Lana; ed i Governi una ſorgente d'entrata.

L'oggetto è intereſſantiſſimo: adunque per ogni punto di viſta ſotto il qual ſi contempli, merita bene di far ſoggetto delle conſiderazioni di chiunque ami i ſuoi ſimili quanto ſe ſteſſo.

L'evaporazione maggiore d'un'acqua ſalſa, da ottenerſi nel più breve intervallo di tempo, e col minor conſumo di fuoco poſſibile, è il Problema da riſolverſi per l'utile ſalinazione. A tale oggetto direttiſi i Salinatori, ma con diverſe vedute, alcuni proclamarono tale, o tal'altra forma, e profondità di caldaje; Altri una maggiore, o minore ampiezza dell'Edifizio in cui ſi effettua la ſalinazione. Se l'oggetto è

(*a*) Si poſſono conſultare le Tavole di n. 255, 257, 265 dell'Enciclopedia, e le Tavole II. e III. del Trattato delle Saline artificiali del Profeſſore *Cancrin* per prendere idea della Coſtruzione degli Edifizi, di cui ſi tratta.

importante per tutti i Popoli, lo è ancora maggiormente per noi, giacchè evidentemente osservammo, che diminuito il prezzo del Sale, se ne accrebbe notabilmente il consumo, come previdero i buoni economisti, e come desiderarono i veri Patriotti in vantaggio del commercio, e del Bestiame lanuto.

Noi si ebbe il comodo forse unico, ed invidiabile, di potere istituire la più scrupolosa, e legale comparazione tra Edifizi Salinatorj antichi angusti (Tav. I. Fig. 1. e 3.), ed altri moderni amplissimi (Tav. I. Fig. 2. e 4.,) e siamo quindi in stato di espor col fatto quale delle due costruzioni sia più economica, e più confacente all'interesse di questa importantissima sabbricazione (*a*).

Dall'esame autentico dei libri di Amministrazione risulta ad evidenza, che le anguste Saline antiche Tav. I. Fig. 1., e 3., dettero non solo il consueto prodotto nell'anno in cui seguì l'esame comparativo; ma che le ampie Saline Tav. I. Fig. 2, e 4. nuovamente costruite cagionarono un discapito considerabile.

Tralasciando peraltro tuttociò, che a tale esame economico è relativo; passeremo alla esposizione delle nostre esperienze, e specolazioni.

Per diminuire il dettaglio dei lunghi calcoli necessarj per giungere ai debiti resultati, abbiamo formato la Tavola seconda, che adesso andremo descrivendo, e così si manifesterà in breve ciò, che l'esperienza ha suggerito.

La prima delle Colonne verticali contiene il calore dell'ambiente degli Edifizi, come quello che merita considerazione; giacchè a parità di tutte le altre circostanze il calore dell'aria, che è a contatto colla superficie dell'acqua evaporante contribuisce con la sua maggiore, o minore intensità, alla più, o meno energica evaporazione, ed a prima

(*a*) Sarà duopo sapere, che la costruzione di queste nuove Saline (Tav. I. Fig. 2. e 4.) s'appoggia incirca ai principj istessi di quelle gia da noi citate a pagina 3, con più alcune diversità introdottevi dal loro Autore. Il confronto della loro figura (Tav. I. Fig. 2. e 4.) con le figure date da *Cancrin*, e dagli Enciclopedisti mettono il Lettore in stato di rilevarne la differenza. Sarà bene avvertire frattanto, che le caldaje erano in esse di piombo, mancando l'abilità, e il comodo di farle di ferro come lo sono in molte delle Saline sopraccitate.

giunta si scorge, che le vecchie Moje, o Saline dette di S. Lorenzo, e di S. Giovanni (Tav. I. Fig. 1.) come che anguste, ed investite nel loro interno dal calor diretto della fiamma, e dalle braci, godono di un'aria assai più calda, e più rapidamente rinnovata, che quella delle Moje nuove (Tav. I. Fig. 2. e 4.); ed in fatti dalla prima cotta di una delle vecchie Saline detta di S. Lorenzo, cominciata a forno freddo con gradi 29 di calore dentro l'Edifizio, alla seconda cotta si ridusse subito a gradi 36, e nella vecchia Salina detta di S. Giovanni fu parimente principiato con gradi 28, ed alla seconda cotta fummo subito a gradi 33 mentre negli Edifizj nuovi più ampli, anche principiando dalla terza cotta con gradi 28, non si condussero nella quarta, che a gradi 31.

La seconda Colonna contiene i gradi della Salatura appartenente alle acque adoperate in ciascuna cotta; questi gradi sono dell'Areometro di Beaume, ognuno dei quali gradi rappresenta una centesima parte di Sale.

La terza Colonna esprime il calore dell'acqua esposta alle evaporazioni avanti di essere introdotta nelle caldaje.

La quarta Colonna rappresenta l'area espressa in denari quadrati delle caldaje *cc* (Tav. I. Fig. 3.) tanto nel fuoco di S. Lorenzo, tanto in quello di S. Giovanni delle vecchie Saline, e di S. Leopoldo *bb* (Tav. I. Fig. 4.), Salina più ampia, e di nuova costruzione: e si vede, che quest' ultima è molto maggiore di ciascheduna delle due prime, e ciò dovrebbe essere vantaggioso alla produzione dei nuovi forni, giacchè si sa, che in parità di circostanze l'evaporazione succede tanto più facilmente, quanto la superficie è più estesa; abbiamo detto in parità di circostanze, giacchè sopra di questo alcuni Fisici prendendo dei casi particolari, e non considerando, che talvolta diminuendosi la superficie con l'istessa massa d'acqua s' aumenta l'altezza, ma s' aumenta ancora l'intensità del fuoco, o del calore, sono caduti in equivoche, ed erronee espressioni, e tra questi *Muschembroek*, e *Lambert*.

La Colonna quinta rappresenta il volume dell'acqua esposta all'evaporazione espressa in denari cubici.

La sesta esprime in denari cubici la quantità dell'acqua

in ciaſcheduna cotta perdutaſi tanto per evaporazione, che è la maſſima parte, quanto per eſſerſi eſtratta dalle caldaje con il Sale tiratone fuora, e queſta è una piccola parte, che ſi potrebbe volendo ancor eſſa ridurre a calcolo.

La ſettima Colonna contiene in denari cubici il volume dell' acqua reſtato nelle caldaje, dopo ciaſcuna cotta.

L' ottava Colonna rappreſenta in libbre la quantità delle legna impiegate in ciaſcheduna cotta.

La nona dimoſtra il tempo impiegato in ciaſcheduna cotta eſpreſſo in ore, ed in minuti.

La decima rappreſenta le ſtaja di Sale miſurato dopo eſſere ſtato eſtratto dalle caldaje, ed ammontato ſopra alcuni tavolati declivi eſpreſſamente ſituati preſſo le caldaje, acciò il Sale vi reſti a ſgrondare l' acqua che conteneva, e che in termine dell' arte ſi denominano *Gabbei*.

L' undecima Colonna è molto intereſſante, giacchè rappreſenta in numeri rotondi il Sale effettivo eſtratto in ciaſcheduna cotta, e liberato da ogni quantità di umido, che conteneva. Tale operazione fu inſtituita in due maniere; cioè prima prendendo, dopo un' ora e mezzo che il Sale era ſtato nei Gabbei, una data quantità di eſſo Sale eſattamente peſata, ed eſpoſta alla decrepitazione, con ripeſarla in ſeguito, deducendo dal peſo diminuito la maſſa dell' acqua, che conteneva. Il ſecondo metodo poi fu affatto differente, e venne ad eſſere come un riſcontro del primo. In fatti furono preſe dopo il ſolito tempo di un' ora e mezzo, in ciaſcheduno degli Edifizi tanto nuovi che vecchi due libbre di Sale dai Gabbei, e queſte furono ſciolte in libbre dodici di acqua dolce, che all' Areometro ſegnava zero. Queſto Areometro graduato da M.r *Beaume* come ſopra avvertimmo importa per ogni grado una centeſima parte di Sale; ed in conſeguenza ſiccome l' acqua nell' acqua medeſima non gravita, così in queſta maſſa fluida riſultante di dodici libbre d' acqua dolce, e due di Sale, cioè di libbre quattordici, ſe l' Areometro ſegnava un numero m di gradi, e m centeſime parti di Sale dovevano eſſere in quella maſſa fluida; ma quattordici libbre ſono grani 96768; in conſeguenza le due libbre credute di ſale, o ſia li grani 13824 ſi riducevano a grani $\frac{m}{100} \times 96768$; con queſta formula è ſtata calcolata

tutta l'undecima colonna, e si è trovato, che il Sale fabbricato dai nuovi, e più ampli forni, ridotto a sale effettivo, e privo d'acqua, diminuisce considerabilmente più che quello dei forni vecchi.

La decimaseconda, e decimaterza Colonna rappresentano i gradi dell'Igrometro costruito da *Brander*, il quale per ogni grado esprime un grano e mezzo d'acqua sovrabbondante per ogni piede cubico d'aria; e qui parimente l'esperienza ha offerto un resultato poco favorevole ai nuovi Edifizi (Tav. I. Fig. 2.), mentre l'umidità dell'aria si vede sempre fuori degli Edifizi vecchi (Tav. I. Fig. 1.) maggiore, che dentro; là dove negli Edifizi nuovi l'umidità dell'aria è maggiore dentro, che fuori. E' credibile, che nei vecchi Edifizi l'angustia del luogo, la posizione del tetto, e delle finestre come si vede (Tav. I. Fig. 1.) che obbliga la corrente d'aria avvampata *evk* a strisciare prima di uscire sopra la superficie dell'acqua delle caldaje, e sul Sale dei Gabbei; ed il commercio immediato tra la fiamma, e le braci, e l'aria della stanza, quanto rendono questi Edifizi incommodi per chi senza esservi accostumato debba trattenervisi, altrettanto contribuiscano alla più energica evaporazione, e prosciugamento del Sale; sicchè in queste non so, se noi diremo Fabbriche, o Capanne per quanto vedute di passaggio presentino un' idea poco lusinghiera, osservandole con Fisica curiosità si viene a confessare, che non vi è ommessa circostanza (salvo il risparmio per gli operanti, e le caldaje di riscaldamento *aa* (Tav. I. Fig. 4.) aggiunte negli Edifizi nuovi) necessaria per ottenere un gran prodotto; sicchè non si saprebbe decidere, se debbasene l'idea a delle Fisiche teorie, o al caso, che contrasta alla ragione il numero, e l'importanza delle scoperte; il tutto può riscontrarsi nel disegno Tavola I. con l'annessa descrizione.

La decimaquarta Colonna contiene i rapporti dell'umidità contenuta in una eguale quantità di Sale fabbricato nei vecchi, e nei nuovi Edifizi, e si vede, che divisa per esempio una massa data di Sale dei vecchi Edifizi di S. Lorenzo in 1000 essa contiene 90 parti d'acqua, e che divisa nelle medesime 1000 parti una egual massa di Sale fabbricato ai nuovi Edifizi di S. Leopoldo, essa contiene 160 parti di ac-

qua. Si rende molto intereſſante queſta varietà, perchè reſulta dalla Tavola III., che il Sale ſtagionato non meno di anni 17 è meno umido ſolamente gradi 2 $\frac{1}{2}$ di quello, che abbia più umidità, che ſia poſſibile, e che ſia fabbricato ſolamente di un'ora e mezzo; onde tutte l'eſperienze della Tavola III. ſono ſtate eſpreſſamente iſtituite, e calcolate per dimoſtrare, che ſe tra lo ſpazio 17 anni, e quello di un'ora, e mezzo di tempo, la variazione dell'umidità contenuta nel Sale non eccede gradi 2 $\frac{1}{2}$ è molto conſiderabile la differenza di un grado di umidità, che trovaſi tra il Sale del vecchio Edifizio di S. Lorenzo, e quello del nuovo Edifizio di S. Leopoldo all'isteſſa epoca di fabbricazione.

La decimaquinta Colonna contiene il rapporto del tempo ad una medeſima quantità di Sale prodotto, riſultante dai medj degli elementi occorſi nelle varie cotte eſeguite tanto ai vecchi, quanto ai nuovi forni; e ſiccome l'acqua eſpoſta all'evaporazione era come vedeſi dalla ſeconda Colonna dotata di varj gradi di ſalatura, così è convenuto ridurre col calcolo tutti queſti rapporti alla medeſima Salatura. Si vede pertanto, che il conſumo del tempo tra la Salina di S. Lorenzo, e quella di S. Leopoldo non differiſce; e che in quella di S. Giovanni è aſſai maggiore; ſicchè in ſomma il conſumo del tempo è maggiore nei vecchi Edifizi, che nei nuovi, e perciò ſi ſcorge che a forno caldo debbono verificarſi cinque cotte il giorno annunziate dal Fautore dei nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.), in vece delle ſole tre, o quattro, che ſi fanno nei forni di vecchia coſtruzione (Tav. I. Fig. 1.).

Segue la Colonna decimaſeſta con il rapporto del conſumo delle legna al prodotto, che parimente è ſtato col calcolo ridotto alla medeſima Salatura d'acqua in tutti i forni, e qui ſi ſcorge, che il conſumo di S. Leopoldo, è maggiore di ciaſcheduno di quelli dei due nuovi Edifizi, e preciſamente prendendo un medio tra i rapporti d'ambedue i vecchi forni ſi ottiene il rapporto delle legna conſumate in S. Leopoldo al medio dei rapporti di quelle conſumate nei vecchi forni come 1637, 1272, e per conſeguenza nelle legna appariſce uno ſcapito ſenſibile.

La Colonna decimaſettima preſenta il conſumo dell'acqua relativamente al medeſimo prodotto, ſempre calcolato

alla medeſima ſalatura, e qui tornano come ſi è detto riguardo al tempo, i nuovi forni ad avere un vantaggio ſopra i vecchi, vedendoſi in queſti un conſumo d'acqua a colpo d'occhio maggiore, che in quelli.

La Colonna decimaottava rappreſenta la moltiplicazione delle legna, e del tempo rapporto al medeſimo prodotto, e ridotta alla medeſima ſalatura, e ſi vede, che in queſta combinazione per quanto il S. Giovanni (*a*) abbia qualche vantaggio ſul S. Leopoldo (*b*), ha con queſto ultimo tanto ſvantaggio il S. Lorenzo, (*c*) che i vecchi forni reſtano per queſti titoli a ſvantaggio con i nuovi.

La Colonna decimanona rappreſenta la moltiplicazione del tempo, e dell'acqua rapporto al prodotto calcolata alla medeſima ſalatura, e qui parimente i vecchi forni ſono a ſvantaggio riguardo ai nuovi.

La vigeſima Colonna offre la moltiplicazione delle legna, e dell'acqua (calcolata la medeſima ſalatura) riſpetto al medeſimo prodotto, e qui veramente i vecchi forni ſono a vantaggio a riguardo dei nuovi, e ſi combina giuſto, che i due elementi delle legna, e dell'acqua ſono i più diſpendioſi per la fabbricazione del Sale, ed in conſeguenza eſſendo i nuovi forni (riſpetto a tali elementi) a ſvantaggio con i vecchi ne ſegue, che la ſalinazione in eſſi deve riuſcire più diſpendioſa.

La Colonna vigeſimaprima pone ſotto occhio la moltiplicazione della ſalatura, del tempo, delle legna, e dell'acqua riſpetto al medeſimo prodotto, e qui ſi vede che il tempo minore occorrente nei nuovi Edifizi influiſce più di tutti gli altri elementi ad eſſi ſvantaggioſi, e coſtituiſce i detti nuovi Edifizi nel totale della ſalinazione (mettendo a calcolo il tempo) in qualche vantaggio riſpetto ai vecchi, di maniera che riſulta da queſta eſperienza, che il ſale fabbricato con i nuovi forni coſterebbe più di quello fabbricato con i vecchi, ma ſe ne otterrebbe in egual tempo una maggior quantità, ed il preciſo di queſte variazioni riſulta eſaminan-

---

(*a*) Vecchia Salina, (Tav. I. Fig. 1. e 3.).
(*b*) Salina nuova, (Tav. I. Fig. 2. e 4.).
(*c*) Altra vecchia Salina, poco dalla prima già detta differente, come reſulta ancora dalla ſpiegazione della Tav. I. alla Fig. 1.

do i numeri delle sopra descritte Colonne, ma per diminuire l'indagine abbiamo segnato in fondo della Tavola i resultati prossimi dei consumi dell'acqua, del tempo, e delle legna.

Fu verificato, che le Saline nuove, e più ampie, (Tav. I. Fig. 2.) nelle quali il fuoco passando per angusti laboratorj lambisce in tutta la lunghezza le caldaje, si possono ottenere sino a cinque cavate, o cotte di Sale in 24 ore, o sia quasi due di più, che negli antichi, e più angusti (Tav. I. Fig. 1.). Fu verificato ancora dal rapporto unanime dei Mojatori o Salinatori, che quanto più sono vecchie le caldaje, tanto più si rallenta la salinazione, e fu verificato in fine, che nelle Saline nuove erano per l'impeto del fuoco più soggette a fondersi, e guastarsi le caldaje; per la qual cosa non poteva verificarsi l'effettuazione di cinque cotte il giorno.

D'appresso ai libri autentici si potè rilevare, che la spesa fatta per rifondere le caldaje nei nuovi Edifizi (Tav. I. Fig. 4.), supera di assai quelle fatte per rifondere le caldaje degli Edifizi vecchi (Tav. I. Fig. 3.); e paragonando la quantità occorsa nei nuovi, e nei vecchi Edifizi dal Gennajo 1790 al 28 Luglio 1791 si trova, che il prodotto del Sale diviso per la spesa delle rispettive fusioni sta dai vecchi Edifizi ai nuovi come 437 : 312.

Essendo in realtà come abbiamo precedentemente congetturato, che le nuove Saline producessero una libbra di Sale per poco più di ogni libbra, e mezzo di legna, prodotto, che per quanto possa essere inferiore rispetto alle moje vecchie, per le quali con l'istesso raziocinio si è trovato occorrer meno di una libbra, e mezzo di legne per ogni libbra di Sale, non ostante è insigne rispetto a quello di alcune famose Saline d'Europa; e per citarne una trovasi, che a *Chateau Salins* si ottengono 120000 libbre di Sale con 90 corde di legna. La corda è 8 piedi lunga, 4 larga, e 3 $\frac{1}{2}$ alta. Il piede cubico di legna in catasta si valuta libbre 31 se è legna dolce, e 33 se è legna forte; dunque prendendo un medio, cioè 32, e la corda essendo 10080 piedi cubici avremo per 120000 libbre di Sale il consumo di libbre 322560 di legna, cioè circa due libbre, e mezzo per ogni libbra di Sale.

Aggiunger si deve ancora ai pregi dei nuovi Edifizi esser falso ciò, che da alcuni si adduce contro di essi, cioè che producano il Sale di peggior qualità, mentre anzi l'acqua salata non entrando nelle caldaje da Sale *bb* (Fig. 4. Tav. I.) prima d'essere stata in quelle di riscaldamentto *aa* (Fig. 4. Tav. I.), dove subisce una tal quale preliminare concentrazione, ne succede, che deposita in esse caldaje di riscaldamento varie parti selenitiche, e terrose, le quali altrimenti entrerebbero nelle caldaje da Sale, e si potrebbero in parte mescolare con il Sale stesso. In prova di ciò si sono estratti da esse caldaje degli strati di selenite alti un pollice, e più. Ciascheduno comprende, che questa materia non è assolutamente entrata nel Sale fabbricato ai nuovi Edifizi, il quale adunque non può essere stato se non più puro che quello dei vecchi; ed intanto si verificano le accuse, che alcuni gli danno con dire, *che sala meno*, *e che è meno attivo* in quanto che è più umido.

In una pariglia di caldaje dei nuovi forni furono variate le dimensioni, cioè furono resi più angusti i laboratorj come lo erano nella loro primitiva costruzione, e si trovò che il prodotto dei più angusti ai più ampli stava come 3329 : 2561.

Trovammo in oltre che i nuovi forni nello stato di laboratorj più ampli, in cui erano nei giorni dell'esperienze della scorsa Estate dell'anno 1791 per quanto risparmiassero di tempo, e d'acqua rispetto ai vecchi, sono ad essi così inferiori rispetto al consumo delle legna, che tenuto conto ancora della più costosa manutensione, onn sieno punto economici.

Supponsi finalmente che i nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.) nelle primitive dimensioni di laboratorj più angusti, come erano nell'anno 1790, facessero molto più Sale a parità di circostanze dei forni vecchi (Tav. I. Fig. 2.), ed il consumo delle legna fosse eguale, o eccedesse di così poco il vero consumo dei forni vecchi, che attesa maggior quantità di un tale necessario prodotto fossero sempre da riguardarsi per un plausibile stabilimento; in fatti si è congetturato, che sarebbero stati più vantaggiosi d'una delle più famose Saline d'Europa, e che le annunziate cinque cotte per giorno si realizzarono a maraviglia.

L'inconveniente più sostanziale da evitarsi in quello stato si riduceva ad impedire efficacemente la frequente fusione delle caldaje. L'autore istesso dei nuovi Edifizi propose a tale effetto di abolire il cenerario, deprimere la giacitura del combustibile, e sostituire alla volticciola del forno un prolungamento delle caldaje di salinazione, e per conseguenza acquistare un'area acquea più efficacemente evaporante uguale a braccia quadre 24 circa. In oltre tolto il cinerario, e abbassato il focolare è sperabile che la fiamma non si vibri con tanta celerità, e forza contro le prossime pareti delle caldaje, che per conseguenza non soggiacciano alle fusioni, quando ancora i lavoranti manchino della debita cautela, e di più il calore delle braci ardenti anderà a profitto degli elaboratori, e fuggirà meno la fiamma.

Noi non ardiremmo d'asserire, che disposti in tal guisa i nuovi forni (Tav. I. Fig. 2.) fossero efficaci quanto sono i vecchi (Tav. I. Fig. 1.) per le ragioni, che tra poco accenneremo, ma le frequenti fusioni crediamo che si eviterebbero; ed è certo che quando il divario tra' vecchi, e i nuovi così ridotti fosse tenue, non può asserirsi se mettesse conto l'abbandonare quelle ampie fabbriche.

Ma per meglio spiegarci faremo parola primieramente di un forno ideato dal celebre Professore di Padova *Giovanni Arduino*, e da lui descritto all'illustre, e dotto Proposto *Lastri* di Firenze. Essendo al presente pubbliche con la stampa le dimensioni, e i principj di un tale forno, ci asterremo dal ripeterne la descrizione, avvertendo solo che in sostanza il calore invece d'investire la superficie esterna delle caldaje striscia con una continua, e rapida corrente d'aria sopra la superficie dell'acqua contenuta nelle caldaje stesse, e ne fomenta l'evaporazione. Questa idea sembrandoci degna, che se ne facesse un saggio nell'esperienze private, e desiderando di poterne fare un paragone esatto coi nostri forni, si chiese il dettaglio dei consumi, e dei prodotti; ma il Professore *Arduino* rispose al Proposto *Lastri* di non potere in questo darne soddisfazione, mentre sapeva soltanto, che nei luoghi, ove questo suo forno era stato messo in opera si consumava la metà meno di quello che si facesse con i forni di prima.

Quindi si può inferire che i forni, che avevano prima

in quei paesi, fossero non molto felici rispetto almeno al consumo del tempo, e delle legna, mentre risulta dall' esperienze esposte nella Tavola IV., che l'acqua in questo sistema subisce una scarsa evaporazione rispetto agli altri metodi; ma nondimeno non è stata senza utilità questa notizia, giacchè è servita a illustrare la teoria dei forni Volterrani.

La detta Tavola IV. presenta il risultato di molte esperienze fatte ad un fornello espressamente edificato a fine di avere sott'occhio degli elementi più decisivi per assestare un giudizio. Questo fornello fu in principio stabilito sul sistema dei vecchi forni Volterrani, e portava una caldaja lunga braccia due, e larga un mezzo braccio, nella quale si metteva acqua a diversa altezza, esponendola all'evaporazione per un'ora, e mezzo con libbre 50 di legna sempre uguale. La prima linea orizzontale della Tavola IV. presenta l'esito di questa prima classe d'esperienze, e mostra esser vero il proverbio dei mojatori Volterrani, cioè, *che meno acqua dà più Sale*; poichè in effetto l'evaporazione si vede scemare sensibilmente quando aumenta la quantità d'acqua, e con progresso costante dai due soldi sino ai nove d'altezza, onde non è che evaporata tutta l'acqua ne venga più Sale da una minor dose, che da una maggiore, ma in proporzione del consumo di legna, e del tempo l'evaporazione è più efficace, e rapida, e per conseguenza la produzione del Sale in eguali tempi con minor massa d'acqua, che con una maggiore; bene inteso sempre, che non per questo si dovrebbe esporne un sottilissimo velo d'acqua sulle caldaje, giacchè allora per troppi altri titoli lo scapito supererebbe il guadagno.

La seconda linea orizzontale presenta i resultati del medesimo fornello, ma ridotto ad avere il fuoco di riverbero, o piutosto obliquo, che debba dirsi coerentemente al meccanismo dei nuovi forni (Tav. I. Fig. 4.). E qui è da notarsi, che la medesima suddetta caldaja aveva ad ogni mezzo braccio una lamina di piombo verticale così che la capacità di essa veniva ad essere divisa in quattro parti, in ciascuna delle quali l'acqua stava separata. Ciò fu fatto per conoscere la degradazione dell' influenza del calore sull' acqua della caldaja, e di fatti si vede, che là dove con il fuoco diretto queste quattro divisioni evaporavano presso a poco nell' istes-

fa maniera, falva quella ineguaglianza occafionata dalla cafuale difpofizione delle legna; in quefto fecondo metodo del fuoco obliquo, la prima divifione comechè vicina al fuoco evapora molto più dell' altre, e le feguenti vanno fcemando con l'ordine iftefſo, con cui s'allontanano dal fuoco, prefcindendo dall' ultima, che eſſendo lambita verticalmente dalla fiamma ufcente dall' elaboratorio, aumenta un poco fulle due precedenti.

Si vede, che avendo efpofto con quefto fuoco obliquo le medefime altezze di 2, 3, e 6 foldi d'acqua dentro la caldaja come nelle tre efperienze normali *A*, *B*, *C* l'evaporazione ottenuta non fi è combinata altro, che nell' efperienza *B* con l'altezza di tre foldi d'acqua, ma nelle altre il fuoco obliquo ha prodotto fempre un' evaporazione minore.

La quarta linea orizzontale prefenta l'efito dell' efperienze fatte ful forno d'*Arduino*. Per efeguirle fu coftruita una caldaja parimente di piombo, alta poco più di tre foldi, e fituata fotto una volta murata, come prefcrive il medefimo *Arduino*, facendo paſſare il fuoco tra la fuperficie dell' acqua, e la fuddetta volta di mattoni; l'efito fu che l'evaporazione nel tempo iftefſo riefcì minore non folo dell' efperienze normali a fuoco diretto, ma ancora di quello ottenuta col fuoco obliquo.

Allora s'offerfe alla fantafia il penfiero di foftituire alla volta murata la caldaja, che avea fervito alle prime due claſſi di efperienze, e fare in confeguenza, che il fuoco obliquo lambiſſe inferiormente la fuperficie dell' acqua come prefcrive *Arduino*, e dalla parte fuperiore il fondo d' un' altra caldaja, di maniera che fi riuniſſero full' iftefſo fuoco, e il principio addottato dall' Autore dei nuovi forni Volterrani, e quello addottato da *Arduino*.

In tre maniere fu efperimentata quefta nuova idea di fare evaporare l'acqua come vedefi nella terza linea orizzontale. La prima maniera fu d'infondere all' altezza di due foldi l'acqua tanto nella caldaja fuperiore quanto nell' inferiore. L'evaporazione della fuperiore fu di denari 8 vale a dire minore dell' evaporazione ottenuta nelle circoftanze analoghe del fuoco diretto, e del fuoco obliquo; ma fommati quefti 8 denari con gli altri otto denari evaporati contemporanea-

mente dalla caldaja inferiore, costituiscono un'evaporazione totale di un soldo, e quattro, e che supera l'evaporazione del fuoco obliquo della seconda linea orizzontale, per quanto però sia minore di quella ottenuta con il fuoco diretto. La seconda maniera fu con soldi tre d'acqua tanto nella caldaja inferiore, che superiore; ed allora la somma delle due evaporazioni superò quelle del fuoco obliquo, e del fuoco diretto. La terza maniera consiste nell'infondere soldi sei d'acqua nella caldaja superiore, e soldi tre nell'inferiore, e la somma delle due evaporazioni eccedè ancora in questo caso quelle ottenute con le prime due classi d'esperienze, tanto con il fuoco obliquo, quanto con il fuoco diretto.

Sembra pertanto, che l'idea di questo nuovo forno, che riunisce nel tempo istesso il principio addottato dall' Autore dei nuovi forni Volterrani, e quello di *Arduino* meriti di essere con ulteriori esami illustrata, giacchè sebbene nell'attuali esperienze non abbia portato sempre un vantaggio, è credibile, che possa combinarsi in maniera, che tal vantaggio si realizzi costantemente.

Fu ancora provato se l'evaporazione dell'acqua salata si facesse con diversità da quella dell'acqua dolce, accordando qualche influenza all'attrazione delle molecole saline verso l'acqua, e l'esito non mostrò differenza sensibile.

Dopo aver paragonato le tre suddette maniere d'applicare il fuoco alle evaporazioni, credemmo espediente illustrare una questione, che sembra intatta all'investigazione de' Fisici, e che in ciascheduna occasione, nella quale occorra di fare evaporare dei fluidi, dee essere di non lieve utilità.

E' manifesto, che una data quantità di materia combustibile si può disporre in maniere diverse, e adattarla ad investire col proprio calore una superficie di varia grandezza; per esempio quattro candele accese possono situarsi in maniera, che investano con la loro fiamma una superficie di due pollici quadrati; e le istesse possono avvicinarsi fra loro in maniera, che tutte le quattro fiamme non investano che una superficie di un pollice quadrato, vale a dire quattro volte minore della prima; pare indubitabile, che ciaschedun punto della prima superficie debba essere investito da un valore quattro volte meno intenso di quello che investe la seconda

ſuperficie, giacchè qui non pare, che debba aver luogo quella maravigliosa proprietà del calor solare, che nel fuoco d'uno specchio ustorio fonde un metallo a molte braccia di distanza, mentre poi rimosso quel metallo anche di qualche linea dal vero punto del fuoco, invece di fondersi dura fatica a riscaldarsi notabilmente; avendosi perciò una specie di violazione alla legge, con la quale l'attività dei raggi solari s'accresce quando essi si riuniscono, e ravvicinano tra loro. Quindi se ciascheduna di quelle due superficie costituisce la base di un vaso parallelepipedo, il quale abbia i suoi lati verticali affatto nascosti dal fuoco, la di cui azione per conseguenza si limiti solo alla base contenente una data ed uguale quantità d'acqua; è chiaro, che la superficie dell'acqua aderente alla base del primo vaso sarà in egual tempo riscaldata meno di quello, che sia per essere la superficie omologa dell'acqua contenuta nel secondo vaso. E che qualora la legge con cui il calore si propaga agli strati superiori (legge che dovrebbe essere analoga ai quadrati delle distanze) non vi si opponga affatto, ne dovrebbe succedere adunque, che il vaso di più angusta base fosse per riscaldarsi più sollecitamente, e prestarsi per conseguenza ad una più energica evaporazione in tempo eguale.

Ma l'evaporazione non è dovuta solamente al riscaldamento dell'acqua, entrandovi a fomentarla come principio solvente l'aria, che è a contatto della superficie superiore del fluido, e in conseguenza per questo riflesso l'evaporazione sarà tanto più energica, quanto più estesa sarà la superficie superiore del fluido a circostanze eguali; mentre al contrario pareva, che quanto più angusta fosse stata la base, altrettanto maggiore avrebbe dovuto essere l'evaporazione per causa dell'intensità del calore.

Secondo un tal raziocinio non è dunque nè la più estesa, nè la più alta possibile la figura, che debba avere un dato vaso d'acqua, acciò in un dato tempo con eguale quantità di fuoco produca la medesima evaporazione; ma siccome „ La ragion dietro ai sensi ha corte l'ali " avanti d'impegnarci allo sviluppo d'una formula analitica, la quale riunendo i necessarj elementi, presenti la soluzione di questo interessante Problema, abbiamo desiderato di consultare l'esperienza.

Diminuita adunque di un quarto la caldaja da prima deſcritta, ed eſpoſta ad un calore diretto come nella prima claſſe d'eſperienze, ma riunito in tre quarti ſoli dello ſpazio, che occupava allora, v'abbiamo ſucceſſivamente infuſo tre maſſe d'acqua eguali a quelle delle tre eſperienze normali *A*, *B*, *C*, di maniera che nella prima eſperienza corriſpondente ad *A* avea due ſoldi, e otto denari d'altezza, e l'evaporazione fu maggiore, che quella di *A*, che conteneva un'egual maſſa d'acqua in un'eſtenſione $\frac{1}{4}$ maggiore, ed in un'altezza di otto denari minore. Nella ſeconda eſperienza corriſpondente a *B* avea 4 ſoldi d'altezza, e l'evaporazione fu maggiore, che nella ſuddetta *B* con tre ſoldi d'altezza, e $\frac{1}{4}$ più di ſuperficie. Nella terza finalmente corriſpondente a *C* l'evaporazione fu parimente maggiore; di maniera che queſta diminuzione di $\frac{1}{4}$ di baſe fu aſſolutamente vantaggioſa.

Si vede dalla ſeſta linea, che fu proceduto a diminuire la baſe riducendola alla metà, indennizzando la perdita dell'eſtenſione coll'aumento d'altezza, che nella corriſpondente ad *A* era quattro ſoldi, e nella corriſpondente a *B* era ſoldi ſei; ed in tutte queſte eſperienze l'evaporazione, come riſulta dalla Tavola, diminuì ſenſibilmente.

Per terminare la ſerie ſi riduſſe, come vedeſi nella ſettima linea, la caldaja ad un ſolo quarto di baſe, e vi s'infuſe acqua corriſpondente ad *A*, vale a dire con otto ſoldi d'altezza, e l'evaporazione fu minore non ſolo dell'eſperienze della linea quinta, ma ancora di quelle della quarta.

Si manifeſta pertanto, che atteſa probabilmente la colliſione di queſti due elementi, intenſità di calore, ed eſtenſione di ſuperficie, vi è una figura da dare al fluido evaporante la quale porta la maſſima evaporazione, e nel caſo noſtro eſſendo di ſoldi 800 cubici di maſſa, ſi trova queſta figura ad una ſuperficie di ſoldi 300 quadrati con un'altezza di ſoldi 2, e $\frac{2}{3}$.

Con ſimili ajuti dell'eſperienza, ci luſinghiamo, che l'analiſi non laſcierà d'offrire de'riſultati utili. Chi vorrà internarſi nella ſtrada, che s'aprì con queſte contemplazioni potrà moltiplicare l'eſperienze, e poſcia conſultare la bella Memoria di M.r de la *Grange* (Accad. delle Scienze di Parigi

rigi 1772) ſulla maniera di formare le Tavole dei Pianeti per mezzo delle oſſervazioni, o pure la Memoria che M.r de *Condorcet* ha inſerito nel volume d' eſperienze Idrauliche impreſſo a Parigi nel 1777. Tornando frattanto alle modificazioni, che occorreſſero alle Saline Volterrane, e primieramente rivolgendo il penſiero alla variazione indicata a pagina 26, 27, ci pare coerentemente a queſte preliminari eſperienze ſi poſſa decidere, che biſognerebbe avvicinare le quattro caldaje attuali *aa*, *bb* alle quattro corriſpondenti, che dovrebbero eſſere ſul forno *CB* (Tav. I. Fig. 4.), di maniera che occupaſſero la volticciola del forno *B*, e non già ingombrare queſta volticciola con un'altra caldaja di più, mentre la ſuperficie evaporante ſi verrebbe a fare troppo eſteſa: tale avvicinamento di caldaje ſarebbe ancora preferibile all'aggiunta di un'altra di più, perchè s'abbrevierebbe il corſo della fiamma, e ſi potrebbe riſtringere per lo lungo la capacità dell'Edifizio.

Queſta diminuzione di capacità inerendo alle oſſervazioni fatte coll'Igrometro pare che ſarebbe utile ancora in tutte le dimenſioni delle ſtanze medeſime per la più facile eſpulſione del vapore, mentre avendo trovato in eſſe nei giorni dell'eſperienze più umido di quello che foſſe nell'aria eſterna, pare che ſi confermi ciò, che il raziocinio ancora ſuggeriſce; cioè che il vapore ſtaccato dalle caldaje avanti d'uſcire da quelle grandi ſtanze, abbia luogo di raddenſarſi in umidità, dal che, e il proſciugamento del Sale, e l'ulteriore evaporazione non poſſono non ſentirne ſvantaggio.

Ed appunto per tali motivi (abbiamo avanzato precedentemente, e ci ſiamo riſerbati adeſſo a dirne la ragione) che non oſtante la modificazione ideata, e poc'anzi eſpoſta, noi non ardiremmo d'aſſerire, che i nuovi forni foſſero per arrivare a produrre quanto i vecchi, il vero prodotto dei quali è maggiore di quello che fu creduto prima di coſtruire i nuovi.

Queſti vecchi forni (Tav. I. Fig. 1.) ſono per vero dire d'un'apparenza così ributtante, e quelli che vi lavorano ſono eſpoſti ad una traſpirazione così violenta, che è troppo naturale, che un animo ſenſibile cerchi d'immaginare qualche coſa di più umano per gli operanti, e di più ſo-

disfazione per l'occhio, ed i limiti non ſono preſcritti allo ſpirito umano, talchè non poſſa giungerſi ad ottenere forni più eleganti, meno laborioſi, e d'egual frutto; non oſtante una certa tradizione per la quale ſi pretende, che qualunque volta ſi ſia voluto fare delle mutazioni a queſti forni ſempre ſi ſia peggiorato di condizione.

E' notabile, che taluno aſſeriſce aver l'eſperienza canonizzato la figura iſteſſa delle fornaci vecchie (Tav. I. Fig. 1.), come la più perfetta poſſibile, e ſopra di queſto veramente, per quel che riguarda il prodotto grande, ed il piccolo conſumo di legna, pare che i principj Fiſici s'accordino con la preteſa eſperienza, mentre oltre tutti i rifleſſi, che veggonſi dettagliati nella Tavola I. biſogna convenire, che atteſa quella corrente calda *evk* (Fig. I.), che ſtriſcia ſopra le caldaje, l'acqua eſpoſta in eſſe profitta nel tempo medeſimo, e del calor diretto attivo per ſe ſteſſo molto, e di quello di riverbero ſulla ſuperficie dell'acqua ſecondo il principio che fa onore alla ſopra deſcritta invenzione d'*Arduino*.

Reſta un altro punto da eſaminare, ed è il metodo col quale ſi riceve il Sale dai Magazzinieri in Volterra ov'è condotto in ſacca dalle vicine moje. Si ſceglie dai Miniſtri quel ſacco, che più a lor piace per ſervir di norma ai reſtanti, e queſto ſi miſura ſpargendo con una delicatezza, e lentezza indeſcrivibile il Sale a mano dentro uno ſtajo ſin che ſia fatto colmo, e ſe ne rade con attenzione grandiſſima l'eccesſo, eſſendo poi in libertà dei Miniſtri medeſimi valutare il contenuto del ſacco a miſura, o peſo di ſtaja come a lor piace, ad oggetto di coſtringere il Fabbricatore a farlo di grana eguale, e non laſciarvi tropp'acqua; ma queſto metodo non è meno equivoco, che laborioſo, per aſſicurarſi della vera quantità del Sale, che il Fabbricante rimette ai Magazzini. O la Comunità lo prenda dall'Impreſario a peſo, o a miſura, ſempre v'è il caſo per errori, o volontarj, o involontarj. Il Sale è una certa così fatta materia, che può meſcolarſi con l'acqua, creſcer di peſo, e non di volume; può l'iſteſſo Sale variare di volume eccesſivamente, e *Lambert* trovò, che poteva differirne nella miſura da 11 a 8, ed in conſeguenza venne in capo d'immaginare un compenſo meno operoſo, e ſenza dubbio più eſatto con cui i

Miniſtri della Dogana di Volterra poſſano con ſoddisfazione ancora del Conduttore aſſicurarſi della quantità effettiva del Sale, che il Conduttore loro conſegna. Queſto metodo conſiſterebbe nell' introdurre l' uſo d' un Areometro di una ſcala più eſatta dell' ordinario, che ſarebbe facile farla giungere ad eſprimere una milleſima parte di Sale per ogni grado; la manovra ſarebbe ſempliciſſima, e la formula l' iſteſſa, che quella eſpoſta nel deſcrivere la Colonna undecima della Tav. II. Crediamo, che queſta ſarebbe una di quelle occaſioni, nelle quali la Fiſica ſervirebbe al più bel fine, che ella abbia, cioè ai vantaggi delle manifatture, e alla tranquillità dei contratti, ben inteſo però, che queſta nuova pratica non trovaſſe un oſtacolo nel naturale attaccamento, che ſi ha generalmente all' antiche coſtumanze, perchè allora con i fermenti, che ecciterebbe prima di prender piede, produrrebbe inconvenienti forſe maggiori di quelli, che ſi vorrebbero evitare; come talora inſiſtendo per la guarigione di malattie tollerabili del corpo umano, ſi mutano le condizioni, e ſi rendono malate delle parti intereſſanti di eſſo, che erano ſane.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I.

Rappreſenta la Pianta, e lo Spaccato dimoſtrativo di una delle vecchie, e nuove Saline.

Figura 1.

E' lo ſpaccato di una delle vecchie Moje, o Saline (poco differendo eſſe fra loro).

A Porticato.
E Conſerva.
BQ Uſcio d' ingreſſo.
mn Forno.
cs Caldaje con acqua che bolle.
D Sale eſtratto da una precedente cotta, e ſituato a ſgrondare ſopra un piano inclinato, detto *Gabbeo*.
f Condotto per il quale ſcende l' acqua ſalſa dalla Conſerva *E* nelle Caldaje.

eq Bocca, o apertura per la quale si gettano le legna nel Forno.

K Abbaino per il quale entra lume nel laboratorio, e dà escita al vapore, e fumo.

L'oggetto di questa Tavola dimostrativa non è solo quello di far vedere la relazione che hanno i nuovi ai vecchi Edifizj, ma bensì di dare idea d'un utilissimo giuoco, che deve necessariamente far l'aria in tal costruzione di Edifizio, e di Forno.

Egli è certo, che il fuoco acceso in *mn* richiamerà quivi una corrente d'aria dall'apertura più diretta, e più bassa, che è la Porta *BQ* per mezzo della bocca del forno *qe*, e tal corrente si è voluta rappresentare sensibilmente con le lettere *uqbde*. Scendendo essa nel Forno *mn* ne discaccerà per la parte più alta *e* della feritoia *qe* l'aria più leggera e più calda, che avea di già soprastato ai precedenti istanti della combustione. Questa corrente d'aria *evk* retrograda non potendo avere egresso per la vicina Porta, nè molto vagare per l'Edifizio angustissimo, bassissimo, dovrà dirigersi verso l'Abbaino *K*, e quasi strisciando nella Caldaja *cs* in ebullizione, e lambendo il Sale umido *D*, contribuirà moltissimo al più pronto prosciugamento del Sale in un ambiente caldissimo, alla più rapida evaporazione dell'acqua, ed alla espulsione del vapore umido fuori della ristrettissima capacità dell'Edifizio.

Figura 2.

Lo spazio *CFGHILP* circoscritto da linee punteggiate è lo spaccato d'una delle nuove Saline, e si è sovrapposto a quello delle vecchie, acciò resulti la diversità dell'interna capacità relativa.

Z Lanterna coperta da un tetto a padiglione sostenuto da colonnini di legno, che lasciano aperte tutte e quattro le parti della medesima per l'altezza *gh*, da dove ha l'egresso il vapore.

T Tetto della fabbrica a padiglione aperto nel mezzo in tutta la lunghezza, e larghezza delle caldaje, restan-

dovi sopra detta apertura la suddescritta lanterna.

La linea punteggiata *rp* rappresenta il livello dell'acqua delle Caldaje di riscaldamento *aa* (Fig. 4.), e la linea *pe* quello delle Caldaje di Salinazione *bb* (Fig. 4.).

CP E' il livello del terreno.

Figura 3.

E' la pianta delle vecchie Saline.

E La Conserva dell'acqua salsa.
A Porticato.
ff Condotti per introdurre l'acqua nelle Caldaje.
cc Caldaje.
D Forno nel quale non sono situate ancora le Caldaje.
E Gabbeo, o sia piano inclinato sul quale si pone a sgrondare il Sale *D* (Fig. 1.)
bb Porte d'ingresso.
dd Bocche, o aperture per le quali si gettano le legna nel Forno.
rs Condotto praticato per introdurre l'acqua salsa dal Pozzo nella Conserva *E*.

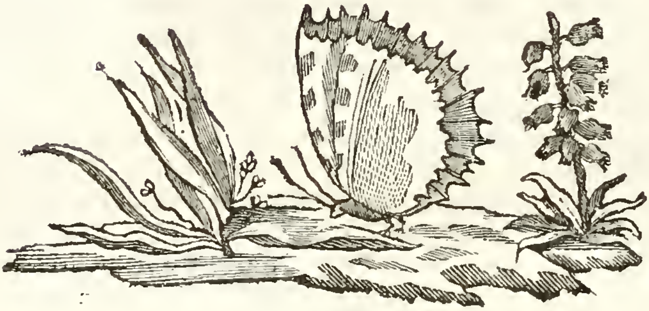
Figura 4.

Pianta d'una delle nuove Saline, che sono compagne fra di loro.

Dal lato *CD* si vede il Forno senza Caldaje, ma armato come conviene per riceverle.
E Piccola Conserva dalla quale si partono i Condotti, che introducono l'acqua nelle Caldaje.
f Condotto che porta l'acqua nella Conserva medesima.
aa Caldaje di riscaldamento, dalle quali per mezzo di due condotti passa l'acqua nelle due Caldaje *bb* di salinazione.
B Metà della volticciola del Forno, ove si porgono i combustibili, la di cui fiamma strisciando sotto le Caldaje esce per i Camini *SS*.

bb Porte d'ingresso.

AA Cordonate, per le quali si scende nelle due Gallerie, ove corrispondono le due bocche laterali del Forno, da cui s'introducono le legna ad abbruciare.



ılterra nel L1791. Tav. II. *pag.* 78

XI	XII	XIII	XIV		XX	XXI
effet. Sale eri ro- di.	Umidità dell' aria fuori dell' Edifizio.	Umidità dell' aria dentro dell' Edifizio.	Umidità de le espress decimal	atura, acqua otto.	Rapporto dell' acqua consumata, delle Legna, e della Salatura al prodotto.	Rapporto delle Legna, dell' acqua consumata, e del tempo al prodotto.
aja.	Gradi.	Gradi				
M 6 4	86	76	0,090	: 1	330724483740 : 1	9954806960 5740 : 1
Moja 9 2	46	38	0,125	: 1	139044135384 : 1	45467432270568 : 1
Moja 7 8 0 6	66	68	0,160	: 1	259850611734 : 1	61584594980958 : 1

Resultato totale dell' esperienze fatte alle Saline di Volterra nel Luglio, e Agosto dell' Anno 1791.

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
		Calor degli Edifizj al Termometro di Reaumur.	Salatura dell' acqua dedotta dall' Areometro.	Calore dell' acqua da evaporare.	Arce evaporanti.	Acqua esposta all' evaporazioni.	Acqua consumata.	Acqua residua.	Legna impiegate.	Tempo impiegato.	Sale prodotto misurato.	Quantità effettiva del Sale in numeri rotondi.
		Gradi	Gradi	Gradi	Denari quadrati	Denari cubici.	Denari cubici.	Denari cubici.	Libbre.	Ore, Minuti.	Staja.	Staja.
Moja di S. Lorenzo	Prima Cotta	29	24 $\frac{2}{3}$	16 $\frac{1}{2}$	5571120	320009136	212629968	107379168	3996	5: 4	62	56
	Seconda Cotta	36	24	16 $\frac{2}{3}$		374552736	242283672	132269064	3772	4: 58	81 $\frac{1}{2}$	74
Moja di S. Giovanni	Prima Cotta	28	24 $\frac{1}{2}$	20	3126160	195385000	146929520	48455480	1792	5: 45	45	39
	Seconda Cotta	33	24 $\frac{1}{2}$	20 $\frac{1}{2}$		179754200	107852520	71901680	1773	5: 10	48	42
Moja di S. Leopoldo	Prima Cotta	22	22 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$	6431712	369823440	117378744	72356760	4977	6: 1	32	27
	Seconda Cotta	26	22 $\frac{1}{2}$	19 $\frac{1}{2}$		376255152	220286136	155969016	3036	3: 30	69	58
	Terza Cotta	28	23	19 $\frac{1}{2}$		307114248	136673880	170440368	3091	3: 2	60	50
	Quarta Cotta	31	23 $\frac{1}{2}$	19		308722176	160792800	147929376	2634	3: 18	66 $\frac{1}{4}$	56

Si è detto Staja per intelligenza comune quantunque il Sale nel prosciugarsi non scemi sempre di volume come di massa.

	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI
	Umidità dell' aria fuori dell' Edifizio.	Umidità dell' aria dentro dell' Edifizio.	Umidità del Sale espressa in decimali.	Rapporto della Salatura, e del tempo al prodotto.	Rapporto della Salatura, e delle legna al prodotto.	Rapporto della Salatura, e dell' acqua consumata al prodotto.	Rapporto della Salatura, del tempo, e legna al prodotto.	Rapporto della Salatura, del tempo, e dell' acqua consumata al prodotto.	Rapporto dell' acqua consumata, delle Legna, e della Salatura al prodotto.	Rapporto delle Legna, dell' acqua consumata, e del tempo al prodotto.
	Gradi.	Gradi								
Moja di S. Lorenzo	86	76	0,090 : 1	113 : 1	1454 : 1	85150485 : 1	438892 : 1	25630295985 : 1	3307244483740 : 1	99548069605740 : 1
Moja di S. Giovanni	46	38	0,125 : 1	200 : 1	1091 : 1	78027012 : 1	356400 : 1	25514832924 : 1	1390441353384 : 1	45467432270568 : 1
Moja di S. Leopoldo	66	68	0,160 : 1	113 : 1	1637 : 1	75669951 : 1	387969 : 1	17933778387 : 1	2598506117341 : 1	61584594980958 : 1

Consumo di tempo dei vecchi, e dei nuovi prossimamente come 15 $\frac{1}{2}$: 11 ∽∽ Consumo di acqua dei vecchi, e dei nuovi prossimamente come 81 $\frac{1}{2}$: 76 ∽∽ Consumo di Legna dei vecchi, e dei nuovi prossimamente come 12 : 16 ∽∽

Llore - - - - - - - - - - - - - - - - - - $\frac{1}{82}$

ıvi soffice, o calcata; da - - - - - - - - 8 a 11

, di circa - - - - - - - - - - - - - - - $\frac{1}{5}$

rometro di *Beaumè*.

	San Ottaviano - - - - - - - -	25	$\frac{1}{2}$
	San Giusto - - - - - - - - - -	25	
zo di.....	San Lino - - - - - - - - -	23	
	Santa Maria - - - - - - - - -	20	
	San Giovanni - - - - - - - -	17	$\frac{3}{4}$

; cioè

asciuttissimo dei Magazzini Volterrani - - - -	14	$\frac{1}{2}$
ın Magazzino notoriamente umido - - - - -	13	$\frac{4}{5}$
San Giovanni, e San Lorenzo - - - - - -	13	$\frac{7}{8}$
loje nuove, e stato nella respettiva Stufa - -	13	$\frac{1}{4}$
di San Lorenzo - - - - - - - - - - - -	13	$\frac{1}{2}$
- Ore 24 di San Giovanni - - - - - - - -	12	$\frac{9}{10}$
- - - di San Lorenzo - - - - - - - -	13	
e 1 $\frac{1}{2}$ - di San Giovanni - - - - - - -	12	$\frac{1}{2}$
- - - dei Nuovi Edifizj - - - - - - -	12	

N. sia nella maggiore abbondanza di umido, che esiste in ı 17. Anni, e più non estendendosi, che da Gradi 12. nente fabbricato ai nuovi Edifizi, e quello delle Moje di ınque riconosca un Epoca medesima di fabbricazione. Un ende per asciutto il Sale di Num. 1. Quello di San Lonumero di libbre 17. $\frac{1}{2}$.

Tavola di Esperienze Preliminari

Differenza della deperdizione del Sale contenuto nell'acque salse, trà l'evaporazione lenta, e il massimo bollore - - - - - - - - - - - - - - - - - - - $\frac{1}{82}$

Della quantità effettiva della Saletta, che secondo l'esperienze di *Lambert* entra in una data misura, postavi soffice, o calcata; da - - - - - - - - 8 a 11

N. B. Si vide in Volterra, che lo stajo pieno di Saletta ben soffice, abbassi in altezza col solo perquoterlo, di circa - - - - - - - - - - - - - $\frac{1}{5}$

Del peso specifico dell'acqua dei diversi Pozzi delle Moje, quale fu trovato il dì 2. Agosto 1791. coll'Aerometro di *Beaumè*.

Pozzo di..... { San Ottaviano - - - - - - - - 25 $\frac{1}{2}$
San Giusto - - - - - - - - 25
San Lino - - - - - - - - 23
Santa Maria - - - - - - - - 20
San Giovanni - - - - - - - - 17 $\frac{1}{4}$

Della quantità del Sale effettivo, che si trovò il dì 2. Agosto nella Saletta fabbricata alle seguenti epoche; cioè

Num. 1. non più recente, che di Anni 17, e conservato in luogo asciuttissimo dei Magazzini Volterrani - - - 14 $\frac{1}{2}$
Num. 2. - - - - - - - - di Anni 4. Sal rosso conservato in un Magazzino notoriamente umido - - - - 13 $\frac{4}{5}$
Num. 3. - - - - - - - - di - - - Mesi 4. delle Moje di San Giovanni, e San Lorenzo - - - - - - 13 $\frac{7}{8}$
Num. 4. - - - - - - - - di - - - - Giorni 5. delle Moje nuove, e stato nella respettiva Stufa - - 13 $\frac{1}{4}$
Num. 5. - - - - - - - - di - - - - - - - - Giorni 4. di San Lorenzo - - - - - - - - - - 13 $\frac{1}{2}$
Num. 6. - - - - - - - - di - - - - - - - - - - - - - - Ore 24 di San Giovanni - - - - - - - 12 $\frac{7}{10}$
Num. 7. - { di San Lorenzo - - - - - - - - 13
Num. 8. - - - - - - - - di - - - - - - - - - - - Ore 1 $\frac{1}{2}$ - { di San Giovanni - - - - - - - 12 $\frac{1}{2}$
Num. 9. - { dei Nuovi Edifizj - - - - - - - 12

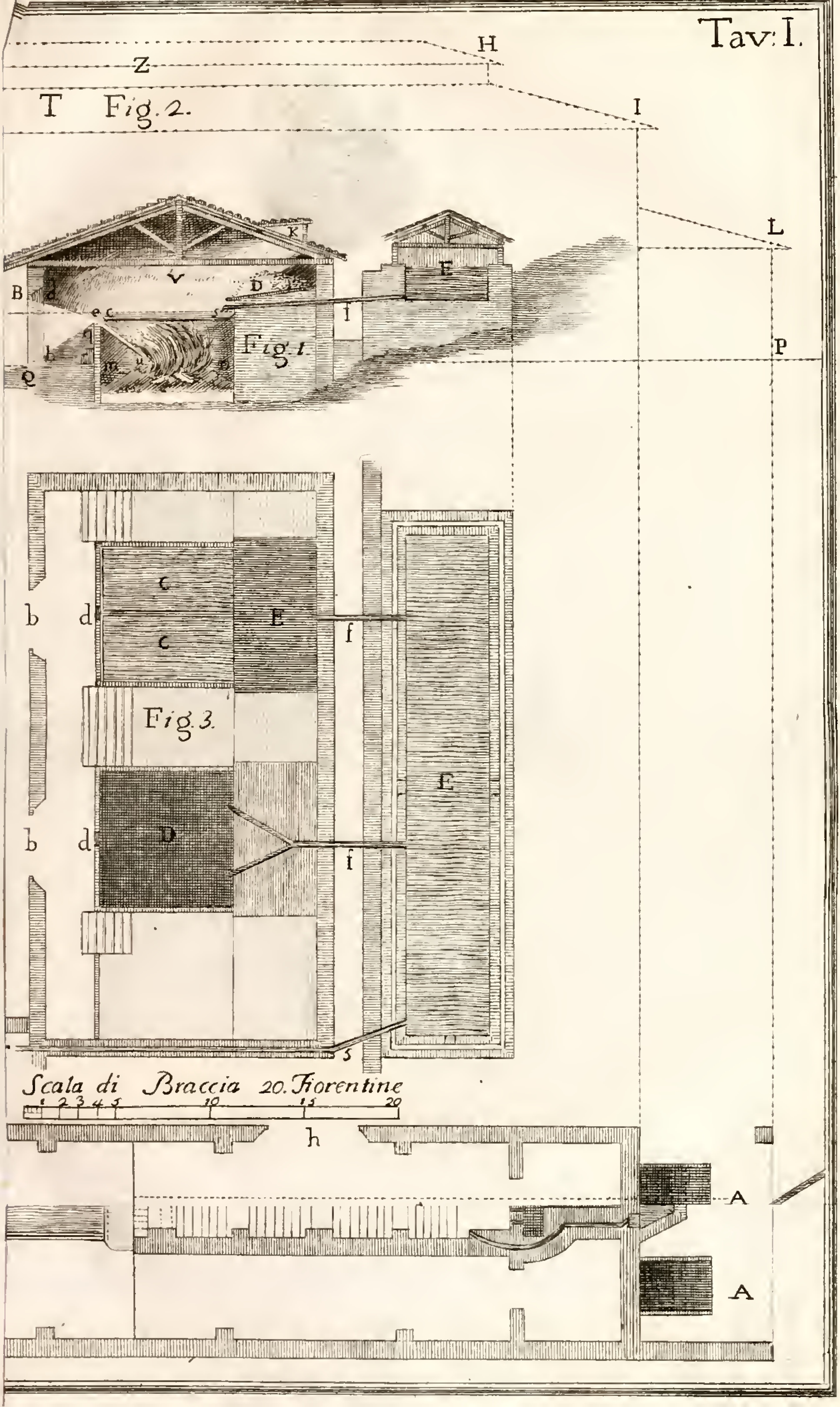
N. B. E da osservarsi, che molto angusta è la scala delle differenze nella maggior quantità di effettivo Sale, o sia nella maggiore abbondanza di umido, che esiste in una data massa di Saletta, quantunque fabbricata in epoche molto distanti, come sono un ora, e mezza da 17. Anni, e più non estendendosi, che da Gradi 12. a Gradi 14 $\frac{1}{2}$. Deve dunque apprendersi per notabile la differenza di un mezzo Grado trà il Sale recentemente fabbricato ai nuovi Edifizi, e quello delle Moje di San Giovanni; ed ancor più quella del Sale di San Lorenzo, che è di un Grado intero più asciutto, quantunque riconosca un Epoca medesima di fabbricazione. Un grado più dì umido importa sette libbre di Acqua per ogni cento libbre di Sale: vale a dire, che se si prende per asciutto il Sale di Num. 1. Quello di San Lorenzo di Num. 7. conterrà libbre 10 $\frac{1}{2}$ per cento d'Acqua, e quello de i Nuovi Edifizi ne conterrà un numero di libbre 17. $\frac{1}{2}$.

	…za …, e i.	Altezza dell'acqua esposta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.				
		Soldi.	Altezza prima: Soldi, e denari.	Altezza seconda: Soldi, e denari.	Altezza terza: Soldi, e denari.	Altezza quarta: Soldi, e denari.	Altezza media: Soldi, e denari.
I Fuoco diret…		C: 6	=: 6	=: 7	=: 6	=: 5	=: 5
II. Fuoco a river… Caldaja s…		6	=: 10				
III. Fuoco a river… Caldaja sopra,		Caldaja superiore. 6 Caldaja inferiore 3	1: = ———				
IIII Fuoco a river… Caldaja inferio… do Ardui…							
V. Fuoco diretto a… Caldaj…		Corrisponde a C: 8	———				
VI.							

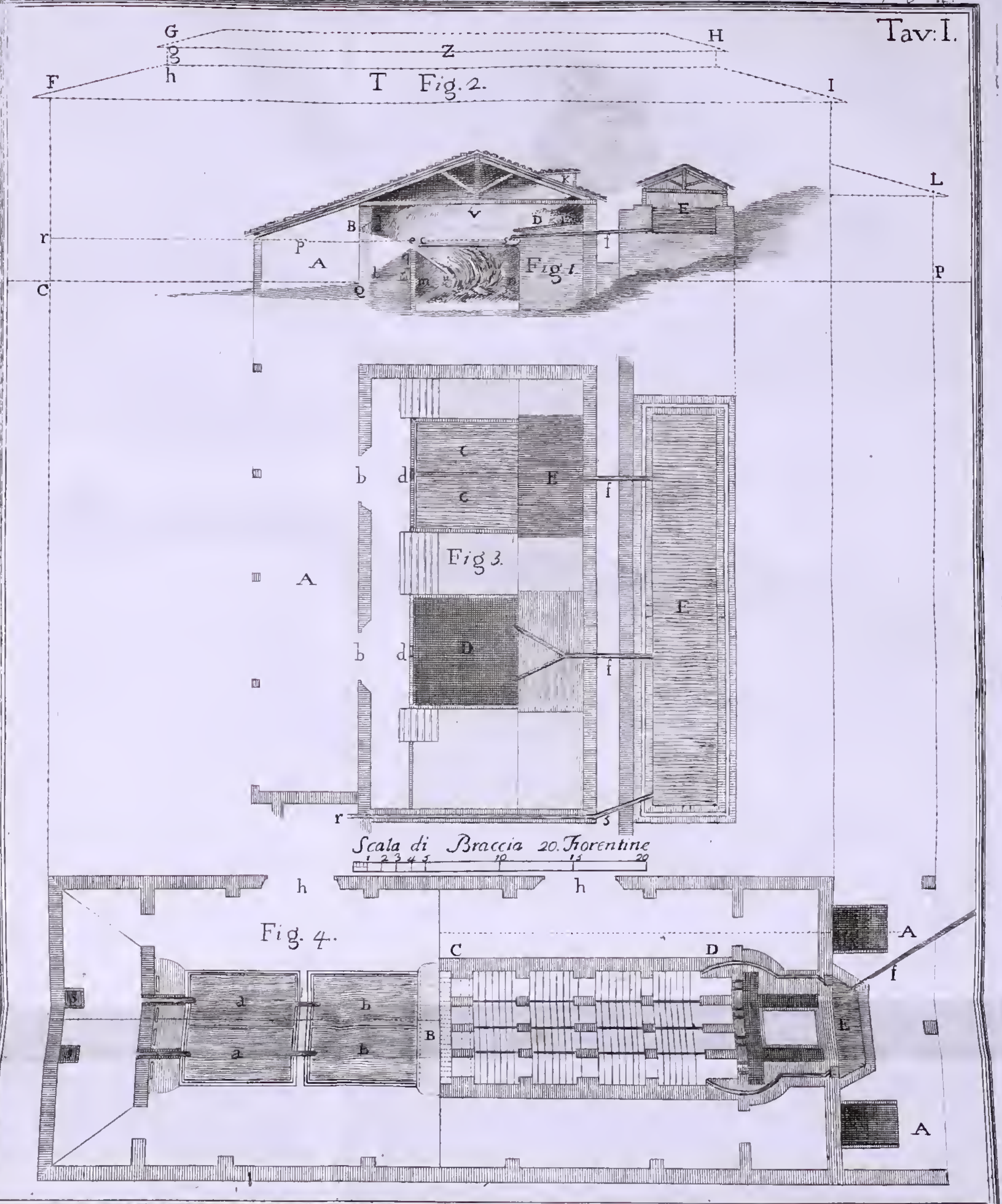
Tavola di Eſperienze Preliminari

	Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.					Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.					Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.					Altezza dell'acqua eſpoſta all'evaporazioni.	Altezza dell'acqua evaporata.				
	Soldi, e Denari.	Altezza prima	Altezza ſeconda	Altezza terza	Altezza quarta	Altezza media.	Soldi.	Altezza prima	Altezza ſeconda	Altezza terza	Altezza quarta	Altezza media.	Soldi.	Altezza prima	Altezza ſeconda	Altezza terza	Altezza quarta.	Altezza media.	Soldi.	Altezza prima	Altezza ſeconda	Altezza terza	Altezza quarta	Altezza media.
		Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.		Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.		Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.		Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.	Soldi, e denari.
I Fuoco diretto.	A: 2: =	1: 4	1: 8	1: 7	1: 5	1: 6	B: 3	=: 10	1: 6	1: 4	1: 2	1: 2	C: 6	=: 6	1: =	=: 10	=: 8	=: 9	9	=: 3	=: 7	=: 6	=: 5	=: 5
II. Fuoco a riverbero con Caldaja ſopra.	2: =	1: 7	1: 1	=: 10	1: =	1: 1	3	1: 10	1: =	=: 11	1 =	1: 2	6	=: 10	=: 4	=: 3	=: 4	=: 5						
III. Fuoco a riverbero con Caldaja ſopra, e ſotto.	Caldaja ſuperiore 2: =	1: =	=: 4	=: 8	=: 9	=: 8	3	1: 6	=: 8	=: 4	=: 8	=: 9	Caldaja ſuperiore. 6	1: =	=: 4	=: 4	=: 4	=: 6						
	Caldaja inferiore 2: =	——	——	——	——	=: 8	3	——	——	——	——	——	Caldaja inferiore 3	——	——	——	——	=: 7						
							Con acqua ſalata a 25 gradi. 3	1: 1	=: 7	=: 7	=: 10	=: 9												
IIII. Fuoco a riverbero con Caldaja inferiore ſecondo Arduino.	Forno caldo. 2: =	——	——	——	——	1: =	3	——	——	——	——	1: =												
V. Fuoco diretto con $\frac{1}{4}$ di Caldaja.	Corriſponde ad A: 2: 8	Si aſciugò affatto. ——	——	——	——	2: 8	Corriſponde a B: 4	——	1: 7	2: 1	2: 1	1: 11	Corriſponde a C: 8	——	1: 2	1: 9	1: 9	1: 6						
VI. Fuoco diretto con $\frac{1}{2}$ Caldaja.	Corriſponde ad A: 4	——	——	1: 7	2: 2	1: 10	Corriſponde ad B: 6	——	——	1: 7	2: 4	1: 11												
VII. *Fuoco diretto* con $\frac{1}{4}$ di Caldaja.	Corriſponde ad A: 8	——	——	——	3: =	3: =																		

Tav: I.


H
Z
T Fig. 2.
I
L
P
K
V
B
d
D
E
e c
s
f
b
m
Fig. 1.
Q
c
c
E
b d
f
Fig. 3.
E
D
b d
f
s
Scala di Braccia 20. Fiorentine
1 2 3 4 5 10 15 20
h
A
A

Tav: I.



SAGGIO

INTORNO ALLA RETTIFICAZIONE DELL' AREOMETRO, E A' DIFFERENTI SUOI USI

Del P. GIOVAMBATTISTA DA S. MARTINO.

IL determinare con precisione il peso, ed il volume de' liquori è uno de' più interessanti oggetti, che offrir si possa alla ponderazione de' Fisici. Finchè l'uomo visse pago, e contento d'idee grossolane, e confuse; finchè perduto dietro a vane quistioni, pasceasi unicamente di sofistiche sottigliezze, atte soltanto ad avvilire la scienza, poco mostravasi curante di acquistar delle nozioni esatte intorno all'essenza delle cose, ed al mutuo rapporto degli esseri. Ma ora, che lo spirito di osservazione è divenuto abituale fra noi; ora che si procede in ogni cosa per via di esatti confronti; che si serba da per tutto il rigore del metodo; ora, che seguendo le traccie della Natura, s'avanza il Filosofo a gran passi nella carriera delle utili cognizioni, non dovea più trascurarsi un oggetto, che attesi i suoi rapporti, può divenire della massima importanza nell'incremento delle scienze, nell' esercizio delle arti, nella pratica del commercio, e generalmente in tutti gli usi della vita civile. Fra i molti mezzi, onde stabilire senza equivoco il peso relativo de' corpi, che si trovano in istato di liquore, il più adattato all'intelligenza comune sarebbe l'Areometro, ossia, Pesa-liquori, come lo stesso suo nome ce l'indica; ma desso è tuttavia lontano dal potersi meritare quel grado di fiducia, che esige lo stato attuale delle nostre cognizioni. Tutti i Fisici hanno conosciuta la necessità di perfezionare questo strumento; ma i loro sforzi non corrisposero sempre al loro zelo. Tra il numero ben grande degli Areometri, che vengono costruiti alla giornata, e che girano in vendita per le nostre contrade, è difficile trovarne uno, che atto sia ad appagare le

noſtre mire: offrono eſſi una graduazione del tutto arbitraria; parlano un linguaggio, che non è punto inteſo; nè ſono paragonabili l'uno all'altro; ſenza la qual condizione l'iſtrumento è mancante d'uno de' più eſſenziali requiſiti. Quello del Sig. *Baumè* coſtruito pe' ſali, ed annunziato nella Parte V. de' ſuoi *Elementi dì Farmacia*, ha tutto il merito; ma atteſi i principj della ſua graduazione eſſo non ſerve, che per una ſola ſpecie di ſale. Quello eſeguito dal medeſimo Autore pe' liquori ſpiritoſi, non indica le proporzioni dell'acqua, e dello ſpirito, che ſi trovano entro al meſcuglio. Varj altri Areometri inventati in ſeguito ſono riuſciti anche comparabili; ma la loro coſtruzione è talmente complicata, che non eſſendo poſſibile affidarli tra le mani delle perſone ordinarie, rimangono per lo più condannati a non dover giammai ſortire dal Gabinetto de' Fiſici.

In rifleſſo a tali coſe mi crederò lecito di azzardare un nuovo paſſo intorno a queſta parte di Fiſica, che ha per oggetto la *liquidometria*; cercherò di rettificare un iſtrumento, che può portare dei deciſi vantaggi, ed il pubblico illuminato ſarà in grado di decidere dell'eſito delle mie intenzioni. Lo ſcopo, che mi propongo, è di ſuggerire un Areometro *univerſale*, onde abbia a ſervire per tutti i liquori; *adattato all' intelligenza di tutti*, ed il cui maneggio rieſca facile ad ogni claſſe di perſone, ed in fine *comparabile* in guiſa, che tutti quelli, che ſaranno coſtruiti ſecondo i principj, che andrò diviſando, ſieno ſempre conſentanei a ſe ſteſſi, ed immerſi nello ſteſſo fluido, indichino coſtantemente lo ſteſſo grado. Se ciò addivenga, poche ſaranno le ſcienze, le manifatture, le arti, cui non occorra fare uſo frequente di queſta comoda Macchinetta. La Fiſica ſpecialmente, la Farmacia, la Chimica, la Tintoria, le Drogherie, le Fabbriche de' zuccheri, de' ſali, de' ſaponi, de' nitri, e molte altre di ſimil genere, non ne dovranno fare a meno: le Famiglie ſteſſe particolari avranno, onde conoſcere il peſo ſpecifico delle acque delle decozioni, de' moſti, de' vini, e di altrettali liquori, che poſſono occorrere o per capo di commercio, o per altri uſi domeſtici. Per dare un certo ordine alle mie idee, comincierò dall'eſporre la coſtruzione più acconcia, ed opportuna dell'Areometro; inſegnerò

gnerò la maniera di graduarlo in guisa, che sia comparabile, e serva per tutti gli usi; parlerò in seguito del peso specifico de' liquori, additando il modo di rilevarlo, e di riconoscere altresì la proporzione, e la dose delle sostanze, che entrano nelle varie dissoluzioni; esaminerò in fine la causa, per cui i liquori acquistano maggior volume, prescriverò il metodo di determinare il loro aumento col mezzo dell' Areometro, e vedrà ognuno quali utili conseguenze se ne possano ricavare dall' esposizione di questi oggetti.

ARTICOLO I.

Della costruzione dell' Areometro.

Tutta la teoria dell' Areometro sta appoggiata al seguente principio: *Un corpo solido men pesante d'un egual volume di fluido, nel quale è immerso, galleggia in parte; ed il volume del fluido uguale alla parte di esso immersa, pesa come tutto il solido.* Quindi immerso un galleggiante successivamente in diversi liquori, il peso specifico di essi sarà in ragione inversa del suo affondamento, e la parte di esso, che rimane a galla indicherà la differenza del loro peso. Quantunque però la figura, la grandezza, la forma di questo corpo galleggiante non alterino per nulla la indicata legge universale; pure per rendere più sensibile il grado del suo affondamento, e quindi per rilevare con più precisione il peso specifico de' differenti liquori, si è cercato di dare all' Areometro una costruzione, che fosse conducente a questo fine; e quella che verrò ora soggiungendo, in seguito alle moltiplici prove, e ai varj confronti, che ne feci, mi è sembrata degna di tutta la preferenza.

La fig. *A* della Tavola posta alla fine di questo Saggio rappresenta un vase cilindrico di rame, di ottone, di stagno, o di qualsivoglia altro metallo, il quale deve essere internamente intonacato d'una buona vernice a olio, per impedire l' azione corrodente de' liquori acidi sopra i metalli. L' altezza del detto vase potrà essere di otto pollici in circa del piede di Parigi, e del diametro di due pollici. Due linee al di sotto dell' orlo superiore s' inserisca il tu-

betto *L*, che pieghi dolcemente allo'ngiù, il quale dovrà servire per dare scolo al liquore superfluo, allorchè se ne sarà riempiuto il vase, ad oggetto di mantenere la superficie de' liquori ad un livello sempre uniforme. Lungo l'altezza del vase vi si annette il tubo *B* del diametro di dieci linee per un di presso, ed al lato, ove sta unito al vase, vi si praticano alquanti fori *aaaa*, affinchè il fluido versato nel vase *A*, se ne passi liberamente entro al tubo *B*. Serve questo tubo per immergervi la palla del Termometro *GH* fatto a mercurio, e graduato secondo la divisione di *Reaumur*: di maniera che stando la palla *H* immersa entro al fluido, la tabella *G* se ne rimane al di sopra, ove si osservano i gradi.

La fig. *DEF* rappresenta un galleggiante, che forma la parte più essenziale dell'istrumento; anzi quella, cui più propriamente conviene il titolo di Areometro, il quale immergendosi entro al fluido contenuto nel vase *A*, col suo maggiore, o minore affondamento, per mezzo de' gradi notati lungo il suo cannello dimostra il peso specifico del fluido stesso. Si forma questo galleggiante del medesimo metallo, ond'è formato il vase, ma di una lamina alquanto più sottile, affinchè riesca più leggiero, e s'intonaca all'esterno con uno strato di vernice. Molti preferiscono il galleggiante di vetro, per la ragione che il metallo è più suscettibile di variazione per le alternative del caldo, e del freddo. Ma oltr'a che il vetro è assai più fragile; questa obbiezione svanisce del tutto, subito che si abbia a scandagliare il liquore sempre a un determinato grado di calore, come vedremo in appresso. La forma del galleggiante indicata dalla figura sembra essere la più conveniente. Il cannello *D* sia della lunghezza di cinque pollici, ed otto linee, ed il suo diametro di due linee, e tre quarti, avvertendo, che in tutta la sua lunghezza serbi lo stesso diametro precisamente, il che è cosa affatto essenziale. La cipolla *E* abbia venti linee di diametro orizzontale, e linee otto di diametro verticale. La sfera *F* non ecceda le otto linee di diametro, ed il collo, che unisce la sfera alla cipolla, sia della lunghezza di tre linee. Entro alla sfera *F* si fa entrare una data porzione di pallini da schioppo, i quali fanno l'ufficio

di ſavorra per tenere il galleggiante diritto verticalmente, quando ſta immerſo nel fluido, e per fare, che ſi affondi fino a quel dato punto, che meglio converrà. Si verſano queſti pallini per l'eſtremità ſuperiore del cannello aperta, la quale poi ſi chiude con ſughero, o con cera ſpagna.

La maggiore, o minore ſenſibilità dell'iſtrumento dipende interamente dalla proporzione tra la capacità del cannello, e la capacità del corpo del galleggiante; di maniera che quanto più grande ſarà la capacità del ſuo corpo in proporzione della capacità del ſuo cannello, tanto più ſenſibile ſarà l'iſtrumento, e più atto ad indicare le minime differenze; e quindi ſta ſempre in noſtro arbitrio il renderlo ſenſibile quanto a noi piace. Tutta l'avvertenza conſiſte nel far sì, che la capacità del corpo del galleggiante ſia tante migliaja di volte maggiore della capacità, che porta l'eſtenſione di un grado del cannello, quante milleſime parti di peſo ſi vuole, che ſieno indicate dalla differenza di un grado. Io tengo un'Areometro, ogni grado del quale indica la differenza di $\frac{1}{10000}$ di peſo, perchè la capacità del corpo del galleggiante ſta alla capacità di un grado del cannello, come diecimila ad uno. Di tali Areometri ſenſibiliſſimi ottima coſa ſarà, che ogni Fiſico ne ſia proveduto per rilevare col mezzo di eſſi le più minute differenze fra alcuni liquori, che poco differiſcono fra loro nella gravità. Ma dovendo io proporre un iſtrumento da eſſere adoperato da chiunque, ed acconcio a tutti gli uſi della vita ſociale, era coſa neceſſaria, che aveſſe a portare un ſufficiente numero di gradi, e che allo ſteſſo tempo il ſuo cannello non foſſe talmente lungo da recare imbarazzo nel ſuo maneggio, o che difficilmente ſe ne rimaneſſe diritto verticalmente, quando ſta immerſo nel fluido. Per le quali coſe ſtando alle dimenſioni più ſopra deſcritte, la capacità del corpo del galleggiante, computando inſieme la sfera *F*, e la cipolla *E* ſarà per un di preſſo di duemila linee cubiche; ed il cannello eſſendo della lunghezza di pollici cinque, ed otto linee, e del diametro di due linee, e tre quarti porterà comodamente cento gradi, ognun de' quali ſarà della capacità di linee quattro in circa. Quindi la capacità di tutto il

corpo del galleggiante ſarà alla capacità di ciaſcun grado del cannello, come 4 : 2000 = 2 : 1000, e per conſeguenza ogni grado porterà il divario di due milleſimi di peſo; il che ſerve a conciliare inſieme un baſtante numero di gradi con una ſenſibilità, ch'è al di là delle ordinarie in queſto genere di ſtrumenti.

La regola *CC* poſta orizzontalmente ſopra l'orlo del vaſe *A*, è una placca formata dello ſteſſo metallo, onde ſono coſtruiti gli altri pezzi; deve eſſere conſiſtente, bene appianata, e della larghezza di un pollice in circa. Conviene altresì che ſia amovibile per poterſi levare, e riporre, conforme al biſogno, e con le due eſtremità rivolte all'ingiù per poterſi incaſſare alle pareti eſterne del vaſo. Il foro *I* in mezzo alla placca ſia del diametro di ſei in otto linee, pel quale poſſa liberamente alzarſi, ed abbaſſarſi il cannello del galleggiante, quando ſta immerſo nel liquore. Serve queſta placca per oſſervare al livello di eſſa i gradi dell'affondamento dell'Areometro notati lungo il cannello *D*. Comunemente vengono oſſervati i detti gradi alla ſuperficie del liquore: io preferiſco di oſſervarli orizzontalmente al livello della placca; sì perchè ſi diſtingue meglio un oggetto poſto in linea orizzontale, di quel che ſia guardandolo dall'alto al baſſo; sì perchè ſi viene a ſcanſare l'errore, che può naſcere dall'aſcendimento del fluido poſto in contatto col cannello; sì finalmente ancóra perchè reſtiamo garantiti dall'illuſione, che fanno i raggi della luce rifrangendoſi nel fluido. La pratica ſervirà di conferma a quanto vengo dall'annunziare; ed ognuno vedrà in effetto quanto ſieno utili, e vantaggioſe queſte cautele.

ARTICOLO II.

Della graduazione dell'Areometro.

Coſtruito l'Areometro ſecondo le avvertenze ſopra indicate, dobbiamo cercar la maniera di graduarlo in guiſa, che debba riuſcire comparabile, col marcare in eſſo due termini fiſſi, ed invariabili. La proporzione ſopra riferita da ricercarſi fra la capacità del corpo del galleggiante, e quel-

la del suo cannello non può mai adempiere questo oggetto; ella serve unicamente per ottenere ad un di presso quella sensibilità, che si desidera nell' istrumento, non mai la necessaria esattezza delle sue indicazioni. Per fissare dunque questi due termini conviene trascegliere due liquori o naturali, o artefatti, che abbiano i seguenti requisiti. 1. Che sieno facili ad ottenersi in ogni circostanza di luogo, e di tempo; 2. che il loro peso specifico sia sempre costante; 3. che la gravità dell' uno sia notabilmente diversa da quella dell' altro. Pel primo di questi due termini comunemente vien trascelta l' acqua distillata; ma affinchè sia atta a compiere meglio questo oggetto, io ho l' avvertenza primieramente che sia distillata a lento fuoco, dacchè una distillazione impetuosa, e furibonda non purga mai l' acqua tanto bene dalle parti eterogenee, quanto una distillazione placida, e moderata; ed in secondo luogo, che l' acqua sia distillata di fresco, per la ragione che se si conserva a lungo dopo la distillazione, ella assorbe di nuovo l' aria, di cui si era spogliata, e se le frammischiano altresì delle particelle straniere specialmente, se non si conserva in vasi bene otturati, il che tutto serve ad alterare, od almeno a render dubbioso il suo peso specifico. Ridotta l' acqua a questo stato di purezza, si comincia dal riporre il galleggiante entro il vase *A*, e così pure la placca *CC* sopra gli orli dello stesso vase, in maniera che il cannello *D* abbia ad ascendere pel foro *I*. Indi si versa l' acqua distillata entro al vase stesso, finchè essa cominci ad uscire pel tubetto *L*. Quando l' acqua ha finito di sgocciolare, e la sua superficie si è fissata al livello consueto, si osserva il segno, ove il cannello *D* interseca la placca *CC*, ponendo l' occhio orizzontale, ed ivi nel cannello stesso si fa un punto, e vi si nota zero.

Trovato il primo termine con l' acqua distillata, altri per avere il secondo termine fisso, in luogo di rintracciarlo col mezzo di un altro liquore, costumano di caricare l' istrumento d' un peso noto, onde si affondi convenientemente entro l' acqua stessa; dividendo poscia l' intervallo in tanti gradi, che sieno corrispondenti ad altrettante parti aliquote del peso aggiunto. Ma non richiedesi, che un solo momento di riflessione per vedere, che questo metodo è difettosis-

simo. Imperciocchè la medesima quantità di peso farà discendere talora più, e talora meno i galleggianti a misura della loro minore, o maggior mole; mentre se un galleggiante della capacità di 3000 linee discenderà uno spazio uguale a 12 un altro galleggiante della capacità di linee 2000 discenderà, con lo stesso peso, uno spazio uguale a 18; nè quindi gli Areometri saranno più comparabili. In vista di questo difetto, il Sig. *Baumè* siegue un'altra via per conseguire il secondo termine fisso. Prepara egli un mescuglio con 85 oncie di acqua, a 15 oncie di sal marino, e fatta la dissoluzione, v'immerge l'Areometro, segnando il luogo del suo affondamento, e dividendo lo spazio tra il primo, ed il secondo termine in 15 parti uguali, che sono altrettanti gradi. Questa regola è giusta, e l'Areometro graduato secondo questi principj, trattandosi delle dissoluzioni di sal marino, sarà comparabile. Ma la comparazione diviene tosto difettosa, e fallace, ove si tratti di altre dissoluzioni, fuori di quelle del sal marino. In fatti se noi immergeremo l'Areometro del Sig. *Baumè* entro una dissoluzione di 85 oncie di acqua, e quindici oncie di zucchero; siccome lo zucchero pesa meno del sal marino, così l'Areometro non indicherà più 15 gradi, ma tanti meno, quanto il peso dello zucchero è minore di quello del sal marino. Per l'opposto entro una dissoluzione di 85 oncie di acqua, e 15 oncie di nitro, esso marcherà più di gradi 15, a proporzione che il peso del nitro supera quello del sal comune. Sicchè stando a questa graduazione converrebbe avere altrettanti Areometri, quante sono le dissoluzioni, o i liquori differenti, che occorrono di esaminare.

Per toglierci da tutti questi imbarazzi, e per graduare l'Areometro d'una maniera, che abbia a servire generalmente per qualunque sorta di liquori, io pratico un nuovo metodo per determinare il secondo termine fisso, il quale consiste nel fare una mescolanza di acqua, e di zucchero, senza punto badare alla quantità di questi due ingredienti, ma col solo riflesso, che fatta la dissoluzione, essa abbia a pesare 60. millesimi più dell'acqua distillata; per la quale operazione trovai acconcia la bilancia idrostatica. Presi dunque una caraffa di vetro, caricata internamente di un dato

peſo, ed ermeticamente chiuſa al di ſopra, la quale peſata all'aria era preciſamente di grani 4760 Soſpeſa indi queſta caraffa ad un crine, la peſai entro all'acqua recentemente diſtillata, e venne a perdere grani 3230. del ſuo peſo primiero; la qual perdita di peſo, come ognun ſa, indica appunto il peſo di un volume di acqua eguale a quello della caraffa. Ora volendomi procurare una diſſoluzione di acqua, e di zucchero, il cui peſo foſſe a quello dell'acqua pura come 1060 a 1000, meſcolai inſieme a tal doſe queſte due ſoſtanze, che immerſavi poſcia la ſteſſa caraffa, eſſa vi perdette grani $3423\frac{8}{10}$. Sicchè tale appunto eſſendo il peſo della diſſoluzione, ottenni la ricercata proporzione tra il peſo ſuo, e quello dell'acqua diſtillata; imperocchè come 1060 a 1000; così 3230 a $3423\frac{8}{10}$. Succede però il più delle volte di non giungere di primo colpo a formare un meſcuglio, che ſia preciſamente di queſto peſo; e quì conviene armarſi di un po' di ſofferenza, allungando, o addenſando il meſcuglio coll'aggiungere acqua, oppure zucchero, conforme al biſogno, finchè arrivi la meſcolanza al preciſo indicato peſo. Ottenuto queſto, ſi riempie della diſſoluzione il vaſe *A*, ed ove il cannello taglia la placca *CC*, ivi ſi nota l'altro punto, dividendo lo ſpazio compreſo fra i due termini in 30. gradi, ognun de' quali indicherà la differenza di due milleſimi di peſo. Si progrediſce con la ſteſſa diviſione anche al di ſotto dei gradi 30, fino alla baſe del cannello, e così pure, ſe ſi vuole, anche al di ſopra dello zero. I gradi, che ſono al di ſotto dello zero ſervono pe' fluidi, che ſono più peſanti dell'acqua, ed indicano de' milleſimi da doverſi aggiungere; quelli poi, che ſono al di ſopra, ſervono pe' fluidi più leggieri dell'acqua ſteſſa, e indicano de' milleſimi, che devono eſſer ſottratti.

Il ſecondo termine ottenuto, mediante l'infuſione dello zucchero, e dell'acqua diſtillata è egualmente coſtante, quanto il primo. Un liquore, che col meſcuglio di un altra ſoſtanza ſpecificamente più grave, è divenuto $\frac{60}{1000}$ più peſante dell'acqua ſteſſa, ei ſarà coſtantemente tale, quando non ſi commetta errore nello ſcandaglio. Conviene non per tanto ſervirſi del meſcuglio, toſto fatta l'infuſione. Se que-

ſto ſi conſervaſſe a lungo per farne uſo molto tempo appreſſo, egli è certo, che una porzione dell'acqua verrebbe a ſvaporare, il compoſto diverrebbe quindi ſpecificamente più grave, nè ſomminiſtrerebbe più lo ſteſſo termine di prima. Un Areometro graduato a queſta foggia diviene acconcio per tutte le ſorte de' liquori: qualunque ſia la diſſoluzione, formata con qualſivoglia ſpecie di ſale, o di altra ſoſtanza diſſolubile, indicherà ſempre eſſere il peſo di eſſa differente da quello dell'acqua pura di tanti milleſimi, quanti ſaranno i gradi raddoppiati, che verranno indicati; di maniera che due gradi indicheranno la differenza di quattro milleſimi, tre gradi quella di ſei milleſimi, ec. Dal fin quì detto è facile il conoſcere che l'uſo dello zuccherò nel comporre la detta meſcolanza è affatto arbitrario. Purchè la diſſoluzione giunga a peſare 60 milleſimi più dell'acqua pura, qualunque altra ſoſtanza, che vi ſia diſciolta, può egualmente ſervire. Anzi non è neppure neceſſario di ridurre il meſcuglio al peſo di 60 milleſimi; eſſo può eſſer ridotto al peſo di 80, 90, 100 milleſimi di più, o quanti meglio piace: baſta in allora dicidere lo ſpazio compreſo fra i due termini in tanti gradi, che ſieno la metà de' milleſimi accreſciuti.

Fin qui ho ſuppoſto, che i due termini deſcritti, i quali ſervono di fondamento, e di baſe alla graduazione dell' Areometro, ſieno fiſſi, ed invariabili, perchè ottenuti con de' liquori, che poſſono eſſer ridotti ad un peſo ſempre coſtante; ma ho ſuppoſto altresì, che i detti termini debbano eſſer preſi, allorchè i due fluidi ſi trovano ridotti allo ſteſſo grado di temperatura. Si ſa, e noi il vedremo più chiaramente in appreſſo, che la cauſa del calore dilata tutti i corpi, e ſpecialmente i fluidi, i quali ſenza variar di peſo, aumentano di volume; e quel che più rimonta l'accreſcimento del loro volume non è proporzionale alla cauſa, che li dilata, nè la dilatazione di un fluido è uguale a quella degli altri. Quindi la neceſſità di dover fiſſare i due termini per la graduazione dell' Areometro ſempre a un determinato grado di temperatura, col debito altresì di ridurre allo ſteſſo grado tutti i liquori, che ſi vorranno ſcandagliare in appreſſo. Queſto grado di temperatura da principio è arbitrario,

rio, ed ognuno può fiſſarlo a ſuo genio; ma ſtabilito che ſieſi una volta, convien mantenerlo coſtantemente, quando ſi voglia procedere con la dovuta eſatezza. Molti prendono la temperatura del ghiaccio, altri quella de' gradi 15, ed altri de' gradi 20 ſopra lo zero di *Reaumur*: io ho traſcelta la temperatura de' gradi dieci, come quella, ch' è più facile a ottenerſi in tutte le ſtagioni; e perchè ſotto a queſto grado ſi trovano calcolate quaſi tutte le Tavole delle gravità ſpecifiche, e quindi ſembra eſſere il più generalmente abbracciato. A tale oggetto sì nel graduar l' Areometro, come pure nel ſervirſene, dappoichè ſarà coſtruito, converrà ſempre immergere la palla del Termometro entro al tubo *B*, nè oſſervare il grado di affondamento del galleggiante, ſe prima il liquore non ſieſi ſtabilito alla temperatura di gradi dieci.

Siccome l' Areometro, che vengo ora dal deſcrivere, deve eſſere di un uſo univerſale, e ſervire per qualunque ſorta di liquori più leggieri, e più peſanti dell' acqua, perciò converrebbe, che il cannello portaſſe per lo meno dugento gradi, cioè, più di cento al di ſotto dello zero pe' fluidi più gravi dell' acqua, e novanta in circa al di ſopra, pe' liquori, che hanno una minore ſpecifica gravità; il che riuſcirebbe di molto imbarazzo, nè poſta una tale lunghezza, ſarebbe facile il mantenerlo verticale, quando ſta immerſo ne' fluidi. Per evitare queſto inconveniente, molti in vece di graduare il cannello dell' Areometro, come abbiam ſuggerito, coſtumano di coſtruirvi al di ſopra un piccolo baccino, ove riporre, aggiungere, o levare quella quantità di peſi, che ſi richiede per fare, che il galleggiante s' immerga in tutti i fluidi ſempre ad un determinato punto. Ma oltre alla difficoltà di ottenere una ſerie di piccoli peſi a perſetta uguaglianza; oltre al non poter ſervire i detti peſi, ſe non per quel dato Areometro, ſopra il quale furono ſtati calibrati; non è sì facile lo ſpiegare, quanto coſa faſtidioſa, ed incomoda ella ſia quel dover togliere, collocare, e rimettere queſti minuti peſi ſopra un galleggiante, che oſcilla ad ogni leggiero tocco, dovendo aſpettare, che ſi ponga in equilibrio ogni volta, che ſi è levato, o reſtituito uno di queſti peſi. Per togliere dunque l' obbietto della troppa lunghezza del cannello io ſuggeriſco due altri metodi, più facili, e

meno imbarazzanti. Il primo è quello di farsi costruire due galleggianti; l'uno pe' fluidi più gravi dell'acqua, il quale tenga il punto dello zero in alto verso l'estremità superiore del cannello, e progredisca con la serie de' gradi dal di sopra in giù, come è appunto quello, che abbiamo finora descritto. L'altro poi, che dovrà servire pe' fluidi più leggieri dell'acqua, tenga lo zero verso la base del cannello, ed ascenda con la serie de' gradi dal di sotto in su. Posti questi due galleggianti, non è punto necessario raddoppiare gli altri pezzi, che formano il corredo dell'istrumento. Per graduare questo secondo galleggiante destinato pe' fluidi più leggieri dell'acqua, si opera cogli stessi principj, onde si è graduato il primo. Notato il punto dell'acqua distillata verso la base del cannello, si forma un misto conveniente di acqua, e di spirito di vino, il quale pesi 60 millesimi meno dell'acqua stessa; ed immerso il galleggiante entro a questa mescolanza, si ottiene il secondo punto, e si divide lo spazio fra i due termini in 30 gradi, progredendo con la stessa divisione fino all'estremità del cannello.

L'altro metodo, che io suggerisco, è quello di servirsi di un solo galleggiante, tanto pe' fluidi più gravi, quanto per quelli, che sono più leggieri dell'acqua; ma disposto nella seguente forma. Si gradua prima il galleggiante, come se questo dovesse servire pe' soli fluidi più gravi, notando il punto dello zero all'estremità superiore del cannello, e progredendo con la serie de' gradi all'ingiù verso la base del cannello fino a' gradi 100. Ciò eseguito, si estraggono dal galleggiante i pallini, che hanno servito di savorra, e si ripongono ben custoditi entro uno scatolino per servirsene all'uopo, notandovi sopra a scanso d'ogni sbaglio: *savorra pe' liquori più gravi*. Allora si carica di nuovo il galleggiante di altri pallini, ma in tal minor quantità, e per tal modo, che entro l'acqua distillata si fermi precisamente al punto, ove sono notati i gradi 100 della prima divisione, ed ivi dirimpetto all'altro lato si nota zero. Dopo questo, non rimane a fare altro, che continuare questa seconda serie ascendente di numeri, notando gradi 5, ove nella prima serie sono notati gradi 95; gradi 10, rimpetto a gradi 90; gradi 15, rimpetto a gradi 85, e così progredendo fino a

gradi 100; ove nella prima ſerie è notato zero; come ſi vede eſpreſſo nella figura *DEF*. Ogni qual volta occorra di eſtrarre queſti pallini, che ſervono di ſavorra per la ſeconda graduazione, ſi ripongono eſſi pure entro un altro ſcatolino ſeparato, notandoſi ſopra: *ſavorra pe' liquori più leggieri*. In tal guiſa un ſolo galleggiante, col cambiarvi ſolo la ſavorra, può ſervire per tutti i liquori.

Rettificato in tal guiſa l'Areometro, e ridotto ad eſſer comparabile, univerſale, e di facile maneggio, noi ſiamo in grado di ritrarne i più deciſi vantaggi. Col mezzo di eſſo poſſiamo rilevare il peſo ſpecifico di tutti i liquori, conoſcere la proporzione, e la doſe delle ſoſtanze, che entrano nelle diſſoluzioni sì rapporto al loro peſo, che al loro volume, e determinare in fine l'aumento, che ſoffre il volume degli ſteſſi liquori; il che tutto verremo indicando ne' ſeguenti Articoli.

ARTICOLO III.

Del peſo ſpecifico de' liquori, e delle varie maniere di determinarlo.

Sotto a due differenti aſpetti noi poſſiamo riguardare il peſo di qualunque corpo; o come peſo aſſoluto, o come peſo relativo. Se ſi conſidera un corpo peſante in ſe ſteſſo, paragonandolo ſolo a diverſe ſue quantità più o meno grandi, il ſuo peſo ſi chiama allora *aſſoluto*, ed in tal caſo il peſo ſta in ragione del volume dello ſteſſo corpo; di modo che, ſe una parte di eſſo peſa quattro libbre, due parti peſeranno otto libbre, tre parti dodici libbre, ec. Ora queſto peſo aſſoluto ſi determina col mezzo della bilancia ordinaria, ch'è il migliore, ed anche l'unico mezzo, quando ſi voglia operare con eſattezza. Se poi ſi conſidera un corpo peſante tanto riguardo alla ſua maſſa, che riguardo allo ſpazio, che occupa, paragonandolo con altri corpi di egual volume, allora il ſuo peſo riguardato ſotto a queſto punto di viſta, ſi chiama peſo *relativo*, oſſia, peſo *ſpecifico*. Grandiſſima pertanto è la differenza, che incontraſi fra il peſo delle ſoſtanze, che eſiſtono in natura; e naſce queſta differenza dal non

esservi corpo alcuno, il quale non sia sparso d'una infinità di spazj vuoti per entro alle sue parti, e dall'essere questi spazi diversi in cadauna sostanza, in quanto al loro numero, forma, figura, ed ampiezza. Quindi agevolmente si comprende, perchè un corpo, il quale sia meno poroso, debba contenere maggior quantità di materia, e quindi avere maggior peso specifico di un altro corpo di egual volume, ma più abbondantemente sparso d'intertizj, e di vacui.

Limitandosi ora alle sole sostanze, che si trovano in istato di liquore, poichè il loro peso relativo può contribuire di molto a farci comprendere, almeno in parte, le loro proprietà; perciò i Fisici si sono sempre occupati in rintracciare questa specifica loro differenza di peso. Uno tra gli altri mezzi per conseguir questo fine, fu quello de' tubi comunicanti. Egli è certo, che se nelle braccia aperte di un tubo ricurvo, e rivolto con le braccia allo 'nsù si versi un fluido omogeneo, per esempio dell'acqua, questa ascenderà alla medesima altezza in ciascuno de' rami, qualunque sia la loro direzione, o la differenza del loro diametro, purchè uno di essi non sia capillare. Ma se in ciascuno degl'indicati rami si versino due fluidi di diversa natura, e gravità, in maniera che la metà della curvatura sia il termine divisorio de' due fluidi; allora la loro altezza sarà in ragione inversa de' respettivi pesi. Sicchè se nell'uno de' lati s'infonda del mercurio, e nell'altro dell'acqua, essendo la gravità del mercurio quattordici volte maggiore di quella dell'acqua, perciò un pollice di mercurio farà equilibrio con quattordici pollici di acqua. Pure questo metodo è soggetto a troppe alterazioni per essere seguito in pratica. Basta solo riflettere, che si danno molti fluidi, che al solo contatto si mescolano a vicenda, che varj altri fanno effervescenza, e che parecchj in fine non si distinguono per l'uniformità del colore, onde poterne fissare con precisione il punto divisorio alla metà della curvatura.

Per evitare gl'inconvenienti, che nascono dal contatto de' differenti liquori, altri hanno pensato a un nuovo artificio. Consiste questo in un simile tubo ricurvo, ma rivolto con le braccia all'ingiù, le quali vanno ad immergersi entro a due recipienti pieni di liquori diversi, nella curvatu-

ra ſuperiore del quale eſſendovi praticato un foro, ſi eſtrae da eſſo porzione dell'aria contenuta nelle braccia, mediante la macchina del vuoto, od in altra guiſa equivalente: ſicchè con queſto mezzo aſcendono i fluidi ne' loro reſpettivi rami a differente altezza in ragione inverſa alla loro denſità. Ma l'imbarazzo nel dover praticare tutte queſte operazioni, l'attrazione del vetro rapporto ad alcuni fluidi, la ſua ripulſione in riguardo ad alcuni altri, la difficoltà di determinare la vera altezza de' due liquori, ſono altrettante cauſe, per cui viene comunemente abbandonato anche queſto ſecondo metodo.

La Bilancia idroſtatica è una terza maniera, e molto propria per determinare il peſo ſpecifico de' corpi, della quale ne tralaſcio la deſcrizione per eſſere abbaſtanza nota. Io non intendo detrarre al merito reale di queſta eccellente macchinetta, la quale per tutti i riguardi merita la preferenza ſopra ogni altro mezzo. Dirò ſolo, che quanto è deſſa utile, e vantaggioſa preſſo alle perſone eſercitate; altrettanto potrebbe divenire fallace nelle mani del volgo; poichè richiede eſſa una certa tal quale ſperimentata abilità, e minuta eſattezza, di cui non è aſſolutamente capace, chi non ſi trova da lungo tempo eſercitato in queſto genere di ſcandagli.

Si rileva in fine il peſo ſpecifico de' liquori, col peſarli ſucceſſivamente entro un matraccio, riempiendolo fino ad un marcato punto del ſuo collo. Eſſendo così uguale il volume de' liquori confrontati, è evidente, che i loro peſi indicheranno la differenza della loro gravità. Queſto metodo ha certamente il ſuo merito; ma troppe eſſendo le cautele, che ſi ricercano, per operare con eſatezza, perciò non è mai da ſperarſi, che poſſa comunemente venire abbracciato nella pratica. Sicchè confrontando inſieme tutti i mezzi indirizzati a rintracciare il peſo ſpecifico de' liquori, l'Areometro or ora rettificato ſembra dover eſſere il più opportuno, come quello, che alla eſattezza delle indicazioni uniſce tutta la ſemplicità del maneggio.

La maniera pratica per rilevare il peſo ſpecifico de' liquori col mezzo dell'Areometro, è la ſeguente. Si riempie il vaſe *A* del liquore, che ſi vuole eſaminare, vi s'immer-

ge il galleggiante caricato della ſavorra più peſante, ſe il fluido è più grave dell'acqua; oppure dell'altra più leggiera, ſe il fluido è più leggiero. Si laſcia, che il fluido ſi ſtabiliſca al ſuo livello, laſciando che finiſca di sgocciollare dal tubetto *L*; ſi riduce il tutto alla temperatura di gradi 10, e ponendo l'occhio orizzontale alla placca *CC*, ſi oſſerva il grado dell'immerſione. Frattanto eſſendo il peſo ſpecifico dell'acqua diſtillata, come 1000, entro alla quale l'iſtrumento ſi ſtabiliſce al punto dello zero, ed indicando ogni grado dell'Areometro la differenza di due milleſimi di peſo, ſi conoſce toſto la differenza ſpecifica del fluido poſto all'eſame. Segni per eſempio il galleggiante, entro al Latte vaccino, gradi 16 ſotto allo zero: queſti indicano 32 milleſimi di maggior peſo; in guiſa che eſſendo il peſo dell'acqua, come 1000, il peſo di queſto Latte ſarà, come 1032. Con queſto ſteſſo metodo facendo uſo della graduazione ora aſcendente, ed ora diſcendente, ſecondo i varj liquori più leggieri, o più gravi dell'acqua, ho trovato eſſere il peſo ſpecifico di alcuni liquori, come nella ſeguente Tavola.

Tavola del peſo ſpecifico di alcuni liquori.

Latte vaccino	1032,00
Acqua marina del Porto di Venezia	1026,18
Aceto comune	1017,95
Urina d'uomo ſano	1006,81
Acqua di Recoaro	1005,26. (*a*)
Acqua di varj pozzi di Vicenza	1003,71
Acqua diſtillata	1000,00
Vino vicentino ordinario	999,32
Olio di uliva	916,38
Spirito di vino rettificatiſſimo	830,00

(*a*) Naſce un divario molto rimarcabile rapporto al peſo dell'acqua di Recoaro. Il Chiariſs. e celebre Sig. Cav. *Lorgna* nelle ſue *oſſervazioni fiſiche intorno all' Acqua Marziale di Recoaro*, *ſtampate* in Vicenza 1780. ha trovato eſſere il peſo dell'ac-

ARTICOLO IV.

Maniera di conoſcere il peſo ſpecifico de' ſali, e di altre materie ſtrittolate, che ſervono per le diſſoluzioni.

Quello che rende più pregievole l'uſo dell'Areometro, ſi è, che col mezzo di eſſo poſſiamo conoſcere la proporzione, e la quantità delle materie, che entrano in tutte le diſſoluzioni. Ora il fondamento primario per fare ſervire l'Areometro a queſto oggetto è quello di accertarſi prima del peſo ſpecifico sì del fluido diſſolvente, che della ſoſtanza diſſolubile. In quanto a' fluidi diſſolventi è facile conoſcerne il peſo ſpecifico, eſaminandoli nel loro ſtato ſemplice, prima di eſſere meſcolati nelle diſſoluzioni, ſecondo il metodo eſpoſto nel precedente Articolo. Maggiore è la difficoltà, che incontraſi, nel determinare il peſo delle ſoſtanze, che devono eſſere diſciolte. Imperciocchè per conoſcere il peſo ſpecifico di un corpo qualunque, è neceſſario, che ſia ridotto ad un volume determinato, e preciſo. Ora egli è difficiliſſimo lo ſtabilire il volume di certe ſoſtanze triturate, polverizzate, od infrante, che ſono appunto quelle, che più comunemente entrano nelle diſſoluzioni, come lo zucchero, le polveri, e ſali, ec. Di fatto, oltre a' meati, che ſono proprj a ciaſcun corpo, laſciano queſte ſoſtanze per entro alla loro maſſa una quantità di altri vacui caſuali, e fortuiti tra le particelle diſgiunte del loro aggregato; ſicchè a miſura, che ſono più, o meno calcate, e compreſſe, offrono ſotto un egual peſo un volume ſempre diverſo. Per conoſcere dunque il peſo relativo di tali materie ho ideata una maniera, che mi ſembra del tutto idonea, che non

---

qua di pioggia al peſo dell'acqua marziale di Recoaro, preſa alla ſua fonte, come $41\frac{1}{2}$ a 49, il che ſarebbe come 1000,00 a 1152,$94\frac{10}{85}$. Per l'oppoſto avendola io eſaminata per venti giorni di ſeguito in Vicenza tanto col mezzo dell'Areometro, che colla Bilancia idroſtatica, la ho trovata varia bensì ogni giorno di peſo; ma tutta la differenza fu tra 1003,71; e 1006,81. Sicchè dalle mie eſperienze riſulta, che il peſo medio dell'acqua di Recoaro traſportata in Vicenza, ch'è 24. miglia lontano dalla fonte, e ridotta alla temperatura di gradi 10. ſta al peſo dell'acqua diſtillata, come 1005,26, a 1000,00. Quale ſarà dunque la cagione di sì enorme diſparità?

trovo ſuggerita da altri, e che mi faccio un pregio di ſottoporre al giudizio dei dotti.

Feci una meſcolanza con 24. oncie di acqua pura, ed un'oncia di zucchero, ed immerſavi la caraffa della mia bilancia idroſtatica, la quale, come avvertii più ſopra, entro all'acqua pura perde 3230 grani, entro a queſta meſcolanza perdette grani 3294; e quindi a volumi eguali il peſo della detta diſſoluzione era al peſo dell'acqua pura, come 3294, a 3230. Ora egli è certo, che di queſto peſo totale 3294, una parte di eſſo appartiene allo zucchero, e 24 parti all'acqua; ſicchè il peſo dell' acqua dovette eſſere di grani 3162,24; ed il peſo dello zucchero di grani 131,76; ſecondo la ſeguente analogia 24:1::3162,24:131,76. Ciò conoſciuto, mi rimaneva ad indagare quale foſſe il volume occupato dai grani 3162,24 di acqua, e quale quello occupato dai grani 131,76 dello zucchero; il perchè procedetti al ſeguente calcolo. Se grani 3230 di acqua pura occupano l'intero volume ſcacciato dal corpo della caraffa, che dobbiamo conſiderare uguale a 1000; qual porzione di queſto ſteſſo volume occuperà il peſo di grani 3162,24 dell'acqua, che entra nella diſſoluzione? Fatto il computo, il quarto numero proporzionale è proſſimamente 979. Sicchè il volume occupato dall'acqua è come 979; ed il reſiduo, che rimane per arrivare all'intero volume 1000; ch'è 21, è appunto il volume occupato dallo zucchero. Se dunque un volume di zucchero uguale a 21 peſa grani 131,76, reſta ſolo ad indagare quanti grani peſerebbe un egual volume di acqua pura, il che facilmente ſi deduce da queſt'ultima analogia. Siccome un volume di acqua uguale a 1000 peſa grani 3230; così un volume di acqua uguale a 21 peſerà grani 67,83; e perciò a volumi eguali il peſo dello zucchero ſta al peſo dell'acqua, come 131,76 a 67,83; oſſia come 1942,50. a 1000,00; il che dovea ricercarſi.

Contuttociò per avere una prova più certa della eſattezza di queſto metodo volli riſcontrarne i riſultati per una via differente nel ſeguente modo. Traſcelſi un matraccio di collo notabilmente lungo, e quel che più importava, che in tutta la ſua lunghezza foſſe di un diametro perfettamenuguale. Riempj queſto matraccio di acqua diſtillata fino all'

altezza

altezza di alcune linee del ſuo collo, ove ſegnai un punto *A*. Verſai in appreſſo tre oncie di acqua ſimilmente diſtillata entro al matraccio ſteſſo, la quale riempiendo il rimanente del ſuo collo, venne ad occupare una capacità di 5750 linee cubiche. Ciò rimarcato, gittai ſuori le tre oncie di acqua, che aveva aggiunte, e ridotta l'acqua del matraccio al primiero punto *A*, v'infuſi allora tre oncie di zucchero, il quale diſciogliendoſi con tutta l'acqua del matraccio, ne fece aſcendere il livello ſopra il punto *A*, che miſurandone la diſtanza la trovai della capacità di 2960 linee cubiche. Da ciò ne riſulta, che eſſendo i peſi inverſamente, come i volumi; ſe a peſi uguali, il volume dell'acqua fu al volume dello zucchero, come 5750 a 2960; così a volumi uguali, il peſo dell'acqua deve eſſere al peſo dello zucchero come 2960 a 5750, oſſia proſſimamente come 1000, 00 a 1942, 50, come riſultò dal primo metodo, da una piccoliſſima differenza in fuori. Ecco dunque due metodi, l'uno de' quali ſerve di prova, e di conferma all'altro, per cui ſi viene a conoſcere il peſo ſpecifico di quelle ſoſtanze, che per eſſere polverizzate, tritturate, ed infrante, non poſſono eſſere altrimenti eſaminate, ſeguendo queſti metodi, ho trovato eſſere il peſo ſpecifico del ſal marino, come 4542, 23; e quello del nitro purificato, come 5912, 95.

Io ſo, che contro a queſte pratiche potrebbe venire oppoſto, che meſcolando delle ſoſtanze diſſolubili entro a' fluidi diſſolventi, ne naſce, per così dire, una compenetrazione di parti, per cui il volume della diſſoluzione non è più quello, che aveano le medeſime ſoſtanze avanti di eſſere meſcolate inſieme. Prima di riſpondere a queſta obbiezione, volli far ricorſo all'eſperienza. Feci varie diſſoluzioni, meſcolando ſeparatamente con l'acqua dello zucchero, del ſal comune, del nitro, ec. Dopo molte, e replicate prove ho chiaramente riconoſciuto, che il volume della meſcolanza diminuiſce realmente, che queſta diminuzione non ſuccede in un iſtante, che eſſa progrediſce poco a poco, e che non ſi compie, che a capo di molte ore. Dal che ne ſiegue, che progredendo aſſai lentamente la diminuzione del volume delle ſoſtanze diſciolte, ci reſta tutto il comodo, per determinare

il loro peso specifico, e quindi svanisce ogni opposizione fatta a questo riguardo.

Io pongo nella qui aggiunta tabella la diminuzione del volume, che ho rimarcata in alcune dissoluzioni a capo di dodici ore, dopo fatta l'infusione. Le tre prime dissoluzioni furono fatte a piena saturazione, alla temperatura di gradi 10: e la mescolanza dello spirito di vino con l'acqua fu a volumi uguali. Perciò computando il volume di ciascuna dissoluzione al momento della mescolanza come 1000, 00 dodici ore appresso divenne come siegue.

Dissoluzioni di	volume rimasto	Diminuzione sofferta
Zucchero	990, 38	9, 62
Sal marino	993, 05	6, 95
Nitro	990, 20	9, 80
Spirito di vino	986, 84	13, 16

ARTICOLO V.

Dell'uso dell'Areometro per rilevare la quantità delle sostanze entro alle dissoluzioni.

Conosciuto il peso specifico sì del fluido, che della materia, che vi si trova disciolta, abbiamo tutto il fondamento, onde conoscere col mezzo dell'Areometro la quantità delle medesime sostanze sì rapporto al loro peso, che al loro volume. Si brami perciò sapere entro una data dissoluzione di acqua, e di zucchero, quale sia il peso dell'acqua, e quale quello dello zucchero. Immergasi primieramente l'Areometro entro a questa dissoluzione, e vi segni gradi 30 sotto allo zero, i quali indicano l'accrescimento di 60 millesimi di peso; vale a dire, che a volumi uguali, il peso di questa dissoluzione sta al peso dell'acqua pura, come 1060 a 1000. Per conoscere adunque quanta acqua, e quanto zucchero concorrano a formare questo peso totale 1060. Osservisi prima, di quanto il peso specifico dello zucchero superi quello dell'acqua. Abbiam rimarcato, che il

peſo dell' acqua è uguale a 1000,00, e quello dello zucchero uguale a 1942,50. Sicchè l'eccesſo del peſo dello zucchero è 942,50. Ora ſi proceda al ſeguente calcolo: come l'eccesſo 942,50 ſta all'intero peſo dello zucchero 1942,50; così l'eccesſo 60 indicato dall' Areometro dee ſtare al peſo dello zucchero contenuto nella diſſoluzione. Il quarto numero proporzionale è proſſimamente 123; e tale appunto è il peſo dello zucchero nella ſuppoſta diſſoluzione: il quale ſottrato dall'intero peſo 1060, il reſiduo, ch'è 937 indica il peſo dell'acqua, che vi è contenuta. Vogliamo ora ſapere la proporzione di queſte due ſoſtanze in ragion di volume? Sovvengaſi, che il volume dell'acqua è proporzionale al ſuo peſo; e perciò lo ſteſſo numero 937 indica non ſolo il peſo, ma anche il volume dell'acqua nella indicata diſſoluzione. Perciò eſſendo il volume dell'acqua ivi contenuta uguale a 937, ſi avrà il volume dello zucchero col ſottrarre 937 dall'intero volume 1000; poichè il reſiduo, ch'è 63, ſarà appunto il volume dello zucchero, che da noi ricercavaſi. Ecco ſotto un ſolo punto di viſta eſpoſto il riſultato del preſente calcolo.

		Peſo	Volume
Areometro gradi 30	Acqua	937	937
	Zucchero	123	63
	Summa	1060	1000

Nella ſteſſa maniera ſi opera per indagare la proporzione delle materie componenti tutte le altre diſſoluzioni, o miſture, come di ſal marino, di potaſſa, di ſoda, di nitro, di ſpirito di vino, di tartaro, ec. Ma per togliere la noja dei computi a chi non ne aveſſe l'aſſuefazione, e per facilitare a chiunque l'uſo di queſta utiliſſima macchinetta, darò alla fine del preſente Saggio alcune Tavole, nelle quali ſenza la briga di altri calcoli, ſi troverà eſpreſſa ad ogni grado dell' Areometro la proporzione tra la quantità dell' acqua e delle materie, che vi ſaranno meſcolate.

ARTICOLO VI.

Spiegazione, ed uso delle cinque prime Tavole, e maniera di formarne altre simili per qualunque dissoluzione.

Le cinque prime Tavole poste alla fine del presente Saggio hanno per oggetto di rendere più facile l'uso dell' Areometro rapporto alle dissoluzioni, per cui ciascuna di esse è formata, che sono le più usuali, e comuni. La prima è calcolata per le dissoluzioni dell'acqua collo zucchero, la quale senza grande variazione serve altresì pe' mosti; dacchè gl'ingredienti principali del mosto sono appunto l'acqua, e la parte zuccherosa; e le altre sostanze, come il tartaro, la resina, la materia colorante, la parte mucillaginosa o vi si trovano in piccolissima dose, o non alterano gran fatto il peso specifico dell'acqua. La seconda Tavola è formata per le dissoluzioni del sal comune, ed è acconcia per conoscere la dose del sale entro l'acqua marina. La terza ha per oggetto le dissoluzioni del nitro. La quarta serve pe' varj mescugli dell'acqua col Latte vaccino. La quinta finalmente fu costruita per conoscere le mescolanze dello spirito di vino con l'acqua, e può servire per quelle specie di vini, che sono più leggieri dell'acqua stessa. Nella prima colonna di ciascuna di queste Tavole vi sono espressi i gradi dell'Areometro, i quali nelle quattro prime Tavole calcolate per quelle dissoluzioni, che sono più pesanti dell'acqua, s'intendono gradi inferiori allo zero, ed indicano aumento di peso: quelli poi della quinta Tavola per lo spirito di vino, s'intendono gradi superiori allo zero, e indicano diminuzione di peso. Il numero de' gradi nella prima Tavola arriva fino ai 152, e nelle due susseguenti fino agli 80; ch'è al di là di quello, che l'acqua possa tenere in dissoluzione di quelle respettive sostanze. Nelle due ultime Tavole poi i gradi non doveano essere nè più, nè meno di quello, che realmente sono, per la ragione, che aggiungerò in appresso. Nella seconda colonna di ciascuna Tavola sta espressa la quantità dell'acqua corrispondente a ciascun grado; avvertendo, che lo stesso numero esprime sì il peso,

che il volume dell'acqua ſteſſa. Nella terza colonna vi è notato il numero indicante il peſo della ſoſtanza diſciolta; e nella quarta colonna il ſuo volume corriſpondente.

Per l'intelligenza di tutto queſto è neceſſario avvertire, che il volume di qualunque ſoſtanza ſemplice, o compoſta ſi conſidera ſempre uguale a 1000, e che tutta la differenza conſiſte nella diverſità del peſo; poichè computandoſi come 1000,00 il peſo dell'acqua pura, quello dello zucchero è, come 1942,50; quello del ſal marino, come 4542,23; quello del nitro, come 5912,95, ec. Suppongaſi ora un recipiente qualunque pieno di acqua diſtillata, queſta sì rapporto al ſuo peſo, che al ſuo volume ſarà uguale a 1000, e l'Areometro entro ad eſſa ſegnerà zero. A queſto volume di acqua, che ſi ſuppone diſtinto in 1000 porzioni, ſe ne levino otto porzioni, e vi ſi aggiungano in vece otto porzioni di zucchero, di ſale comune, di nitro, ec. il volume di queſta diſſoluzione ſarà ancora uguale a 1000; ma il ſuo peſo ſarà accreſciuto più, o meno in ragione del peſo relativo della nuova ſoſtanza aggiunta; e queſto accreſcimento, oſſia, eceſſo di peſo, che hanno le otto parti della ſoſtanza aggiunta ſopra il peſo delle otto parti di acqua, che ſi ſono tolte, è appunto quello, che viene indicato dall'Areometro. Venghiamo ora all'uſo delle Tavole. Galleggi per eſempio l'Areometro entro una diſſoluzione di acqua, e di zucchero a gradi 44. Queſti indicano, che il peſo della detta diſſoluzione ſupera di 88 milleſimi quello dell'acqua pura. Prendaſi quindi per mano la Tavola prima, e ſi troverà, che rimpetto ai gradi 44, nella ſeconda colonna vi è notato 907, e nella terza colonna 181; il che ſignifica, che il peſo dell'acqua nella detta diſſoluzione è uguale a 907, ed il peſo dello zucchero uguale a 181; di maniera che ſommando inſieme queſti due peſi, ne riſulta il peſo totale 1088 indicato dai gradi 44 dell'Areometro. Lo ſteſſo numero poi 907 indica anche il volume dell'acqua, ed il numero 93 della quarta colonna eſprime il volume dello zucchero; di maniera che ſommando inſieme il volume dell'acqua 907, col volume 93 dello zucchero, ne riſulta l'intero volume 1000. Similmente ſe entro una diſſoluzione di nitro l'Areometro ſi ſtabiliſca a gradi 13;

la Tavola terza indicherà, che il peso dell'acqua vi è uguale a 995; il peso del nitro uguale a 31; e così pure il volume dell'acqua come 995, e quello del nitro, come 5.

Occorre bene spesso o per oggetto di medicina, o per altri usi domestici di dovervi servire del Latte vaccino, il quale il più delle volte non è di quella qualità, che si richiede, o per essere di sua natura troppo acquidoso, o perchè sia stato adulterato dalle venditrici. Per assicurarsi dunque della qualità di questo liquore è costruita la Tavola quarta. Primieramente con varie prove mi sono assicurato, che il miglior Latte vaccino pesa 32 millesimi più dell'acqua pura, e quindi la sua gravità specifica essere, come 1032. Per questa ragione dovea essere estesa la detta Tavola, fino a' gradi 16 soltanto; i quali indicano appunto 32 millesimi di maggior peso. Il suo uso è analogo a quello delle altre Tavole; imperciocchè se entro una data qualità di questo liquore l'Areometro verrà ad affondarsi a' gradi 14; ivi dirimpetto si vedrà tosto essere il peso dell'acqua come 125; il peso del Latte come 903; il volume dell'acqua similmente come 125; e quello del latte come 875.

La Tavola quinta è disposta, come dissi, per lo spirito di vino. Fu domandato da alcuni, se per mezzo dell'Areometro si possa conoscere la quantità dell'acqua, e dello spirito di vino, che sono contenuti in una data mescolanza. Il Sig. *Baumè* risponde, ciò essere impossibile: io, tutto all'opposto, rispondo: ciò essere anzi possibilissimo. Con un Areometro, quale era il suo, i cui termini fissi stanno appoggiati l'uno all'acqua pura, e l'altro ad un mescuglio di 90 oncie di acqua, e 10 oncie di sal marino, non si giungerà mai, io lo accordo, a rilevare la quantità di questi due ingredienti. Ma quando l'Areometro sia graduato in guisa, che ogni suo grado sopra lo zero abbia a marcare un dato numero di millesimi di minor peso, qualunque sia la dissoluzione, cui s'immerge; quando si abbia stabilito un termine, fin dove si può giungere con l'arte a rettificare lo spirito di vino, l'istrumento indicherà sempre colla sua immersione, quanto il liquore sia lontano dall'uno, o dall'altro termine, e per conseguenza qual dose di acqua, e di spirito concorra a formare la mescolanza. Nè giova il dire,

che non si giungerà mai a spogliare lo spiriro di vino di tutta l' acqua, che contiene; dacchè in questo caso lo spirito non sarebbe più spirito; mentre una porzione di acqua entra a formare una delle sue parti componenti. Imperciocchè niuno ha mai preteso di spogliare lo spirito di vino della sua acqua di combinazione; nè tampoco è punto ciò necessario; basta solo determinare un punto, fin dove lo spirito di vino può essere artificialmente rettificato, e questo punto dopo varj esami si è stabilito esser quello, quando il suo peso specifico è 170 millesimi in circa minore dell'acqua distillata; ossia, il che torna lo stesso, quando il suo peso sta al peso dell'acqua pura, come 830 a 1000 per un di presso. Per questa ragione la medesima Tavola quinta dovea essere estesa fino a' gradi 85, perchè questi indicano appunto la diminuzione di 170 millesimi di peso, e quando l'istrumento si fissa a questo termine mostra, che lo spirito di vino è de' più eccellenti.

Conosciuto l'uso delle cinque Tavole prime, rapportate alla fine del presente Opuscolo, restami additar la maniera di costruirne delle altre per qual siesi dissoluzione. Vogliasi a cagione di esempio formare una Tavola per le dissoluzioni del cremor di tartaro. Prima d'ogni altra cosa si cerchi, quale sia il peso specifico di questo sale, secondo la maniera descritta all'Articolo IV. e suppongasi per ora, che sia, come 3500. Ciò premesso, si dispongano le quattro colonne della Tavola da formarsi, nella prima delle quali si notino i gradi dell'Areometro, cominciando da zero fino a quel numero di gradi, che meglio piace. Nella seconda colonna destinata pel peso, e pel volume dell'acqua, rimpetto allo zero della prima, si noti il numero 1000. Nella terza poi, che dee esprimere il peso del cremor di tartaro, e così pure nella quarta, che dee indicarne il volume, ivi dirimpetto si noti similmente zero. Essendo le cose così disposte; per sapere qual diminuzione di peso, e di volume debbasi esprimere nella seconda colonna corrispondentemente ad ogni grado, si prenda l'eccesso del peso, onde il cremor di tartaro supera il peso dell'acqua, il quale eccesso, seguendo il supposto già fatto, sarebbe di 2500. Questo si divida per metà, ed avrassi 1250, che saranno altrettanti gradi dell'

Areometro, pe' quali deve eſſer diviſo il peſo, e volume di acqua 1000; per avere la parte corriſpondente, che deve eſſer ſcemata per ciaſcun grado. Sicchè diviſo il peſo 1000 pe' gradi 1250; il quoziente $\frac{8}{10}$ è appunto la porzione, onde di grado in grado ſucceſſivamente l'acqua deve eſſer ſcemata. Perciò nella ſeconda colonna eſſendo notato 1000 rimpetto allo zero della prima; rimpetto a gradi uno dee notarſi $999\frac{2}{10}$; cioè, $\frac{8}{10}$ meno di 1000: rimpetto a gradi due ſi eſprima $998\frac{4}{10}$; rimpetto a gradi tre $997\frac{6}{10}$, e così via via per tutti i gradi, levando ſempre $\frac{8}{10}$ dal peſo del grado antecedente. Per avere poi la porzione di peſo del cremor di tartaro da aggiungerſi di grado in grado nella terza colonna, ſi divida il ſuo peſo totale 3500 pe' medeſimi gradi 1250, ed il quoziente $2\frac{8}{10}$ ſarà la porzione da aggiungerſi di grado in grado. Perciò nella ſteſſa terza colonna rimpetto allo zero dell'Areometro eſſendo notato zero; rimpetto a' gradi uno ſi noti $2\frac{8}{10}$; rimpetto a' gradi due $5\frac{6}{10}$; a' gradi tre $8\frac{4}{10}$; a' gradi quattro $11\frac{2}{10}$, e così di mano in mano, aggiungendo ſempre $2\frac{8}{10}$ al grado antecedente. Nella quarta colonna; che deve eſprimere di grado in grado il volume corriſpondente, ſi nota il complemento del numero eſpreſſo nella ſeconda colonna per arrivare al 1000. Perciò rimpetto a gradi uno, ove nella ſeconda colonna è notato $999\frac{2}{10}$, ſi nota nella quarta $\frac{8}{10}$, che ſommati inſieme fanno 1000; rimpetto a gradi due ſi nota $1\frac{6}{10}$; a gradi tre $2\frac{4}{10}$, e così pe tutti i gradi, ſino alla intiera formazione della Tavola. Per togliere poi l'imbarazzo delle frazioni; queſte ſi computano come unità, ſe ſorpaſſano la metà dell'intiero; oppure, ſi traſcurano, ſe ſono al di ſotto della metà.

Per avere una prova maggiore della eſattezza del noſtro Areometro, dopo varie prove ſintetiche, volli ſperimentarlo anche per via analitica. Se l'iſtrumento è ſedele nelle ſue indicazioni, ne dee ſeguire, che analizzando poſcia quella meſcolanza, che con eſſo ſi era eſaminata, oſſia, ſeparando la materia diſciolta dal fluido diſſolvente, ſi dee riſcontrare fra le due ſoſtanze quella medeſima proporzione, che era ſtata indicata dall'Areometro ſteſſo. A tale oggetto preſi grani 3584 di acqua marina entro alla quale l'Areometro

metro marcava gradi 12; e perciò secondo la Tavola seconda il peso del sale vi dovea essere in proporzione al peso dell' acqua, come 30, a 994. Sicchè fra i 3584 grani di acqua marina, doveansi riscontrare grani 105 di sale, e grani 3479 di acqua pura. Esposi pertanto quest' acqua ad una lenta svaporazione, ed ogni cosa ridotta a secco, raccolsi 102 grani di sale cioè, tre soli grani meno di quello, che avea indicato l' Areometro; il che dovette succedere in grazia delle altre lordure contenute nell' acqua stessa. Replicata questa prova con le dissoluzioni di altri sali, ne ottenni i medesimi risultati.

ARTICOLO VII.

Della causa della dilatazione de' fluidi.

Tra l' immensa varietà degli esseri, da' quali siamo per ogni parte circondati, niente ci si presenta allo sguardo di stabile, e di permanente: tutto ad ogni istante cambia di grandezza, e di mole; i legni, i marmi, i bitumi, i fluidi; le pietre, i metalli crescono ad ogni tratto, e diminuiscono di volume; ed ogni cosa col variar delle stagioni, e col semplice passaggio dalla notte al giorno, e dall' uno all' altro sito, si allunga, e si abbrevia, si dilata, e si raccorcia con una irregolarità, che sparge della confusione nella serie delle nostre conoscenze. Ora la causa primaria, universale, costante, onde tutte le sostanze aumentano di volume non è che l' assorbimento del calorico, ossia del fluido igneo, il quale introducendosi per entro alle loro parti integranti, ne diminuisce l' aderenza, le separa l' una dall' altra, e le sforza ad occupare uno spazio maggiore. Avrei anche detto, essere questa la causa unica, se alcuni corpi solidi, non facessero una eccezione alla universalità di questa causa. Imperciocchè l' acqua ossia in natura, ossia ridotta in vapori, e sparsa per l' atmosfera insinuandosi fra le molecole di alcune sostanze, come sono i legni, le minugie, le corde, i panni, la carta, le tele, ed altre di simil genere, le dilata per tutti i sensi, e parecchie volte un tale effetto è più sensibile di quello, che deriva dal calorico

ſteſſo. Ma oltr'a che l'acqua inſinuandoſi ne' corpi, li aumenta di peſo egualmente, che di volume, eſſa non ha poi veruna azione nè ſopra parecchj altri corpi ſolidi, come ſono i metalli, nè ſopra niuno di quelli, che ſi trovano in iſtato di liquore; e quindi niente oſta, che ſi abbia a riguardare il calorico, come cauſa primaria della dilatazione di tutti i corpi.

In due differenti ſtati non per tanto può ritrovarſi il calorico: o allora quando rimane ſtrettamente unito alle ſoſtanze dalla forza di una mutua affinità; ed in queſto ſtato, formando una parte del corpo ſteſſo, ſi chiama *calorico combinato*, e ſecondo il parere de' moderni Chimici, non produce alcun effetto rapporto ad aumentarne il volume: oppure allorchè ſeparandoſi da alcuna delle baſi primiere, cui era unito, medianti le infinite chimiche diſſoluzioni operate continuamente dalla Natura, ſi diffonde fra' corpi circonvicini, ed entrando ne' loro interſtizj, vi eſercita in queſto caſo la ſua forza ripulſiva, ne aumenta il volume, e viene diſtinto col nome di *calorico libero*. Quindi noi dobbiamo conſiderare le molecole di qualunque corpo, come coſtrette ad ubbidire a due forze contrarie; ad un forza di attrazione, ch'è intrinſeca alla materia ſteſſa, e tende continuamente a ravvicinarla, e ad una forza di ripulſione, proveniente da una cauſa eſtrinſeca, quale ſi è appunto il calorico libero, che tende ad allontanarle.

Siccome però ogni ſoſtanza diverſa ha i ſuoi pori particolari più, o meno ampj, più o meno numeroſi, e le ſue molecole ſon dottate di una maggiore, o minore forza di attrazione; così è facile il concepire, che non tutti i corpi ſono atti a ricevere la medeſima quantità di calorico, ne ad eſſer dilatati allo ſteſſo grado. Imperciocchè quanto più forte è l'adeſione, oſſia il grado di affinità, che hanno le particelle di un corpo fra ſe ſteſſe, e quanto meno d'interſtizj, e di vacui vi rimangono fra l'una, e l'altra, tanto più difficilmente è permeſſo l'ingreſſo al calorico, e tanto meno è deſſo capace di eſercitarvi la ſua forza ripulſiva. Quindi noi vedremo in appreſſo, che riſcaldandoſi due liquori fino a un determinato grado, l'aumento del loro volume non è uniforme in amendue, e neppure nello ſteſſo fluido la dila-

tazione successiva non è proporzionale alle dosi del calorico assorbito. Da questa irregolarità di andamento viene comunemente eccettuato da' Fisici il mercurio, la dilatazione del quale si suppone corrispondere ai gradi del calore; e quindi la preferenza, che se gli dà per la costruzione de' Termometri. Ma come comprovarlo, se ci manca tuttavia un fluido, il cui cammino sia evidentemente dimostrato regolare, ed uniforme? Per decidere d'una maniera affatto incontrastabile questa interessantissima questione, proposta ultimamente alla discussione dei dotti dalla R. Accademia di Mantova, il mezzo più proprio, a mio giudizio sarebbe quello di fare uso del *Calorimetro* inventato dal Sig. *de la Place*, e descritto dal Sig. *Lavoisier* al Cap. 3. della Parte terza del suo *Trattato Elementare di Chimica*. Il metodo d'istituire questa serie di sperimenti sarà il seguente. Si chiuderà entro al Calorimetro un determinato peso di acqua ridotta alla temperatura di gradi 80 del Termometro a mercurio, raccogliendo tutto il ghiaccio, che verrà disciolto dal calore della stessa acqua. In appresso si ripeterà la stessa operazione con egual peso di acqua ridotta a gradi 70; raccogliendone separatamente il diaccio, che sarà da essa disciolto. Così di mano in mano si andranno rifacendo le stesse prove con pesi uguali di acqua ridotta a' gradi 60, indi a' gradi 50, e via di seguito fino a' gradi 10. Compiuti questi otto sperimenti, e confrontando insieme i pesi di ciascuna porzione di ghiaccio disciolto, se questi si troveranno proporzionali ai numeri 80; 70; 60; 50; 40; ec. che sono i gradi del calore indicati dal Termometro in ciascuna porzione di acqua, sarà indizio, che l'andamento del mercurio è uniforme ai gradi del calore; in caso diverso noi manchiamo tuttavia d'un istrumento esatto in questo genere. Questa è un esperienza, che per tutti i riguardi è degna di essere istituita; nè io tarderò ad eseguirla, subito che mi si presenterà l'opportunità di avere un Calorimetro sull'idea di quello del Sig. *de la Place*.

Similmente dalla più, o meno di coesione, che hanno le particelle de' corpi fra se stesse, e dalla varia loro forma, struttura, grandezza, ed affinità verso il calorico, ne insorge un'altra differenza molto rimarcabile, quella, cioè,

di eſſere eſſi corpi più, o meno pronti a ricevere il calorico libero. Volendo iſtituire un confronto tra la varia conducibilità di diverſi liquori, cominciai dall' indagare, ſe la prontezza di uno ſteſſo fluido ſia uguale tanto nel ricevere, che nell' abbandonare il calorico. Ho riempiuto a tale oggetto di acqua diſtillata un vaſe di metallo, e da un ambiente, la cui temperatura era fiſſata a gradi 5 ſopra il ghiaccio, il traſportai entro una ſtanza, il cui calore coſtante era di gradi 12 ſuperiori; e per rialzarſi l' acqua a queſta temperatura impiegò 127 minuti primi. Allora dalla temperatura della ſtanza trasferì il vaſe al primo ambiente di gradi 5, e l' acqua per abbaſſarſi a queſto grado impiegò ſimilmente minuti 127 col ſolo divario di alcuni ſecondi, che è affatto inevitabile in queſto genere di ſperimenti. Lo ſpirito di vino impiegò ſolo 71 minuto tanto nel ſalire dai gradi 5 ai gradi 12 quando nel diſcendere da queſti ai gradi 5 di prima, con pochiſſima differenza.

Reſtava in ſeguito ad iſtituire un confronto tra la conducibilità di differenti liquori, oſſia tra la più, o meno prontezza, che hanno nell' aſſorbire, e nell' abbandonare il calorico. A queſto fine traſcelſi un giorno, in cui la temperatura della mia ſtanza foſſe ſtabilmente fiſſata alla temperatura di gradi dieci, ed entro ad eſſa trasferii in altrettanti vaſi, e a doſi eguali dell' acqua diſtillata, dell' acqua marina, dell' olio di uliva, dell' aceto comune, e dello ſpirito di vino, che avea prima tutti ridotti al grado dall' acqua bollente, eccettuato lo ſpirito di vino, il quale non è ſuſcettibile di queſto grado di calore. Notai in appreſſo quanti minuti primi, e ſecondi impiegava ciaſcuno di queſti liquori nel diſcendere di cinque in cinque gradi, cominciando appunto dai gradi 80 fino ai gradi 15; e nella Tavola VI ſta eſpoſto il riſultato di tutti queſti confronti. Colà ſi vede che tra i liquori ſperimentati lo ſpirito di vino è il migliore, e più pronto conduttor del calorico: indi appreſſo viene l' olio di uliva, poſcia l' acqua di mare, dopo queſta l' aceto comune, ed in fine l' acqua diſtillata. Si raccoglie altresì dalla ſteſſa Tavola, che le perdite del calorico fatte da un medeſimo liquore non ſono proporzionali ai tempi impiegati. Imperciocchè da principio finchè i pori del liquore ſono molto

dilatati, il calorico se ne scappa più facilmente; ma a misura, che le parti del fluido si vanno sempre più avvicando, formano un maggiore ostacolo all' uscita del calorico, e quindi più lentamente si riduce il liquore alla temperatura dell' ambiente. Ora conosciuta la causa del dilatamento de' fluidi, e le varie anomalie di questo effetto, ci rimane in fine a rintracciare il modo, onde rilevare con precisione la quantità di un tale aumento.

ARTICOLO VIII.

Maniera di determinare col mezzo dell' Areometro l' aumento, che acquista il volume de' liquori.

La notizia esatta dell' aumento, che soffre il volume de' liquori mediante l' assorbimento del calorico, non è un punto di vana ricerca. Questa può essere molto interessante nelle scienze, nelle arti, nel commercio, ed in moltissime occasioni dell' economia domestica. Noi manchiamo tuttavia d' una regola universale, costante, e sicura per conoscere la proporzione fra l' aumento di un corpo, e quello di un altro; dacchè siffatti aumenti non sono nè in ragione delle masse, come voleano alcuni, nè in ragion de' volumi, come hanno pensato altri, nè in ragione composta delle masse, e dei volumi; ma dipendono interamente dalla struttura particolare di ciascun corpo, e dalla varia attrazione delle sue parti componenti sì rapporto a se stesse, che rapporto al calorico. Quindi per avere una norma esatta intorno a questo punto, siamo costretti ad indagare con altrettante prove particolari l' aumento, ch' è proprio di ciascun corpo. A tale oggetto pe' corpi solidi possediamo da vario tempo la eccellente Macchinetta, che porta il nome di *Pirometro*, ideata da principio da celebre *Musschenbroek*, indi modellata sotto a varie forme da altri Fisici. Per rapporto a' liquori, finora si facea uso di un matraccio di un collo convenientemente lungo, con l' avvertenza, che il suo lume interno fosse da per tutto uguale. Il matraccio dovea essere di tal calibro, che la capacità del suo ventre fosse alla capacità di una linea del suo collo nella proporzione di mille ad uno. Sicchè

riempiuto il matraccio del liquore, che si volea esaminare, in maniera che alla temperatura del ghiaccio ne fosse ripiena la sola palla, faceasi riscaldare in seguito, e dalla maggiore, o minore salita del liquore lungo il collo, arguivasi l'aumento del suo volume. Ma poco si richiede per accorgersi della fallacia di questo metodo, almeno per rapporto ad una gran parte di fluidi. Primieramente riscaldandosi il liquore, tutte le sue parti non si riscaldano contemporaneamente, e con egual prontezza; mentre quelle, che sono al centro, restano per lo più al di sotto di alcuni gradi. In oltre quando si voglia conoscere l'aumento acquistato dal liquore al di là dei 60 gradi del Termometro a mercurio, si sviluppa dal liquore stesso una quantità di bollicelle, che tengono in una continua oscillazione la sua superficie. Al grado poi dell'acqua bollente molti liquori sono prossimi all'ebollizione, molti bollono attualmente, e molti anche prima di giungere a questo grado; nè un liquore, ch'è in attuale effervescenza ci permette di determinare con precisione la quantità del suo volume.

In vista di tutte queste difficoltà concepì l'idea di far sì, che l'Areometro stesso, il quale serve a rilevare il peso specifico de' liquori, servisse con eguale accuratezza a far conoscere l'aumento, che acquista il loro volume; e l'effetto corrispose pienamente alle mie intenzioni. Per conseguirne l'intento, cominciai dall'aggiungere, o levare tanto di savorra al galleggiante, sicchè immerso entro al fluido da esaminarsi ridotto alla temperatura di gradi dieci, esso si stabilisca allo zero inferiore notato verso la base del cannello. Si riempie in seguito del liquore stesso il vase *A*, vi s'immerge il galleggiante, si riduce alla temperatura dello zero di *Reaumur*, se il liquore è atto a soffrire questo grado senza gelarsi, si lascia, che la porzione soprabbondante del liquore se ne esca pel tubetto *L*; ed allora si nota il grado d'immersione, il quale dinota la quantità del volume del liquore alla temperatura del ghiaccio. Essendo le cose così disposte, si colloca il detto vase *A* ripieno dello stesso liquore, e munito del suo Termometro, e del suo galleggiante entro un fornello di quelli, che si adoperano a mano, in maniera che il vase poggi sopra la craticola, e vi

ſtia diritto perpendicolarmente . Allora entro al fornello ſteſſo attorno attorno al vaſe ſi vanno aggiungendo de' carboni acceſi : il liquore così lentamente ſi riſcalda , creſce di volume, il galleggiante ſi affonda ſempre più , e dello ſteſſo paſſo la porzione del liquore aumenrata ſe ne eſce goccia a goccia pel tubetto *L* , e la ſuperficie del liquore ſteſſo ſi mantiene ſempre allo ſteſſo livello. A miſura , che il fluido va ſempre più riſcaldandoſi , ſi nota di cinque in cinque gradi, indicati dal Termometro, il grado di affondamento, cui ſarà giunto il galleggiante ; avvertendo di mantenere il fuoco ſempre moderato, affinchè il liquore ſi riſcaldi gradatamente , e dia tempo di poter fare le neceſſarie annotazioni.

I fluidi aſſoggettati a queſta prova furono l'acqua diſtillata, l'acqua marina, l'olio di uliva, l'aceto comune , il vino di cipro, ed una ſpecie di ſpirito di vino , il cui peſo ſpecifico era a quello dell'acqua, come 898 , a 1000 e nella Tavola ſettima , ed ultima ſi trovano eſpoſti i riſultati, che ottenni da queſti ſperimenti . Entro all'acqua diſtillata alla temperatura di gradi dieci l'Areometro ſegua il punto dello zero, e quando l'acqua ſteſſa ſi trova ridotta a gradi 80 del Termometro , il galleggiante vi ſi affonda a gradi $19\frac{1}{2}$; dal che ne ſiegue , che il paſſaggio, che fa l'acqua, dai gradi dieci agli 80 di calore, porta il divario di 39 milleſimi di minor peſo; ed eſſendo i volumi inverſamente come i peſi , ſe il volume dell'acqua alla temperatura di gradi dieci era uguale a 1000 paſſando alla temperatura dei gradi 80, acquiſta il ſuo volume un aumento di 39 milleſimi, e diviene come 1039. Così pure poſto il volume degli altri liquori alla temperatura di gradi dieci, come 1000,00; quello dell' acqua marina ai gradi 80 diviene uguale a 1051,00 ; quello dell'olio di uliva uguale a 1063,60; e così degli altri.

Il metodo, che ora vengo dal ſuggerire per determinare col mezzo dell'Areometro l'aumento de' liquori, oltre all'eſſere de' più facili ad eſeguirſi, ſembra eſſere anche il più accurato di qualunque altro. Contuttociò per avere una prova più evidente della ſua eſattezza, volli verificarne i riſultati per un'altra via alquanto differente. Dal vedere, che

ſtandoſene il vaſe *A* entro al fornello circondato da carboni acceſi, a miſura ehe riſcaldavaſi il liquore, andava altresì lentamente ſgocciolando dal tubetto *L*; mi ſi risvegliò l'idea di raccorre il detto liquore, che uſciva, affinchè aveſſe a ſervire di conferma a miei ſperimenti. Egli è certo, che riempiuto il vaſe di un liquore qualunque alla temperatura di gradi dieci, la porzione dello ſteſſo liquore, che ſe ne eſce, allorchè ſi fa paſſare il liquore alla temperatura di gradi 80 deve eſſere la miſura eſatta dell'aumento, che acquiſta il ſuo volume, mediante queſto paſſaggio. Appoggiato a queſto principio, ch'è della maggiore evidenza, riempì il detto vaſe *A* di acqua diſtillata ridotta alla temperatura di gradi dieci, ed avendola prima peſata, la trovai eſſere di grani 16251. Indi rimoſſi dal vaſe sì il Termometro, che il galleggiante, come inutili in queſta operazione, chiuſi eſattiſſimamente l'apertura ſuperiore del vaſe, affinchè l'acqua non aveſſe a ſvaporare, laſciando aperto il ſolo tubetto *L*. Poſi il vaſe così pieno di acqua ſopra i carboni acceſi, e di mano in mano, che l'acqua andava riſcaldandoſi, e creſcendo di volume, ſe ne uſciva altresì la porzione aumentata a goccia a goccia dal medeſimo tubetto *L*, e queſta veniva raccolta entro un ampolla. Quando l'acqua fu al punto dell'ebollizione, ritirai prontamente il vaſo dal fuoco, e raffredata ogni coſa, peſai ſeparatamente sì l'acqua rimaſta nel vaſe, che quella, che ne era uſcita. Siccome dal primo metodo praticato coll'immerſione dell'Areometro riſultò, che dai gradi dieci ai gradi 80, il volume dell'acqua ſi aumenta di 39 milleſimi; così ſe amendue queſti ſperimenti ſono giuſti, e ſe non ſi abbia commeſſo errore nell'eſeguirli, ne dee ſeguire, che l'acqua uſcita dal vaſe in queſta ſeconda operazione, eſſendo la miſura dell'aumento acquiſtato, il ſuo peſo deve eſſere al peſo dell'acqua rimaſta entro al vaſe nella relazione, almeno proſſimamente, di 39 a 1000. Fattone dunque il bilancio, trovai, che l'acqua uſcita era di grani 610, e l'acqua rimaſta entro al vaſe di grani 15636 il che ſta nella relazione di 39 a 1000; col ſolo divario di cinque grani, ſecondo la ſeguente formula $39:1000::610:15636+5$. Queſto divario poi diviene affatto inevitabile sì per l'acqua, che reſta aderente a' vaſi, come

come per quella qualunque siasi piccola svaporazione, che non è possibile di evitare. Rifeci questa stessa prova con varj altri fluidi; ed i risultati furono sempre uniformi a quanto avea indicato l'Areometro, da qualche piccola differenza in fuori. Il che serve vie meglio a comprovare, che l'Areometro stesso somministra uno de' più sicuri metodi per conoscere l'aumento del volume, che acquistano i liquori in forza del calorico assorbito.

Da quanto ho brevemente esposto nel presente saggio è facile il comprendere quali, e quanti sieno i vantaggi, che si possono ritrarre dall'uso di questa corretta Macchinetta. I principj della sua costruzione sono atti a conciliare tutta la nostra confidenza, il maneggio n'è facile, l'uso universale, e gli effetti corrispondono alla nostra aspettazione. Con questo mezzo possiamo conoscere agevolmente la gravità specifica di tutti i liquori, valutare il peso, ed il volume delle sostanze mescolate per entro alle dissoluzioni, determinare l'aumento, che acquistano mediante l'introduzione del calorico; e quindi giudicare del loro pregio, rimaner garantiti dalla frode, e dagl'inganni de' venditori, istituir degli esatti confronti, introdur nelle misture quel grado di addensamento, che più abbisogna, ed avere ognora in pronto un esatto scandaglio per tutte le occorrenze, che succedono alla giornata. In quanto a me, io mi terrò bastantemente pago, se con la rettificazione di questo strumento avrò in qualche modo contribuito ai vantaggi della Società.

Tavola

Per le Diſſoluzioni

Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Zucch. peſo .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.val.	Zucch. peſo .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Zucch. peſo .	Zucch. volum.
0	1000	0	0	26	945	107	55	52	890	214	110
1	998	4	2	27	943	111	57	53	888	218	112
2	996	8	4	28	941	115	59	54	886	222	114
3	994	12	6	29	939	119	61	55	884	226	116
4	992	16	8	30	937	123	63	56	881	231	119
5	990	20	10	31	935	127	65	57	879	235	121
6	988	24	12	32	932	132	68	58	877	239	123
7	986	28	14	33	930	136	70	59	875	243	125
8	983	33	17	34	928	140	72	60	873	247	127
9	981	37	19	35	926	144	74	61	871	251	129
10	979	41	21	36	924	148	76	62	869	255	131
11	977	45	23	37	922	152	78	63	867	259	133
12	975	49	25	38	920	156	80	64	864	264	136
13	973	53	27	39	918	160	82	65	862	268	138
14	971	57	29	40	915	165	85	66	860	272	140
15	969	61	31	41	913	169	87	67	858	276	142
16	966	66	34	42	911	173	89	68	856	280	144
17	964	70	36	43	909	177	91	69	854	284	146
18	962	74	38	44	907	181	93	70	852	288	148
19	960	78	40	45	905	185	95	71	850	292	150
20	958	82	42	46	903	189	97	72	847	297	153
21	956	86	44	47	901	193	99	73	845	301	155
22	954	90	46	48	898	198	102	74	843	305	157
23	952	94	48	49	896	202	104	75	841	309	159
24	949	99	51	50	894	206	106	76	839	313	161
25	947	103	53	51	892	210	108	77	837	317	163

I.

dello *Zucchero* .

Gradi Areom.	Acqua pes. vol.	Zucch. peso .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pes. vol.	Zucch. peso .	Zucch. volum.	Gradi Areom.	Acqua pes. vol.	Zucch. peso .	Zucch. volum
78	835	321	165	103	782	424	218	128	728	528	272
79	833	325	167	104	779	428	221	129	726	532	274
80	830	330	170	105	777	433	223	130	724	536	276
81	828	334	172	106	775	437	225	131	722	540	278
82	826	338	174	107	773	441	227	132	720	544	280
83	824	342	176	108	771	445	229	133	718	548	282
84	822	346	178	109	769	449	231	134	716	552	284
85	820	350	180	110	767	453	233	135	714	556	286
86	818	354	182	111	765	457	235	136	711	561	289
87	816	358	184	112	762	462	238	137	709	565	291
88	813	363	187	113	760	466	240	138	707	569	293
89	811	367	189	114	758	470	242	139	705	573	295
90	809	371	191	115	756	474	244	140	703	577	297
91	807	375	193	116	754	478	246	141	701	581	999
92	805	379	195	117	752	482	248	142	699	585	301
93	803	383	197	118	750	486	250	143	697	589	303
94	801	387	199	119	748	490	252	144	694	594	306
95	799	391	201	120	745	495	255	145	692	598	308
96	796	396	204	121	743	499	257	146	690	602	310
97	794	400	206	122	741	503	259	147	688	606	312
98	792	404	208	123	739	507	261	148	686	610	314
99	790	408	210	124	737	511	263	149	684	614	316
100	788	412	212	125	735	515	265	150	682	618	318
101	78[illegible]	416	214	126	733	519	267	151	680	622	320
102	784	420	216	127	731	523	269	152	677	627	323

Tavola II.

Per le Diſſoluzioni del Sal marino.

Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Sale peſo.	Sale volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ.vol.	Sale peſo.	Sale volum.	Gradi Areom.	Acqua peſ vol.	Sale peſo.	Sale volum.
0	1000	0	0	27	985	69	15	54	970	138	30
1	1000	2	0	28	985	71	15	55	970	140	30
2	999	5	1	29	984	74	16	56	969	143	31
3	999	7	1	30	984	76	16	57	968	146	32
4	998	10	2	31	983	79	17	58	968	148	32
5	998	12	2	32	982	82	18	59	967	151	33
6	997	15	3	33	982	84	18	60	967	153	33
7	997	17	3	34	981	87	19	61	966	156	34
8	996	20	4	35	981	89	19	62	966	158	34
9	995	23	5	36	980	92	20	63	965	161	35
10	995	25	5	37	980	94	20	64	964	164	36
11	994	28	6	38	979	97	21	65	964	166	36
12	994	30	6	39	979	99	21	66	963	169	37
13	993	33	7	40	978	102	22	67	963	171	37
14	993	35	7	41	977	105	23	68	962	174	38
15	992	38	8	42	977	107	23	69	962	176	38
16	991	41	9	43	976	110	24	70	961	179	39
17	991	43	9	44	976	112	24	71	961	181	39
18	990	46	10	45	975	115	25	72	960	184	40
19	990	48	10	46	975	117	25	73	959	187	41
20	989	51	11	47	974	120	26	74	959	189	41
21	989	53	11	48	973	123	27	75	958	192	42
22	988	56	12	49	973	125	27	76	958	194	42
23	988	58	12	50	972	128	28	77	957	197	43
24	987	61	13	51	972	130	28	78	957	199	43
25	986	64	14	52	971	133	29	79	956	202	44
26	986	66	14	53	971	135	29	80	955	205	45

Tavola III.

Per le Diffoluzioni del Nitro.

Gradi Areom	Acqua pef.vol.	Nitro pefo.	Nitro volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Nitro pefo.	Nitro volum.	Gradi Areom.	Acqua pef.vol.	Nitro pefo.	Nitro volum.
0	1000	0	0	27	989	65	11	54	978	130	22
1	1000	2	0	28	989	67	11	55	978	132	22
2	999	5	1	29	988	70	12	56	977	135	23
3	999	7	1	30	988	72	12	57	977	137	23
4	998	10	2	31	987	75	13	58	977	139	23
5	998	12	2	32	987	77	13	59	976	142	24
6	998	14	2	33	987	79	13	60	976	144	24
7	997	17	3	34	986	82	14	61	975	147	25
8	997	19	3	35	986	84	14	62	975	149	25
9	996	22	4	36	985	87	15	63	975	151	25
10	996	24	4	37	985	89	15	64	974	154	26
11	996	26	4	38	985	91	15	65	974	156	26
12	995	29	5	39	984	94	16	66	973	159	27
13	995	31	5	40	984	96	16	67	973	161	27
14	994	34	6	41	983	99	17	68	973	163	27
15	994	36	6	42	983	101	17	69	972	166	28
16	993	39	7	43	983	103	17	70	972	168	28
17	993	41	7	44	982	106	18	71	971	171	29
18	993	43	7	45	982	108	18	72	971	173	29
19	992	46	8	46	981	111	19	73	971	175	29
20	992	48	8	47	981	113	19	74	970	178	30
21	991	51	9	48	981	115	19	75	970	180	30
22	991	53	9	49	980	118	20	76	969	183	31
23	991	55	9	50	980	120	20	77	969	185	31
24	990	58	10	51	979	123	21	78	969	187	31
25	990	60	10	52	979	125	21	79	968	190	32
26	989	63	11	53	979	127	21	80	968	192	32

Tavola IV.

Per le mescolanze di Latte, e di acqua.

Gradi Areom.	Acqua peso vol.	Latte peso.	Latte volume
0	1000	0	0
1	938	64	62
2	875	129	125
3	813	193	187
4	750	258	250
5	688	322	312
6	625	387	375
7	563	451	437
8	500	516	500
9	438	580	562
10	375	645	625
11	313	709	687
12	250	774	750
13	188	838	812
14	125	903	875
15	63	967	937
16	0	1032	1000

Tavola

Per le mescolanze

Gradi Areom.	Acqua pes.vol.	Spirito peso	Spirito volum.	Gradi Areom.	Acqua pes.vol.	Spirito peso	Spirito volume
0	1000	0	0	22	741	215	259
1	988	10	12	23	730	224	270
2	977	19	23	24	718	234	282
3	965	29	35	25	706	244	294
4	953	39	47	26	694	254	306
5	941	49	59	27	683	263	317
6	930	58	70	28	671	273	329
7	918	68	82	29	659	283	341
8	906	78	94	30	647	293	353
9	894	88	106	31	636	302	364
10	883	97	117	32	624	312	376
11	871	107	129	33	612	322	388
12	859	117	141	34	600	332	400
13	847	127	153	35	588	342	412
14	836	136	164	36	577	351	423
15	824	146	176	37	565	361	435
16	812	156	188	38	553	371	447
17	800	166	200	39	541	381	459
18	788	176	212	40	530	390	470
19	777	185	223	41	518	400	482
20	765	195	235	42	506	410	494
21	753	205	247	43	494	420	506

V.

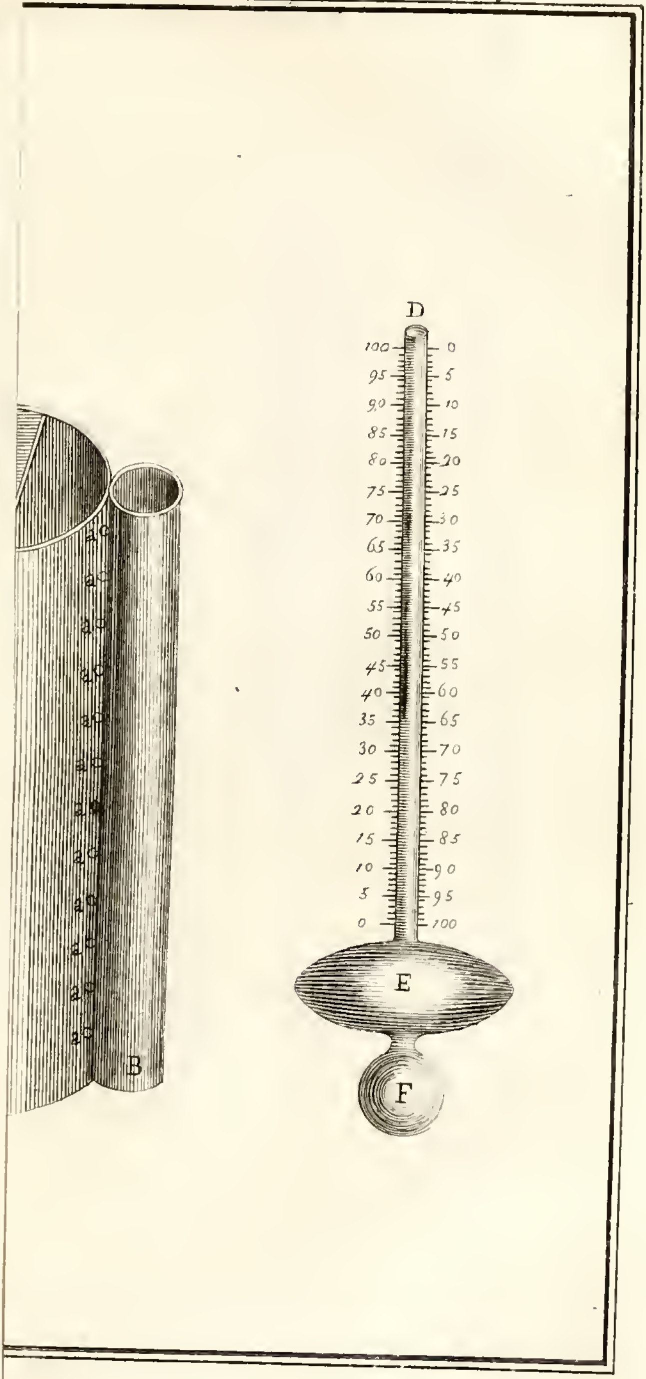
di Spirito di Vino, e di acqua.

Gradi Areom.	Acqua pes. vol.	Spirito peso	Spirito volum.	Gradi Areom.	Acqua pes. vol.	Spirito peso	Spirito volume
44	483	429	517	66	224	644	776
45	471	439	529	67	212	654	788
46	454	449	541	68	200	664	800
47	447	459	553	69	188	674	812
48	436	468	564	70	177	683	823
49	424	478	576	71	165	693	835
50	412	488	588	72	153	703	847
51	400	498	600	73	141	713	859
52	388	508	612	74	130	722	870
53	377	517	623	75	118	732	882
54	365	527	635	76	106	742	894
55	353	537	647	77	94	752	906
56	341	547	659	78	83	761	917
57	330	556	670	79	71	771	929
58	318	566	682	80	59	781	941
59	306	576	694	81	47	791	953
60	394	586	706	82	36	800	964
61	283	595	717	83	24	810	976
62	271	605	729	84	12	820	988
63	259	615	741	85	0	830	1000
64	247	625	753				
65	236	634	764				

Tavola VI.

Del tempo impiegato dai qui espressi liquori nella perdita di cinque in cinque gradi di calore, cominciando dai gradi 80 del Termometro a Mercurio fino ai gradi 15; essendo la temperatura dell' ambiente a gradi dieci.

Gradi Termom.	Acqua distilat. minuti : secondi	Acqua marina minuti : secondi	Olio d' uliva minuti : secondi	Aceto comune minuti : secondi	Spir. di vino minuti : secondi
80					
–	– 0 : 48	0 : 40	0 : 30	0 : 36	bolle
75					
–	– 1 : 12	1 : 00	0 : 50	0 : 54	bolle
70					
–	– 1 : 30	1 : 15	1 : 12	1 : 18	bolle
65					
–	– 1 : 54	1 : 30	1 : 24	1 : 36	bolle
60					
–	– 2 : 30	2 : 12	1 : 40	2 : 00	0 : 45
55					
–	– 2 : 36	2 : 18	2 : 00	2 : 42	1 : 30
50					
–	– 3 : 30	3 : 16	2 : 24	3 : 18	2 : 00
45					
–	– 4 : 12	4 : 00	3 : 00	4 : 00	3 : 00
40					
–	– 5 : 50	5 : 20	4 : 24	5 : 30	3 : 24
35					
–	– 7 : 00	7 : 00	5 : 00	6 : 30	5 : 00
30					
–	– 11 : 00	10 : 00	7 : 00	9 : 00	6 : 00
25					
–	– 15 : 00	14 : 00	10 : 00	14 : 00	9 : 00
20					
–	– 32 : 00	26 : 00	26 : 00	31 : 00	18 : 00
15					
Summa	89 : 2	78 : 31	65 : 24	81 : 24	48 : 39


D
100 95 90 85 80 75 70 65 60 55 50 45 40 35 30 25 20 15 10 5 0
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100
E
F
B

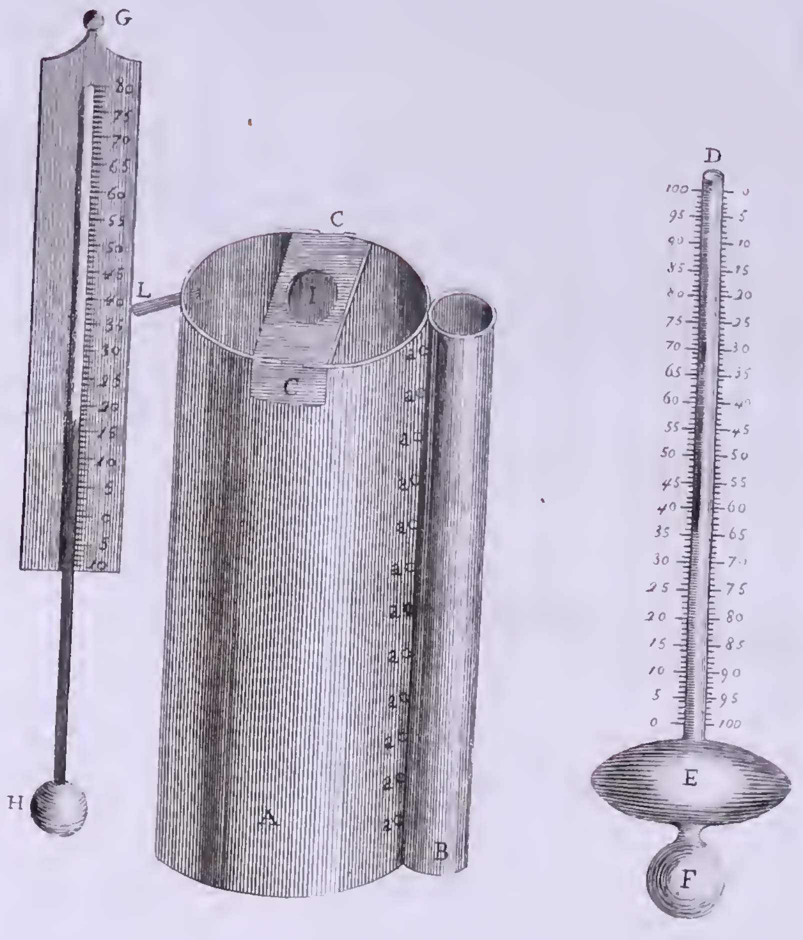

G
L
C
I
C
D
E
F
H
A
B

Tavola VII.

Dell' aumento del volume acquistato dai qui espressi liquori con l' aggiunta di cinque in cinque gradi di calore, computando il loro volume, come 1000, 00. alla temperatura di gradi dieci.

Gradi Term.	Acqua distill.	Acqua marina	Oliò d' uliva	Aceto comune	Vino di Cipro	Spir. di vino
0	gelata	999, 00	gelato	999, 81	999, 80	998, 50
5	999, 80	999, 40	gelato	999, 88	999, 88	999, 00
10	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00	1000, 00
15	1000, 30	1001, 60	1004, 00	1000, 20	1000, 30	1002, 20
20	1000, 80	1004, 00	1008, 00	1000, 40	1000, 80	1004, 80
25	1002, 00	1006, 60	1012, 20	1000, 80	1002, 40	1010, 00
30	1004, 40	1008, 40	1017, 60	1001, 60	1005, 40	1016, 00
35	1006, 80	1010, 00	1023, 20	1003, 00	1010, 40	1023, 00
40	1009, 60	1012, 30	1028, 80	1005, 80	1014, 40	1030, 80
45	1012, 60	1014, 90	1032, 00	1008, 80	1018, 40	1036, 80
50	1015, 00	1018, 80	1036, 00	1012, 20	1022, 40	1044, 60
55	1018, 60	1023, 00	1040, 00	1016, 00	1026, 40	1052, 80
60	1022, 40	1026, 80	1044, 00	1020, 60	1031, 40	1063, 60
65	1026, 00	1030, 40	1048, 00	1024, 00	1043, 40	bolle
70	1030, 40	1034, 20	1053, 00	1028, 00	bolle.	bolle
75	1034, 40	1041, 00	1058, 00	1032, 40	bolle.	bolle
80	1039, 00	1051, 00	1063, 60	1036, 40	bolle.	bolle

SOPRA UNA TOSSE

DEGLI ALIMENTI

Del Sig. Dott. Giovanni Verardo Zeviani.

Oliva Brentonega d'anni 60 vedova di *Giacomo Clausa*, da molti anni sottoposta ad un facile catarro, talvolta marcioso, e senza raffreddore; ed inoltre ad una or più, or meno dolorosa e difficile discesa degli alimenti al ventricolo, il dì primo dell'anno 1791 ebbe più del solito ingombrata la via degli alimenti dopo aver mangiato con avidità del mandorlato. Di lì a poco sentì una dolorosa interna trafittura sotto allo sterno con un senso di crepatura, per cui la voce rimbombava al basso ventre; e se le eccitò una tosse, che portò alla bocca per modo di catarro una materia, che avea l'odore ed il sapore del mandorlato inghiottito. Da quel giorno in poi la scarsissima quantità di cibo e bevanda, che ingollava per sostenere la vita e moderare la sete, pochi istanti dopo moveva una tosse soffocativa, che portava alla bocca in loro propria sostanza una porzione delle cose ingollate. Visse in questo stato ad ogni ora minaccievole di soffocazione per giorni trenta; sempre livida in faccia: dal principio rauca, e poi senza voce: sitibonda, stitica, con orine scarse infocate; col decubito nel destro lato impedito; con veglie perpetue, in fine interrotte da un grave sopore. Dopo li trenta giorni cominciò a febbricitare fortemente: cessò del tutto la tosse: menò dalla bocca un alito grave e cadaverico: si turbò nella mente; e soffocata morì li 2 Febbrajo 1691.

Sospettando io da questa qualità, e da questo ordine di sintomi un libero transito dall'imo esofago all'interno polmone; e non rammentandomi di avere più nè letto nè veduto un simile caso, volli accertarmene con la osservazion del Cadavero. Avvisati pertanto due periti Chirurghi, di quanto io desiderava di verificare coll'occhio, fu la opera-

zione anatomica quanto il caſo comportava eſattamente e diligentemente eſeguita dal Signor *Antonio Lori*, e dal Signor *Luigi Monteroſſi* alla preſenza dell' egregio Medico Signor *Paolo Silveſtri* e mia, unitamente a quella di altri Giovani ſtudioſi di Medicina e di Chirurgia.

Aperto il petto, apparve il polmone deſtro nella ſua ſuperfizie livido, e fortemente aderente alla pleura: dalla quale volendolo ſtaccare, ſortì in cavità molta materia fluida e latticinoſa. Eſtratto dalla caſſa del petto il polmone con la trachea arteria, unitamente all' eſofago ed al ventricolo, e rivoltato con la ſua faccia poſteriore al davanti, ebbeſi ſotto l' occhio l' eſofago, che in tal poſitura ſovraſtava alla trachea arteria. Diviſo queſto, ſecondo la ſua lunghezza ſi trovò illeſo ſino al ſito dove finiſce di accompagnare la trachea arteria. In queſto ſito era traforato e conſunto, e moſtrava una grande apertura fatta per eroſione di ſoſtanza. Di là da queſto ſito tornava illeſo l' eſofago; ed era aperta e libera ſecondo natura la via al ventricolo: il quale era bensì riſtretto, ma pur ſemipieno di materia degli alimenti, mezzo corrotta, ed in tutto ſimile a quella che ſpandevaſi nella cavità del petto. Diviſa dopo a lungo la trachea arteria, ſi trovò internamente in tutto il ſuo tratto livida e ſcabra, con le ghiandole ne' dintorni gonfie ed infiammate. Segnatamente nel ſito ultimo di eſſa, dove divideſi nei bronchi, dirimpetto all' apertura morboſa dell' eſofago, eſſa pure con eſſo ſi trovò traforata ed eroſa, a ſegno di poter dare dentro di ſe libera l' entrata al cibo inghiottito che cadeva giù dall' eſofago verſo il ventricolo. Stendevaſi il vizio dietro la prima diviſion deſtra de' bronchi, ed attaccava di cangrena il vicino polmone: dove erano aperte delle bocche che a guiſa di grotte ſi immergevano profondamente dentro di eſſo. Queſto deſtro polmone era denſo e peſante, e zeppo internamente non di ſangue o catarro, ma di ſtrania materia che lo ingombrava. Il ſiniſtro polmone era lieve e ſecondo natura. Il cuore era floſcio, e del tutto privo di acqua il ſuo pericardio.

Per conoſcere la natura della malattia, che a queſto termine non più veduto menò, biſogna diſtinguere il ſuo corſo in tre tempi: che formano tre epoche diſtinte, e tre

mali un dall'altro diversi e differenti, quantunque da uno in altro passati.

Il primo tempo comprende il male che manifestavasi con le perpetue ricorrenti molestie catarrali, alle quali stava congiunto uno ora più ora meno difficile, talvolta impedito, transito degli alimenti giù per l'esofago.

Il secondo tempo comprende il breve suo corso di un mese per tutto il Gennajo 1791. quando dopo il senso d'interna crepatura, mancò la voce, e insorse una tosse, minacciante soffocazione pochi istanti dopo il cibo o la bevanda: la qual tosse portava alla bocca materia catarrale pregna delle qualità del cibo poco prima ingollato.

Il terzo tempo comprende il breve corso del male delli tre ultimi dì di vita dell'Inferma; quando insorta una acutissima febbre soffocata morì.

L'affezion catarrale del primo periodo, e l'impedito transito degli alimenti per l'esofago, io li derivo da una morbosa interna cagion sola: cioè da un ingrossamento della maggiore delle ghiandole bronchiali, la quale è situata alla prima divisione della trachea arteria: morbo perciò appartenente alla trachea arteria propriamente e non all'esofago. Il *Verejenio* (fu famoso Anatomico al cominciamento di questo secolo) fu il primo ad accorgersi che ad ogni divisione de' bronchi stanno delle ghiandole, maggiori e minori, secondo dai grandi rami in minori si va dividendo l'aspera arteria dentro il polmone. Egli chiamò queste ghiandole dal sito che occupano ghiandole bronchiali. Ma gli Anatomici a lui posteriori per onor dell'Inventore, vollero chiamarle Verejane. Nel sito appunto dove sta e giace la maggiore e prima di queste ghiandole era l'apertura ed erosione, che trovossi nella nostra Donna dopo morte. E' dunque giusto il conghietturare che questa ghiandola segnatamente fosse la offesa nel primo male. L'ostruzione di essa, il suo ingrossamento, la sua scirrosità producevano dapprincipio, e per lungo corso di tempo dappoi, e le molestie catarrali, chiamato ivi maggior corso di umori dal maggior peso, dalla pressione, o dallo stillare da essa di sottile umore icoroso stimolante qualche volta marcioso per la imperfetta suppurazione di qualche parte di essa; e producevano

altresì un'anguſtia all'eſofago in tal ſito, che facea nel tempo ſteſſo il difficile tranſito degli alimenti, che provava l'inferma unitamente alle moleſtie catarrali. Perciocchè non è biſogno di credere ſempre le ghiandole dell'eſofago inzeppate ed oſtrutte quando appare il difficile tranſito degli alimenti giù per l'eſofago al ventricolo. *Ippocrate* nominò queſto morbo come prodotto talvolta da luſſazione di vertebre, che fanno all'eſofago preſſione ſenza ſua leſion propria e particolare.

Or qual fu la cagion prima dell'ingroſſamento morboſo di queſta ghiandola? Non avendoſi ſcorte in queſta Donna ſtrume o altre concrezioni ghiandoloſe in altre parti, non è da derivarlo dalla qualità di umori groſſi ed oſtruttivi, nè da qualche foreſtiera infezione che affetta di figgerſi nelle ghiandole. Laonde io dubito che debba chiamarſene in colpa il di lei meſtiero, che fu di *farinata*: ch'è quanto dire ſempre occupata in menare e pigiare le paſte, in cribrare farine, in premere il torchio. La continua agitazione, preſſione e piegatura del corpo, con la ritenzione aſſidua del fiato, può aver pigiata ad ogni momento la gran ghiandola bronchiale, e fattala ingroſſare ed inſcirrire. Non s'è trovato ancora dagli induſtri Anatomici il condotto eſcretorio di queſta ghiandola: ma ſi può conghietturare che l'umore che ſepara, ſerva più toſto al polmone che all'eſofago: ſtantechè inferiormente ad ogni altra diviſione de' bronchi dentro la ſoſtanza del polmone ſi trovano ſimili ghiandole; le quali è certo che non appartengono e giovano all'eſofago. E ſe appartiene al polmone il condotto ſuo eſcretorio, per un'altra ragione può eſſere oſtrutto, e quindi ingroſſata la ghiandola: cioè per l'aria reſpirata ſempre zeppa ed ingombra di volatile farina. Ma io amo meglio di incolpare la cagion prima, o ſia la pigiatura di eſſa ghiandola, che l'oſtruzione per farina reſpirata, dal non aver veduto io frequente tal morbo in coloro che abitano dentro a' molini da farina dì e notte; e per averlo veduto più volte in altri Farinati: e ſegnatamente nel marito di queſta noſtra infelice Donna; benchè in queſto e negli altri non ſia pervenuto a traforare la trachea arteria e l'eſofago.

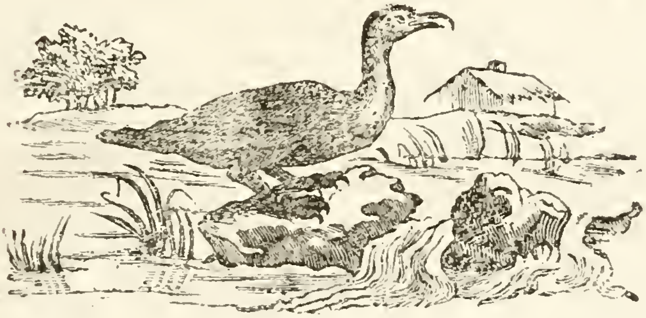
La toſſe ſoffocativa con la perdita di voce, e col ri-

gurgito degli alimenti per la trachea arteria del ſecondo periodo, io la derivo dalla eroſione cancheroſa prodottaſi col tempo nella ghiandola inſcirrita, paſſata a conſumare col corpo della ghiandola il ſito ſteſſo dove era ſituata, ſino a traforare ivi la trachea arteria, ed il ſottopoſto anneſſo eſofago; come trovoſſi nel Cadavero. Di qui l'aria reſpirata, che dovea tornare al capo della trachea arteria nella eſpirazione per formare la voce, uſciva in vece dal gran foro dentro all'eſofago, e di quì al ventricolo, dove rimbombava inutilmente, ed era muta l'inferma. All'incontro gli alimenti che per la ſtrada loro uſata diſcendevano al ventricolo, ſi ſparpigliavano in parte dentro la ſteſſa morboſa apertura dell'eſofago e della trachea arteria; e ſi ſpargevano a riempiere inferiormente il polmone, in parte ſalendo ſuperiormente a dar ſegno della loro qualità con la moleſta toſſe ſoffocativa.

Sinchè nel terzo periodo, pieno zeppo il polmone deſtro, e qua e là irritato e corroſo dalla ſtrania materia, ſi formò la peripneumonia, che coll'apparato funeſto de'ſuoi ſintomi portò all'altra vita l'inferma: veggendoſi nel ſuo cadavero raccolta nel polmone deſtro e fuori di eſſo ſpanta la materia degli alimenti, in tutto ſimile a quella che trovoſſi dentro il ventricolo.

Non è da confonderſi queſto caſo con quello deſcritto dal *Boeravio*, col titolo: *atrocis nec prius deſcripti morbi Hiſtoria*, dove trovoſſi bensì una grande apertura all' imo eſofago, che traſmetteva la materia degli alimenti nel petto. Ma come che era in quello illeſa la trachea arteria, gli alimenti eſcivano al di fuori del polmone, e non dentro di eſſo: e però non era in quello la toſſe degli alimenti. Così fu pure di un Tiſico rammemorato dall'*Eiſtero* negli Atti de' Curioſi della Natura; *maxime mirabamur pulmonem ſiniſtrum inter & pleuram ubi non adhærebat, colluviem quamdam fuſcam, libram ſuperantem, & odoris medicamentoſi non ingrati, repertam fuiſſe. Cujus in originem cum inquirerem, vidimus tandem cum ſtupore in æſophago duos pollices ſupra diaphragma foramen pollicis latitudine, oris nigricantibus undique cinctum: per quod ſine dubio tanta liquoris copia in pectus effluxerat, qui aſſumtas ante obitum aquas cordiales re-*

dolebat. tom. 1. pag. 141. Che però è da dirsi il nostro caso nella Medica storia ancora unico e solo. Intendo di dire non più osservato e descritto: perchè non dubito io punto, che altre volte non sia intravenuto, non conosciuto nè sospettato dai Medici in tempo della malattia degli infermi, e quindi non rintracciato da essi ne' Cadaveri; nei quali non si rileva se non quando sia appostatamente cercato ed indagato. E' nuovo questo morbo, direbbe il *Tissotti*, non per mancanza di osservazioni, ma per difetto di Osservatori.



LETTERA

Del Sig. Leopoldo Marc-Antonio Caldani

AL CHIARISSIMO

Sig. Dott. Verardo Zeviani.

SOno scorsi omai ventisei anni da che venne a questa Città il famoso *Ermafrodito Michele Anna Drouart* Parigino, (com' egli protestava di essere) di cui ce ne trasmise prima d'ogni altro la descrizione coll' aggiunta di opportune tavole il celebre Sig. *Morand*, Segretario perpetuo della reale Accademia di Chirurgia di Parigi. L'osservai io pure qui in Padova, in compagnia di dotti ed eruditi amici, fra li quali debbo nominare a cagion d'onore l'illustre Naturalista Sig. Ab. *Fortis*. E siccome, oltre alcune delle particolarità indicate dal Sig. *Morand* medesimo, ve ne trovai dell'altre, non solo a lui sfuggite, ma sì bene ad altri Signori ugualmente celebri e sperimentati, i quali esaminarono lo stesso *Michele*; così ho creduto che queste mie osservazioni, e quelle che feci non molto tempo fu di un altro preteso *Emafrodito*, potessero servire di argomento alla lunga lettera che a V. S. Illustrifs. invio, nella quale, in mezzo al paragone fra le Osservazioni del Sig. *Morand* e le mie, avessero qualche luogo alcune riflessioni intorno a quanto sopra lo stesso soggetto da chiarissimi Scrittori fu pubblicato.

Osservò dunque il Sig. *Morand* una verga al luogo suo naturale (fig. 1.) guernita di comuni integumenti, fatta di due corpi cavernosi, con ghianda non bucata e scoperta, avvegnachè non mancante di prepuzio, e di grossezza usuale sì alla base come alla punta. Una fossetta (lett. *a*) ei scoperse su questa ghianda laddove esser suole l'apertura dell' uretra, che poteva nascondere un grano di lenticchia: e a questa fossetta era quasi continuo un solco, (lett. *b*) che stendendosi dalla ghianda inferiormente fino alla radice della

verga, che avrebbe potuto ricevere la parte superiore dell' uretra, se questo canale non fosse assolutamente mancato.

Ai lati di questo solco sorgevano due tenui porzioni di pelle raddoppiata, (lett. *cc*), che servendo di doppio freno alla stessa verga, ed essendo di questa più corti, la tenevano rivolta al basso. Nello stato di libidine distinguevasi alcun poco il suo legamento sospensivo, e mostravasi allora tutto quel corpo lungo tre pollici e mezzo, ma due pollici soltanto quand'era vizzo.

Sbucciava quella simulata verga dall'angolo superiore di una fessura, compresa da due grosse labbra ornate di peli, più fitti a quella regione che dicesi *Monte di Venere*; onde queste labbra, e la fessura che le superava, rappresentavano esattamente il sesso femminile. Esplorando col tatto le dette labbra distinse manifestamente in ciascuno tre canali o cordoni, che parea si perdessero nella cute, e quindi una spezie di funicolo spermatico; ma non distinse già i testicoli: aggiugnendo, esser assai difficile, posta una tale struttura, che questi fossero rinchiusi ancora nella cavità dell'addome.

Disgiunte le suddette labbra l'una dall'altra, al disotto del membro, com'ei lo chiamò, e alla distanza di due pollici, trovò un'apertura ch'ei dice bislunga (lett. *d*) la quale somigliava all'orifizio di una vagina, priva però delle ninfe, e dell'imene. Era oltre a ciò l'apertura cotanto angusta, che poteva paragonarsi all'orifizio della vagina di un feto femminino, venuto allora allora alla luce; e vi sorgeva internamente e inferiormente un corpicciuolo (lett. *e*) carnoso, molto rosso della grandezza di un pisello.

Introdusse il Chirurgo francese il dito mignolo nella detta apertura, e si avvide che il suo fondo superiore era fatto a volta; ma non s'incontrò in alcun foro o prominenza, che potesse prendersi per la bocca dell'utero. Nè perciò è da dubitarsi, ei soggiugne, che non vi sia più oltre un canale, più lungo della vagina; poichè vi cacciai per entro una candeletta, all'altezza di quattro pollici.

E nemmeno può mettersi in dubbio che l'uretra non istocchi dentro di questo canale, avvegnachè il luogo dello stocco non possa con sicurezza indicarsi. Congetturò non pertanto il Sig. *Morand*, che questo luogo fosse al fondo

della vagina; perchè avendovi introdotto una tenta pel tratto di quasi tre pollici, si vide allora uscirne l'orina, e con tal grossezza di filo, che quasi uguagliava l'apertura della vagina medesima. Quindi egli conchiuse che l'uretra, incominciando subito al di là dell'apertura vaginale, avesse il naturale suo diametro fino a tanto che alla vescica perviene.

Finalmente notò il Sig. *Morand*, che quella regione, che dicesi *perinèo*, era estesa per lo spazio di un pollice e mezzo; la qual misura, com'egli pensa, eccede la comune estensione del perinèo femminino.

Qui l'autor francese termina la descrizione de' genitali di *Michele Drouart*. Indi dopo la sposizione di alcune baje, che costui raccontava a tutti, soggiugne che se si considera in *Michele* un camminare da uomo, una simmetria di corpo ed una voce maschile, una decisa inclinazione per le donne, una specie di barba al mento e al labbro superiore: se si riflette che non ha traccia di mammelle femminine; che gode di una robusta sanità, scevera specialmente da que' morbosi fenomeni che precedono i sangui, o seguono il rattenimento di questi; se tutto ciò, ei dice, si considera attentamente, io sono portato a credere che in esso manchi l'utero, e che il sesso virile sia quello che predomini.

In mezzo però a tutto questo, osservando, scrive egli, in ogni parte una bizzarra mescolanza di ambedue i sessi; dacchè la pelvi è un poco più ampia di quanto convenga ad un giovinotto d'anni sedici; ed una delle coscie sembra di maschio, l'altra di femmina, ho creduto di dover contenermi dentro i limiti di un semplice osservatore: e ciò tanto più, che molti ragionamenti fatti su questo proposito non hanno sparso alcun raggio di luce su di una materia cotanto oscura.

Sino a qui ho epilogata la memoria del Sig. *Morand*, la quale si legge negli atti dell'Accademia reale delle Scienze per l'anno 1750. Ora aggiugnerò le osservazioni mie sullo stesso soggetto; le quali mi obbligarono ad essere di opinione contraria a quella del dottissimo autor francese, dell'immortale amico Sig. *di Haller* (a) e forse del celebre Sig.

(a) El. Phys. Tom. VII. Lib. XXVIII. §. XX. not. 5.

Arnaud (a); conciossiachè paja che anche questi sottoscrivasi in appresso, ma tacitamente, all'opinione o congettura del Sig. *Morand*. Queste osservazioni mi costrinsero non già a congetturare, ma a stabilire senza esitanza, che *Michele Anna Drouart* è una femmina; la quale (per tutto quello almeno che esteriormente compariva) non era differente dalle altre, che per una piuttosto insigne lunghezza e grossezza della clitoride, come anche per qualche viziosa conformazione all'orifizio della vagina.

Ed in primo luogo asserisco per esami replicati, che in quell'età di anni 35 in 36 ne'quali io osservai la *Drouart*, la ghianda era più larga alla base (lett. *f* fig. I.) che alla punta (lett. *g*); che la corona di essa era assai più ampia di quello che, generalmente parlando, conveniva all'angustia del suo collo; e finalmente che nessuna irritazione era capace di far sì, che la simulata verga si tendesse.

Se avessi prestato fede a costei, avrei dovuto ripetere questa impotenza, ch'essa diceva di soli quattro anni addietro, dall'abuso venereo, specialmente con giovinette cui si compiaceva di togliere il fiore della verginità. Bugía impertinente e palese, della quale io rimproverandola, fu costretta a disdirsi; non essendo possibile un siffatto abuso col mezzo di una parte, che da un doppio freno come da una briglia (Fig. II. lett. *i*) era obbligata, massime in caso d'intuonescenza, a piegarsi in arco, coll'estremità rivolta inferiormente.

Era questa clitoride lunga tre pollici di piede parigino, e grossa un pollice un po crescente. Non mi fu possibile il vedere, o il distinguere colle dita il legamento sospensivo, asserito dal Sig. *Morand*; naturalmente perchè quella non più si facea rigida; ed anche perchè la *Drouart* fattasi adulta, e più pingue, il grasso che attorniava quel legamento non permetteva che questo si distinguesse.

Del resto quel solco (Fig. I. lett. *b*) limitato dalla cute un po risaltante e raddoppiata, che dal Sig. *Morand* fu creduto capace di nascondere porzione dell'uretra, se in ef-

(a) Mem. de Chir. Prem. Part. London. 1768.

fetto queſto canale non foſſe mancato; quel ſolco, io diſſi, parevami una doccia ſcavata, per così dire, nel frenello, che quindi più manifeſtamente compariva doppio; ed i cui lembi non ſi univano già poco ſotto alla clitoride per ſepararſi poi di nuovo, come dimoſtrano alcune tavole (a) del lodato Sig. *Morand*; ma proſeguivano il loro cammino dall'alto al baſſo, ciaſcuno dal ſuo lato (Fig. I. lett. *cc*) ſino all'ingreſſo dall'antro virginale, ove andavano a perderſi. Si accoſtavano que' lembi fra di loro un poco oltre la propria origine, indi ſi allontanavano l'un dall'altro; aveano un colore roſſ-oſcuro, e compreſi fra le dita mi parve che foſſero di una ſoſtanza quaſi ſpugnoſa. Quindi è, ch'io ſoſpettai eſſere coſiffatti lembi (che ſpiegati inferiormente la già indicata briglia coſtituivano) ninfe informi, delle quali altrove non eſiſteva alcuna traccia. Un tal ſoſpetto parvemi anche confermato dalla figura della briglia ſteſſa, che a guiſa di falce, come rilevaſi dalla figura ſeconda, ſottoſtava alla clitoride, che tenea rivolta inferiormente. Producendoſi le ninfe non da un luogo ſolo del prepuzio di eſſa clitoride, come viene ſcritto comunemente, ma da due, ſiccome dirò più oltre, io penſo che ſtirate e ſpinte in fuori dal ſoverchio aumento della clitoride medeſima ſianſi trasformate in quella briglia; reſtando appena qualche traccia di eſſe in que' due lembi di cute riſaltante, che tante volte ho indicati.

Non mancai di eſplorare ancora le groſſe labbra, ma non potei diſtinguere li tre vaſi o canali componenti, ſecondo l'oſſervator franceſe, una ſpezie di funicello ſpermatico. Sentii veramente alcune inuguaglianze, quaſi tutte diſpoſte per lo lungo, e diſcendenti dalla ſciſſura addominale ſino alla piega o ſolco, che è fra la parte interna della coſcia, e i gran labbri: ma ſoſpettai che tali diſuguaglianze o foſſero globetti di pinguedine, o piuttoſto li vaſi del legamento rotondo dell'utero, forſe alquanto più ampj del ſolito. Aggiunſe peſo a queſto ſoſpetto l'indolenza della *Drouart*, malgrado un replicato eſame di quelle parti, neceſ-

(a) Fig. 2.

ſario ad una minuta e diſtinta eſplorazione. Avrebbe potuto colei non ſentirſi molto addolorata, quando que' vaſi foſſero appartenuti ad un cordone ſpermatico?

E poi, come poteva eſſervi coteſto funicello, e mancare il teſticolo che da lui pende? E' troppo manifeſto, che al teſticolo è attaccata una briglia, oſſia un governale, che ſi crede atto ad ajutare la diſceſa di quello dalla cavità dell'addome, dov'era prima rinchiuſo ed attorniato ſtrettamente dal peritonèo, ſiccome lo ſono molti altri viſceri, in un canaletto (fatto dallo ſteſſo peritonèo) che ſi ſpiega in una borſa, la quale diceſi *vaginale comune* (*a*). Ora in queſta diſceſa il teſticolo precede mai ſempre il ſunicolo ſpermatico propriamente detto. E diffatti veſtigio alcuno di vaſi ſpermatici nello ſcroto di coloro non ſi ritrova, ai quali non ſono per anche uſciti i teſticoli dall'addome. Per la qual coſa ſi ha ragione di maravigliarſi del fu Sig. le *Cat*, il quale (*b*) per opporſi all'Autore della memoria che qui ſi eſamina ſcriſſe (e lo ſteſſo fece il Sig. *Arnaud*) che la *Drouart* poteva avere li teſtimonj nel baſſo ventre. Diſſe quindi ſu queſto propoſito, ma con modi alquanto inurbani, proprj il più delle volte di perſone o nate dal fango, o mal educate, il Sig. *Ferrein* (*c*) che nemmeno li più ignoranti poſſono immaginarſi, che le diſuguaglianze, le quali s'incontrano nelle gran labbra della *Drouart*, ſiano il cordone ſpermatico.

Ma cos'era quel corpicciuolo rotondo e carnoſo in apparenza, ſegnato colla lettera *e* della figura prima? Non

---

(*a*) Quì cadrebbe in acconcio di confermare con nuovi fatti cio che ſcriſſi nelle *Inſtitutiones Phyſiologicæ*, e ripetei ancora nelle *Anatomicæ Inſtitutiones*. Così è. La tonaca *vaginale comune* prodotta dal peritonico non ſi può aſſolutamente mettere in dubbio. Oltre quello che intorno ad eſſa ha ſcritto ultimamente anche il chiariſs. Sig. *Tumiati* P. P. di Anatomia in Ferrara nelle ſue *Ricerche anatomiche intorno alle vaginali dal teſticolo*, dove ſeppe ribattere modeſtamente alcuni attacchi ingiuſti ed incivili, che ſi leggono nel IV Volume di queſti atti accademici; l'anno ſcorſo 1792 fra li cadaveri che qui ſervirono alle anatomiche lezioni, uno ſe ne trovò che aveva una grand'ernia congenita di omintro. Fu veduto da tutti li giovani ſtudenti l'enorme ſacco evidentemente continuo al paritonio, dal cui fondo ſorgeva il teſticolo (ch'era a contatto dell'omento ſteatomatoſo) con il ſuo governale, e con porzione del funicolo ſpermatico. Conſervo queſto *pezzo patologico*, come ora ſi dice da più d'uno; e può vederſi da chiunque. Se avrò tempo che mi avanzi ne darò la deſcrizione e la tavola.

(*b*) *Arnaud* loc. cit.

(*c*) Memoir de l'Acad. des Sciences &c. An. 1767.

era già quello isolato, per così dire, e confinato soltanto al luogo dove appariva. Se a quelli Autori chiarissimi, che hanno esaminato la *Drouart* fosse caduto in pensiero d'introdurre una picciola spatoletta nella vagina, e premere a un lato il detto corpicciuolo, avrebbero veduto ch' esso era continuo a due lembi di cute interna risaltante, e raddoppiata; i quali comprendendo una scanalatura, la cui estremità superiore, o principio non poteva distinguersi, in quel corpicciuolo papillare si terminavano. Sembrami che si potrebbe rassomigliare quel doppio lembo dell'interna pelle a quello strumento chirurgico, che chiamasi *guida*: e, se non vi fosse stata la detta scanalatura, si avrebbe potuto prendere agevolmente per una di quelle colonne della vagina, le quali terminando nell'*imene* (che nella *Drouart* era forse confuso ed innestato cogl' integumenti comuni) costituiscono parte di ciò, che i veri Anatomici chiamano *caruncole mirtiformi*; riconosciute impropriamente da qualcuno, come li soli avanzi dell' imene lacerato.

Ho detto che il principio di questa scanalatura non poteva indicarsi: ma se vi è luogo a conghietture, e se dee prestarsi fede alla stessa *Drouart*, sembra potersi dire che conduceva all' orifizio dell' uretra: e ciò perchè dirigendo una tenta per questo solco, quando quella innoltravasi pel tratto di tre pollici, inchinandola un poco anteriormente, asseriva la Donna di sentire degli stimoli di orinare. Questa asserzione sperar mi fece di penetrare colla tenta dentro della vescica: ma la lusinga fu vana. Distesa in oltre supina la *Drouart*, esposi ad una gran luce l' apertura della vagina, per osservare se qualche cosa avesse internamente protuberato, che assomigliar si potesse all' orifizio dell' uretra: ma per l' angustia del canale, ciò non fu possibile. Se non mi venne però fatto allora di giugnere a tanto, ebbi nondimeno per cotal modo a scoprire cosa, la quale per confessione del supposto *Ermafrodito*, che ne restò molto sorpreso, non era stata scoperta da altri.

Mi parve dunque di vedere dentro della vagina un sottil setto, che nella giacitura supina della *Drouart*, dalla parte superiore stendevasi all' inferiore; che è quanto a dire, in sito eretto, dall' anteriore alla posteriore. Quindi, intro-

dotto

dotto il dito mignolo della man deſtra, trovai una ſottile membranoſa tramezza, che ſteſa dall'alto al baſſo, la vagina divideva in due canali, cioè deſtro e ſiniſtro. Se poteſſi fidarmi intieramente dell'eſame fatto da un dito ſimile, aſſicurerei ſenza eſitanza, che queſti due canali ſono di un egual diametro, e che la tramezza inferiormente è diſpoſta a guiſa d'arco, con la concavità rivolta in baſſo; e dippiù, che queſto ſetto incomincia un pollice all'incirca al di ſopra dell'orifizio comune della vagina, il quale è molto più auguſto, che non è ſeparatamente ciaſcuno dei due indicati canali.

Sembravano anche queſti internamente liſcj, ſe ſi eccettua il deſtro ch'era occupato da quella piega prominente e ſolcata, che ho poc'anzi deſcritta; ſiccome pure da certe altre ineguaglianze, le quali potrebbero paragonarſi per qualche modo alle notiſſime rughe della vagina medeſima. Ma fra queſte inuguaglianze una ve n'era di molto notabile, perchè più rilevata e groſſa dell'altre, e ſituata nel parete anteriore della vagina deſtra in vicinanza del ſetto. Se, come diſſi, l'eſplorazione da me fatta col dito mignolo non poteſſe andar ſoggetta ad errore, francamente pronunzierei, che queſta prominenza è l'orifizio dell'uretra: e ciò con tanto maggior fondamento, quanto che, ſpignendo il dito contro la prominenza ſuddetta, lo ſtimolo di orinare eccitatoſi a quell'urto, obbligò la *Drouart* a prorompere nelle ſeguenti parole: *voila le trou du canal de l'urine*; il quale per conſeguenza era bene una coſa aſſai diverſa dall'orifizio della vagina, che fatto diſegnare dal Sig. *Arnaud (a)* non poco più alto del ſito ſuo naturale, di figura rotonda, e del diametro di una linea appena creſcente, fu da lui preſo pel foro dell'uretra.

Volli dirigere a quella parte una tenta, onde introdurla nella veſcica, ma non mi fu poſſibile. Feci lo ſteſſo tentativo a fine di rilevare la profondità delle due vagine, e non potei aſcendere colla tenta oltre li tre pollici ed altrettante linee. La Donna in un caſo e nell'altro riſpingeva la mia mano, proteſtando che ne provava dolore. Nè vi ſia chi ſi maravigli della difficoltà dell'impreſa, quando conſideri

(a) Inog. cit. Tav. XI. Fig. I. let. *e*.

che queste parti poteano essere soverchiamente irritate dal lungo esame cui erano soggiaciute; e che in oltre trattavasi di organi mal conformati. Conveniva dunque, massime nella ricerca dell'orifizio dell'uretra, andar tentone: e si noti bene che lo stesso Sig. *Morand*, Chirurgo peritissimo quanto altri mai, per mero accidente incontrò colla sonda l'orifizio di cui si parla. E se un uomo di tal perizia vi riuscì a caso, chi non sarà preso da maraviglia, leggendo nelle memorie de' chiarissimi Signori le *Cat* e *Ferrein* (*a*) che ammendue videro l'uretra della *Drouart*? Ciò fece l'uno e l'altro col ritorcere i labbri della vulva all'infuori, e spignere addietro la pelle del perinèo, che limita posteriormente l'orifizio della vagina. E da invidiarsi una tanta felicità: tanto più che il Sig. *Ferrein* aggiugne, che questo orifizio era situato precisamente a suo luogo tra le ninfe, siccome nell'altre donne; e che il diametro n'era naturale, come si riconosceva dal getto dell'orina. E di ninfe parimente, poste ai lati di quest'orifizio medesimo, avvegnachè più piccole, fa menzione il lodato Sig. le *Cat*. Quanto a me, ripeto ciò che dissi poco prima; cioè o che mancavano le ninfe alla *Drouart*, o che piuttosto erano que' lembi estenuati di cute, i quali comprendevano il solco notato colla lettera *b* della figura prima: ed aggiungo ancora, che non avrei potuto ritorcere le labbra già nominate, e meno poi a segno di rovesciare alcun poco all'infuori li grossi e duri lembi dell'apertura vaginale senza addolorare moltissimo la paziente: e ciò tanto più, che trattavasi di un foro assai angusto.

Può dunque essere che in que' tempi, ne' quali i Signori *Ferrein* e le *Cat* osservarono questo preteso *Ermafrodito*, le gran labbra fossero molto più estenuate e pieghevoli: ma non per questo io avrei conchiuso che l'orifizio dell'uretra aveva il naturale suo diametro; tra perchè io son di parere che di un tal diametro non siavi misura determinata, come anche perchè se la *Drouart* non orinava allora altramente da quello che faceva, quand'io la visitai, il filo dell'orina era tanto grosso quanto l'apertura esterna della

(*a*) Arnaud, e Memoir. de l'Accad. des Sciences luog. cit.

vagina; cioè quanto il dito mignolo di una delle mie mani, che mi sembrano proporzionate alla mia corporatura pressocchè atletica. Per la qual cosa non so comprendere come mai potesse decidersi dal Sig. *Arnaud*, che l'apertura vaginale suddetta apparteneva ad un uretra maschile, aperta nel perinèo fra la borsa divisa in due; dacchè prese per borsa o scroto così diviso le due gran labbra della *Drouart*.

Del resto quella porzione di cute che limita posteriormente l'apertura della vagina, non solo era più grossa del naturale, ma si avanzava anteriormente anche più del solito; d'onde poi mostravasi il perinèo molto esteso. Se si rifletta però che trattavasi di un antro virginale, non si resterà sorpreso di tanta estensione, avvegnachè per introdurvi con più facilità il dito mignolo, che mi veniva stretto fortemente alla base, fosse necessario diriggerlo obliquamente dal d'avanti al di dietro. Il Sig. *Ferrein* al contrario potè introdurvi il dito indice, che in lui non sarà stato più voluminoso del dito mio mignolo; altrimenti la donna che per poco sotto queste esplorazioni mostravasi, non so se da vero o apparentemente, addolorata, non ne avrebbe permessa l'introduzione; non potendo io persuadermi, che nell'intervallo di sette anni, che scorsero tra l'ultima visita del Sig. *Ferrein* e la mia, il detto orifizio siasi ristretto.

In mezzo a tale e sì aspro esame di queste parti si notò qualche tumidezza ed incalescenza nelle gran labbra principalmente, che ben presto svanirono: quindi interrogata la *Drouart* se per avventura provata avesse qualche piacevole sensazione, non seppe negarlo. Per la qual cosa chiedendole io ragione perchè avesse asserito il contrario al Sig. *Morand*, prontamente rispose che ciò fece per sola vergogna, essendo allora creduta un'innocente fanciulla, e tanto più, che oltre l'affettarne la sembianza, ne portava ancora le vesti. Io però non saprei decidere a chi di noi abbia detto il vero. La femmina era assai scaltrita e sagace; e, siccome riseppi da alcuni amici i quali veduta l'avevano in Venezia, a forza di denaro la si faceva dire e disdire a piacimento; così in tutto ciò che ho di lei insino ad ora annunziato, e che dirò in appresso, non ho giammai prestato

cieca fede alle sue parole; ma ho voluto io stesso assicurarmi di alcuni fatti col mezzo dell'osservazione.

Interrogata in appresso, se soggetta fosse a mestruali purgagioni, ed in qual età la prima volta le comparissero, rispose che ciò le avvenne all'età d'anni ventuno; al Sig. le *Cat* a quella di ventisei, ed al Sig. *Ferrein* agli anni diciotto e mezzo in circa. Mi disse che fluivano ogni due mesi, durando per tre giorni, ed alla quantità a un dipresso di once sei; che soffriva anticipatamente peso a' lombi e dolori di testa, i quali svanivano o al comparire de' sangui, o con emorragia dalle narici, o con orine copiose e cariche di pesanti sedimenti. Al contrario, parlando col Sig. *Ferrein*, gli affermò che le duravano abbondanti per lo spazio di sei dì, o in quel torno; e ciò pel corso d'anni quattro: che dopo un tal tempo cominciarono in quella periodica escrezione delle anomalìe, e quindi degl'incomodi di salute, che finalmente cessarono quasi del tutto, facendosi vedere assai di rado ed in pochissima copia. Aggiunse di più essere già scorsi otto mesi, prima dell'ultima visita del Sig. *Ferrein*, che n'era priva, senza però risentirsi di alcun danno nella propria sanità. La qual cosa, s'era pur vera, non d'altronde dovea forse ripetersi che dal genere di vita affaticato che costei conduceva; passando da una Città, e da una Provincia nell'altra, onde procacciarsi il vitto col far mostra di sue vergogne ai curiosi.

E qui se alcuno si facesse ad interrogarmi, se dalla descrizione che ho data fin qui di questo supposto *Ermafrodito*, possa conchiudersi, siccome accennai da prima, ch'esso veramente appartiene al sesso femminino contro l'opinione di un *Morand*, di un *Haller*, di un *Arnaud*, e di altri rispettabili Autori; io lo prego di riflettere che forse tali mutazioni si fecero nella *Drouart* mentre crebbe negli anni, le quali se avessero avuto luogo allor che fu visitata da quelli, non li avrebbero, per quanto io penso, condotti giammai a sospettare ch'ella fosse un maschio mal organizzato.

Quindi è, che qualunque sia il tempo in cui ebbe le sue purghe la prima volta, queste al certo la caratterizzano per una femmina, e mostrano di più, contro l'opinione del Sig. *Morand*, che la *Drouart* non era mancante di utero.

E chi ſa, che la tramezza, o il ſetto della vagina ch' io vi ſcoperſi, non divida eſattamente queſto canale in due (ſiccome in fatti era diviſo ſino a dove col dito ſi potea giugnere) e che due non ſiano gli uteri, fors' anco uniti fra di loro, ciaſcuno de' quali corriſponda all' intiera vagina dalla ſua parte. La qual coſa, ſe foſſe, preſenterebbe una ſingolarità, che forſe dal ſolo Sig. *Littre* (*a*) fu oſſervata. Comunque ſia, vede ognuno, che queſto ſoſpetto mio non può convincerſi di falſo, nè confermarſi ſenza l' apertura del cadavere della *Drouart*, della quale per quanto ne abbia fatto cercare in molte Città dell' Italia, e di Oltramonti non ho potuto ſapere coſa ſia accaduto.

Ma ſe la comparſa de' ſuoi ſangui, dimoſtrando per una parte la preſenza dell' utero, ci aſſicurano ch' eſſa era una femmina, non mancavano dall' altra de' ſegni non equivoci che ciò confermavano. Oltre che aveva, quand' io la viſitai, le mammelle più tumide di quello che generalmente conveniſſe ad un uomo di quell' età e corporatura, erano poi anche queſte e morbide e coperte di pelle aſſai liſcia, con roſa grande e capezzolo corriſpondente. Il collo era rotondo, ſenza che nella parte anteriore ſporgeſſe ſuperiormente in fuori quella prominenza, che diceſi *pomo di Adamo*. L' addome era piuttoſto largo, maſſimamente alla regione degl' Ilj. Non ſi diſtinguevano prominenze di muſcoli, anche allora che queſti agivano, moſtrandoſi tutto il corpo quaſi per ogni dove rotondeggiato. Le coſcie erano l' una all' altra uguali in groſſezza ed in forma, ſiccome me ne aſſicurai con replicate miſure; e la pelle che le ricopriva era in ammendue, per quanto può giudicarſi coll' eſplorazione, di ugual teſſitura. Avevano le coſcie iſteſſe maggior groſſezza che non conviene, ſpecialmente in proporzione alle gambe, ch' erano anzi ſmunte, con pochiſſima ſura, e quaſi del pari groſſe ai malleoli che alle ginocchia, le quali erano rotonde, e inchinate l' una all' altra reciprocamente, come ſpeſſo nelle donne ſi oſſervano.

Quanto alla barba, la quale, ſecondo che n' è ſtato

(*a*) Memoir. de l' Acad. des Sciences 1705.

ſcritto da qualcuno, ornava la faccia della *Drouart*, io poſſo aſſicurare che le guancie erano guernite di pochiſſimi e tenuiſſimi peli: de' rariſſimi e parimente ſottili ve n'erano ſotto il mento, luogo che negli uomini ſuole per lo più abbondarne: la maggior copia rendevaſi al labbro ſuperiore, il quale nondimeno non ne era fornito per guiſa che giudicar ſi poteſſe eſſer quella barba maſchile. Tre ſoli peli ſpuntavano dalla cute che cuopre lo ſterno: ma ſe anche queſta ſuppoſta barba, e queſti peli foſſero ſtati più copioſi ed aſpri, doveva perciò dirſi che la *Drouart* era un maſchio? Quante non ſono le donne, che hanno una vera ed iſpida barba, e un irto pelo e copioſo fra l'una e l'altra mammella, e propagato ſino al pube? Non è la barba femminile, più o meno paleſe, coſa cotanto rara, quanto ſembrava di eſſerlo, almeno ſotto altri climi, ne' tempi più a noi rimoti; ſendo che il ſapiente vecchio di *Coo*, quaſi maravigliando, fece menzione di due donne, alle quali la barba era impenſatamente ſpuntata (*a*). Deduſſe egli queſto fenomeno, a lui ſtrano, dalla ſoppreſſione de' fiori; cagione che non aveva tutto il ſuo luogo nella *Drouart*. E parmi che ſenza fondamento veruno quel fortunatiſſimo Padre della Medicina tal cagione aſſegnaſſe: imperocchè, ſe ai ſangui trattenuti la barba donneſca aſcriver ſi doveſſe, ſarebbe queſta molto più frequente che realmente è.

Egli è dunque baſtantemente chiaro, s'io non mi ſono groſſolanamente ingannato, che il preteſo *Ermafrodito*, di cui ſi tratta, era una vera femmina: ed è parimenti chiaro, che affine di conchiudere, che quel ſimulato inſtromento maſchile altro non era, che la clitoride prodotta e groſſa molto più del naturale, non dovea dirſi, ſiccome fece in caſo ſimile il Sig. *Ferrein*, (*b*) che mancava il frenello alla ghianda.

Queſta parte femminile ha pur eſſa il ſuo frenello: anzi lo ha doppio, perchè coſtituiſce una delle due origini che ha ciaſcuna delle due ninfe dalla ſua parte: coſa che, forſe non baſtevolmente oſſervata, ha introdotto ſu queſto

(*a*) De morb. popul. Lib. VI. Sect. VIII.
(*b*) Luog. cit.

propofito degli errori nell'anotomia; avendo fcritto alcuni che la clitoride ha il fuo frenello come la ghianda virile; altri che ne è priva; ed altri recentemente, che non mi piace di nominare, non avendone nemmeno fatta menzione. Niuno di quefti infegnamenti deve addottarfi; e ciò perchè le ninfe non folo fi producono dai lati del prepuzio della clitoride (fig. III. let. *bb*); ma sì bene ancora dalla parte inferiore (lett. *l*) di effo prepuzio: d'onde poi ne nafce, che fra l'una e l'altra origine da ciafcun lato fi formi una fpezie di picciola finuofità bislunga (lett. *kk*) poco profonda, e più o meno occupata da una materia untuofa dalle aggiacenti febacee glandule feparata. Ora le ninfe, colà dove fi producono dalla parte inferiore del prepuzio fervono evidentemente di freno alla clitoride fteffa, che per confeguenza è fornita, ficcome diffi, di un doppio frenello; il quale nella *Drouart*, effendo affai groffo, comprendeva la fcanalatura tante volte indicata (*a*).

Ma fe per quefta ragione non potea dirfi che *Michele Anna Drouart* foffe un mafchio, nemmeno dovea afferirfi ch' eravi in lui quella bizzarra mefcolanza di ammendue li feffi, accennata dal Sig. *Morand*, ed in qualche modo ancora dal Sig. le *Cat*; il quale, onde forfe foftenere quefta fua congettura, dopo aver detto egli pure con gli altri, che poteva avere li tefticoli dentro l'addome, conchiufe che la *Drouart* non era per verità un perfetto *Ermafrodito*; ma tale però, onde più degli altri tutti, che aveva veduti fino allora, meritaffe un cotal nome. Al contrario il *Bartolini* (*b*) defcrive un *Ermafrodito*, che mi pare affai fomigliante a quello di cui qui fi parla; anzi con barba affai folta, e con orifizio di vagina più angufto che nel noftro non era; ma non pertanto lo giudicò faggiamente una femmina, che paffata dalla Danimarca nella Pomerania, e datafi in preda a' foldati, avvezzi a fuperare molti oftacoli, ne partì poi carica delle fpoglie e de' doni, che difpenfa comunemente una Venere impura.

Ora fe la *Drouart* altro non era che una femmina non

(*a*) Vedi B. S. Albini Acad. Annot. Lib. IV. Tab. IV. Fig. I.
(*b*) Epift. Med. Centur. 3. epift. 94.

bene organizzata nelle parti della generazione, ſembrar potrebbe a qualcuno che foſſe coſtei, quale veramente fu deſcritta dal Sig. le *Cat*; cioè incapace di godere pienamente de' privilegi di alcuno delli due ſeſſi. Ma è ben altra coſa l'eſſer tale aſſolutamente, o l'eſſerlo (mi ſia permeſſa queſta eſpreſſione) *interinamente*. Se rieſcono atte agli uffizj del ſeſſo molte *imperforate*, ſiccome diceſi, togliendoſi in queſte coll'operazione l'oſtacolo, che impediva del pari l'unione col maſchio che l'uſcita de' ſangùi, molto più a ragione, e con diſagio molto minore poteva la *Drouart*, divenir atta ai ſuddetti uffizj; dilatando cioè per poco l'orifizio della vagina verſo il podice, laſciando anche intatta la clitoride, la quale pure, ove rieſca incomoda agli eſercizj di Venere, da più antichi Maeſtri, non che da moderni, fu intieramente reciſa.

Queſta mia opinione ſi accorda con quella del Sig. *Hoin* (*a*); uno cioè di que' Chirurghi, che eſaminarono il medeſimo *Ermafrodito*. E credo bene, che niuno vorrà oppormi, che in coſtei ſarebbe ſtata inutile l'operazione, per ciò che aveva due vagine: imperocchè, chi ha conſultato gli Autori avrà letto, che la doppia vagina per niente ſi oppone alla poſſibile fecondità: ed anzi ſappiamo eſſerſi da taluno affermato e ſoſtenuto, avvegnachè ſenza fondamento, ſiccome dimoſtrano non pochi eſempi, che in queſta ſola circoſtanza può aver luogo la ſuperfetazione.

Io ſarei ſoverchiamente proliſſo, onde non vi ſarebbe luogo alla deſcrizione dell'altro preteſo *Ermafrodito*, ſe voleſſi qui apportar de' fatti, che le mie aſſerzioni confermano. Sono queſti baſtevolmente noti, ſiccome appunto (mi ſia permeſſa queſta picciola digreſſione) era notiſſimo ciò, che il lodato Sig. *Ferrein* poſe alla fine della ſua memoria ſu gli Ermafroditi; e ch'ei dice poter eſſer creduto un paradoſſo, avvegnachè non lo ſia: cioè, che ſe dalla maggior lunghezza della clitoride ſi doveſſe giudicare dello ſtato ermafroditico, ciaſcuna donna ſarebbe ſtata un tempo *Ermafrodito*: e ciò

(*a*) *Arnaud* luog. cit.

ciò perchè ne' primi mesi dello sviluppo i feti umani femminini, tutti e poi tutti, hanno questa parte cotanto prominente (egli attribuisce poi questa prominenza, e credo con qualche ragione, alle sole ninfe) che gli aborti di questi mesi tengonsi, e diconsi tutti promiscuamente maschj. Dissi che tal cosa era già notissima; e quindi non doveva egli spacciare come cosa singolare e strana, che niuno avesse mai fatto simile osservazione; perchè, parlando della clitoride, il *Ruischio* ce ne aveva avvertiti in più d'un luogo, come ognuno può assicurarsene consultando il suo *Thesaurus* VI. n. 51. 54. ed anche il X. n. 82. Che se si tratti delle ninfe, non v'ha forse persona, che avendo osservato, anche di volo, i feti femminini maturi appena nati, non abbia veduto che in questi ultimi tempi ancora, e non solamente ne' primi mesi dello sviluppo, siccome pretende il Sig. *Ferrein*, le ninfe sporgono molto in fuori dalle gran labbra, che le circondano.

Una sol cosa aggiungo su questo preteso *Ermafrodito*, e poi fo tostamente passaggio alla descrizione dell'altro. Si è veduto fino a qui che la *Drouart* è stata visitata, ed esaminata da più celebri Osservatori; e che la maggior parte di questi sono di sentimento diverso. Cotal diversità non dee recar maraviglia, spesso accadendo quasi in tutte le cose, che tante siano le opinioni quanti sono gli Autori. E' da maravigliarsi piuttosto che non si convenga ne' fatti: vogliomo dire in quelle cose, che cadono sotto l'esame de' sensi. Imperocchè, a proposito del soggetto in quistione, egli è manifesto per le cose dette, che non tutti hanno veduto allo stesso modo. Ma d'onde tale e tanta diversità? Forse che le prime impressioni che si ricevono, spezialmente se siano strane, ci conducono sovente all'errore.

Quella clitoride, avvegnachè *imperforata*, attesa la mole e la forma sua, eccitò a prima vista in alcuni l'idea maschile; ed ecco che tutto allora sembrò tagliato sullo stesso conio. Quindi si presero da qualcuno le grandi labbra per uno scroto diviso in due; l'orifizio di una palese vagina per quello di un uretra aperta viziosamente nel perinèo: si trovarono da altri nella sostanza delle dette labbra li cordoni spermatici: altri finalmente congetturarono che i testicoli

potessero essere ancora rinchiusi nell'addome ; e si dubitò grandemente della presenza dell'utero . In altri rappresentarono l'idea di femmina quelle grosse labbra, simili esattamente ad una natura di donna ; e tosto fu veduta l'uretra aperta al suo luogo naturale , avvegnachè ciò non fosse ; si trovarono le ninfe ; non si dubitò dell'esistenza della matrice ; ma si conchiuse essere la *Drouart* inetta agli uffizj di Venere , così di un sesso , come dell'altro. Quindi è avvenuto che le tavole pubblicate de' genitali di costei, siano diverse secondo il diverso giudizio, che di lei formarono gli Osservatori.

Ora se in cose sensibili non sono d'accordo gli Autori (ciò sia detto di passaggio) perchè si dee , o piuttosto si vuole da molti , che le sole osservazioni si debbano valutare , e stimarsi sopra ogni altra cosa ? Pochi son quelli a dì nostri che non inculchino, essere necessario al progresso di alcune scienze accumulate de' fatti. Ma questi fatti sono poi essi tali , da non potersi richiamare in dubbio? Furono essi raccolti da persone imparziali? e ciò , ch'è più , atte a veder le cose nel vero e naturale loro aspetto ? Io non mi fermo qui a decidere queste quistioni , le quali finalmente ad altro non tendono che a dimostrare , non doversi il Filosofo ciecamente fidare delle osservazioni . Quante di queste se fossero ben ponderate, e sindacate a dovere , dalla classe che occupano sarebbero meritamente sbandite, come di moltissime si è veduto accadere? Io non so bene, se uscisse dalla propria sfera quell'Accademico , che si accingesse a questa impresa ; e se fra le utilità , che il Pubblico ha diritto di attendere da una Società letteraria, annoverar debbasi ancora la scoperta degli errori in genere di fatti ; de' quali errori ogni arte , ogni scienza , più o meno ne abbonda. Quanto men vasta sarebbe l'estensione dello scibile , e quanto minore il numero delle visioni! Ho veduto, non sono molt'anni, un viaggiatore di una nazione illuminata far disegnare alcuni sassi de' Colli Padovani e Vicentini senza l'archetipo. Suggeriva egli al disegnatore cosa dovesse esprimere in una parte o nell'altra del sasso , al cui disegno presiedeva ; e mi pare di potere asserire, per l'esame fatto di molte simili produzioni degl'indicati Colli , delle quali qui si

trovano copiose raccolte, che forse que' sassi non esistono fuorchè nell'immaginazione di quel Viaggiatore.

E, per ritornare colà d'onde mi allontanai, se coloro che ne' tempi più rimoti, e ne' secoli ancora non molto da noi lontani, vedendo degl'infelici mal conformati negli organi genitali, gli avessero osservati a dovere, o fossero stati capaci di fare un'esatta osservazione; sarebbero mai state promulgate su gli Ermafroditi leggi cotanto contradditorie? Imperocchè non v'ha forse chi non sappia, che se gli Ateniesi li gettavano nel Mare, e li Romani nel Tevere; al contrario per un decreto di antico Sovrano (se non mente un istorico) furono abilitati al matrimonio, o con persone di sesso diverso da quello che in essi predominava; o col previo giuramento di far uso di uno solo dei due, ove l'uno non fosse più caratterizzato dall'altro. Moltissimi altri esempli potrei addurre, onde rilevare le triste conseguenze di alcune osservazioni mal fatte: ma basterà quello dell'altro preteso *Ermafrodito*, di cui ho promesso la descrizione.

Certa *Domenica Scappato*, d'anni 40. nata ne' sobborghi di questa Città, alta di statura, di corpo adusto, di color pallido, priva mai sempre de' suoi tributi mensuali, si maritò, sono ventitre anni, con giovine sano e robusto; ma scorsi diciotto mesi dalla celebrazione delle nozze, fu dal marito suo denunziata a questo Foro Ecclesiastico, come inetta al matrimonio. Si comandò l'esame della donna a due principali Chirurghi, li quali in appresso deposero, che *la Scappato era un Ermafrodito di quella spezie, in cui predominava la parte virile; e che non potendosi togliere la mostruosità co' presidj dell'arte, era stata dal marito giustamente denunziata*.

In forza di questa attestazione fu intanto comandata la sola separazione del letto, come qui si dice. Sdegnatasi la donna di questo improvviso ricorso del marito, chiese la restituzione della dote; ch'egli promise di rendere allora che fosse deciso nelle forme dell'invalidità del contratto matrimoniale. Quindi perchè questa decisione avesse finalmente luogo, fu commessa dal suddetto Foro una seconda visita della *Scappato* non a me solamente, ma si bene ancora a due de' miei amici, passati poi fatalmente al numero de'

più; Professore l'uno di arte ostetricia, e l'altro di chirurgia in questa celebre Università. Ecco pertanto ciò che unitamente osservammo.

L'aspetto, e la voce, parevano di donna: non si osservò vestigio alcuno di barba: le mammelle erano quasi piane con picciola rosa, e con tenue capezzolo. Non si videro peli sul petto, alle ascelle, al podice, e pochissimi ne sorgevano al pube; le cui ossa, essendo molto prominenti, lo sembravano anche più per ciò, che sporgeva molto all'infuori il monte di Venere. Le ossa degl'Ilj superiormente e ai lati erano rivolte un poco più esteriormente, siccome nelle donne spesso si osserva; e tanto più, che inferiormente, alla sede della cavità ischiadica erano cacciate all'indentro più del dovere. Per la qual cosa le natiche, sembrando piuttosto estenuate, alcuno avrebbe forse potuto prenderle per virili, se nella mole, ed estensione di questa regione del corpo umano, vi fosse qualche determinata misura. Le coscie erano piuttosto di poco volume, ma l'estremità inferiore di esse unitamente alla superiore della gamba, formavano colla rotella un ginocchio grande e rotondo, come nelle donne d'ordinario si osserva.

Quando, giacendo supina, teneva le coscie piuttosto unite si vedevano le due gran labbra (Fig. IV. lett. *oo*) non molto tumide; ma però tali che rappresentavano evidentemente una natura femminina, dal cui angolo superiore pendeva una clitoride (lett. *p*) di naturale grossezza, ma lunga due dita per traverso. La ghianda n'era scoperta, fuori che alla corona, la quale ascondevasi sotto di un prepuzio rugoso (lett. *q*) con lembo un po risaltante, e prolungato alla parte inferiore di questa ghianda, dove compariva un doppio frenello di quà e di là: uno più interno, i cui lati (lett. *rr*) lunghi mezzo pollice, poco meno, univansi tosto in un angolo (lett. *s*); l'altro frenello esterno (lett. *tt*) e più grande, somigliava, tranne la picciolezza, alcun poco alle ninfe; ed estenuandosi nel discendere, andava a perdersi nella parte interna del gran labbro corrispondente.

Sopra l'angolo (lett. *s*) vedevasi un solco di figura conica colla base in alto, compreso dal frenello interno:

e ſotto il detto angolo una feſſura (lett. *u*) la quale era inferiormente occupata da una papilla roſſiccia (lett. *x*) come ſe foſſe carnoſa. A queſta feſſura, che ammetteva con iſtento l'apice del dito mignolo, riſpondevano due canali: l'uno al di ſopra della papilla che conduceva alla veſcica orinaria, ſiccome dimoſtrò l'orina che ne uſcì per una ſiringa introdottavi; l'altro ſotto di queſta ſteſſa papilla, che ricevette una groſſa tenta all'altezza di tre pollici, e non più; urtando quindi oltre in un corpo reſiſtente, che non permetteva una più alta eſplorazione. Del reſto queſto ſecondo orifizio era più ampio internamente che eſternamente: e ciò ſpezialmente perchè in queſto luogo veniva coperto in parte dalla cute, che uniſce inferiormente (in giacitura ſupina) le grandi labbra: cute che ſi avanzava molto all'innanzi, ed era apparentemente sì groſſa che rappreſentava nella ſuddetta giacitura una intumeſcenza ovale, ſiccome ſi è procurato d'indicare colla lettera *y*. Diſſi *apparentemente* groſſa queſta cute, perchè l'intumeſcenza ſvaniva quando la donna ſcoſtava una coſcia dall'altra: d'onde ſi rende manifeſto, che non era veramente groſſezza vizioſa, ma piuttoſto un rilaſſo naturale di quella porzione di cute, che all'unirſi delle coſcie pendeva, per così dire, alcun poco dal perinèo.

Queſta ſincera deſcrizione conferma quanto diſſi poc'anzi: cioè, che anche gli uomini più ſperimentati non giudicano qualche volta rettamente delle coſe, che cadono ſotto de' ſenſi: e ciò perchè le vedono, ma non le oſſervano. Imperocchè qual parte virile predominava in queſto ſuppoſto *Ermafrodito*? Certamente che la clitoride di naturale groſſezza, e pendente ſoltanto due dita traſverſe dall'angolo ſuperiore delle gran labbra, non doveva prenderſi per una parte maſchile: e ciò ch'è peggio, per una moſtruoſità da non vincerſi dall'arte. Le ſole mammelle, atteſa maſſimamente la tenuità del capezzolo, ſembravano virili: ma come queſte furono neglette da quelli che fecero la prima viſita, giacchè nella depoſizione non ſe ne fa parola, quindi è, che la depoſizione medeſima rieſce tanto più ſtrana; e pare che ſolamente ſia ſtata ſuggerita dall'idea di maſchio,

che ſi formarono alla prima viſta di una parte, che ha qualche ſomiglianza con una maſchile.

Noi al contrario, proteſtaſſimo di aver veduta, ed eſaminata colla maggior diligenza una donna mal conformata nelle parti della generazione, e quindi *inetta ad unirſi con uomo nell' attuale coſtituzione de' ſuoi organi genitali*: condizione che da noi ſi aggiunſe, perchè forſe poteva aver luogo un taglio, prodotto da quella feſſura verſo il perinèo; fatto il quale avremmo potuto aſſicurarci dello ſtato della vagina, e dell' orifizio dell' utero, ſe pure non mancava la *Scappato* di queſto recipiente: dubbio che da qualcuno potrebbe crederſi non affatto privo di fondamento, atteſo che la donna non fu mai ſoggetta a meſtruali ſeparazioni; nè ha patito alcuni di quegl' incomodi, che ſi ſoffrono comunemente da quelle, le quali ſono, e ſi dicono propriamente oppilate.

E qui non poſſo a meno di confeſſare, come mi ſembraſſe difficile il combinare inſieme la robuſta ſanità della *Scappato*, di cui ne gode anche attualmente, coll' oppilazione. Quindi mi feci a chiederle, qual foſſe la copia e la qualità dell' altre naturali ſeparazioni; o ſe ad altre non comuni foſſe qualche volta ſoggetta; onde intendere ſe mai, per qualche provedimento della natura, quella ridondanza d' umori che coſtituiſce li ſangui uſciſſe per altra ſtrada. Nulla però potei ricavare che mi appagaſſe. Per altro, s' eſſa foſſe fornita veramente di utero, e quindi alcuno ſi faceſſe a chiedermi, per qual cagione non ſia ſoggetta alle ſue purgazioni, nè alle cattive conſeguenze di sì coſtante oppilazione, ſi potrebbe riſpondere: che probabilmente tale è la fabbrica e la coſtituzione de' vaſi di queſto viſcere nella perſona di cui ſi tratta, che o non può accumularſi in eſſi quella pienezza particolare, che dà origine ai fiori delle donne; o che tale e tanto denſa e robuſta ſi è la teſſitura dell' utero medeſimo, che non è capace di alcuna diſtenſione per un ruto tanto lieve, quanto ſarebbe quello di un ſangue ſcorrente per li canali uterini; o che finalmente, atteſa la pallida tinta della *Scappato*, queſta è dotata di ſolidi, incapaci di muovere il ſan-

gue con quel momento d'impeto e di agitazione, che si ricerca a dilatare li canali arteriosi dell'utero. In ciascuno di questi tre casi mi pare che s'intenda, come conservandosi equilibrio fra la resistenza de' solidi ed il moto del fluido portato dalle arterie nell'utero, e ricevuto dalle vene compagne, non possano aver luogo que' morbosi fenomeni, che d'ordinario accompagnano l'oppilazione.

Si potrebbe ancor sospettare, che la mancanza dell'evacuazione periodica, sia forse compensata da una copiosa perspirazione. Ma un simile sospetto, facile a destarsi nella mente di qualcuno, non è poi ugualmente facile a comprovarsi con ragioni plausibili; trattandosi spezialmente di una donna, che in mezzo alla sua robustezza, e ad una vita affaticata, poco o nulla ha la pelle, per quanto essa protesta, disposta alla traspirazione. Tuttavia non mi sento tanto inclinato alle prime congetture proposte, ch'io voglia escludere la maggior copia della perspirazione insensibile dalle cagioni della robustezza e sanità permanente in una femmina, che fu mai sempre priva de' mestruali suoi corsi.

Ed eccovi, ornatissimo Signore le osservazioni e riflessioni mie intorno a due pretesi Ermafroditi: il primo de' quali è assai celebre per la fama degli Autori che l'hanno osservato; pel merito dell'opere che di lui pubblicate furono; per la celebrità degli atti accademici, che ne fecero replicatamente menzione. Sembra chiaro, per le cose esposte, ch'essi appartengano evidentemente al sesso femminino; e che altro non siano, siccome dissi fin da principio, che mere e prette donne, con accrescimento maggiore o minore di clitoride, ed angustia soverchia dell'orifizio della vagina, congiunto a qualche variazione di rito e di forma di alcune parti. Tale è, a mio credere, la maggior parte de' così detti Ermafroditi; e la loro classe sarebbe forse assai più copiosa se fossero stati osservati senza prevenzione alcuna, e senza la strana e storta idea, o speranza di abbattersi qualche volta in un ente animato della nostra spezie, cui convenga un nome composto di quello di due Deità favolose. Quest' idea, o speranza non è per anche estinta presso Autori di molta fama. Io però la ho perduta del tutto cosiffatta speranza; anzi, dirò meglio, dicendo il vero, non ne fui allettato

giammai: ma se volessi recarne in mezzo le ragioni mi abuserei della sofferenza vostra cortese, ch' io già temo di avere protratta oltre que' confini, che non dovevano superarsi da chi sa quanto grandi siano le dotte ed utili occupazioni vostre, e sa nel tempo stesso di essere con perfetta stima e rispetto

Padova 20 Dicembre 1793.

Fig. II

Fig. IV.

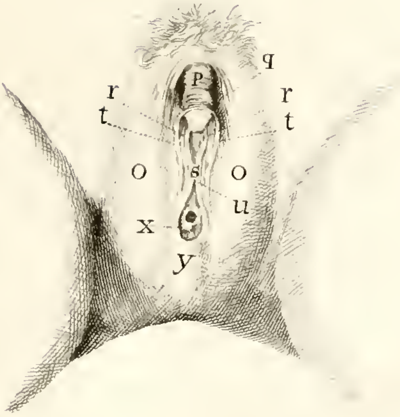


Fig I

Fig. II

Fig. III

Fig IV.

Ant Buttafogo inc.

RELAZIONE

DI UN ARCO LUMINOSO OSSERVATO ADDI' 5 SETTEMBRE 1788

Dal Sig. Ab. Chiminello

PRESENTATA

Dal Sig. Ab. Giuseppe Toaldo.

NEl Volume LXXX delle Transazioni Filosofiche di Londra per il 1790. P. I. sono date cinque relazioni da varj luoghi dell'Inghilterra d'un Arco luminoso vedutosi la notte dei 23-24 Febbrajo 1784, nelle quali relazioni vengono citati altri simili fenomeni osservati in altri anni e luoghi, nè si dubita punto di collocarli nella classe delle Aurore Boreali. Meritano perciò tali fenomeni di venire osservati, e registrati nei monumenti delle Accademie, mentre i confronti, e le discussioni possono poi dare fondamento, come le altre osservazioni, a stabilirne la Teoria, e la vera spiegazione. Sicchè presento con maggior coraggio la piccola osservazione di simil Arco fatta dal mio Socio Dotr. *Chiminello*.

„ Nella sera dei 5 di Settembre, dice, dell'anno 1788 „ trovandomi in Campagna presso Marostica, io vidi in „ Cielo un vaghissimo Arco luminoso. Partiva questo Arco „ secondo il mio aspetto dall'Orizzonte di Greco-Levante; „ passava per la Costellazione di Cassiopea, vicino alla lucidissima della Lira, e terminava all'Orizzonte in Ponente. „ Questo Fenomeno fu osservato da molti altri; da Bassano „ fino a Sacile in Friuli per Levante, e nel Territorio pedemontano Vicentino per Ponente fino a Valdagno, per „ la longitudine almeno di sessanta miglia, a Tramontana „ poi da Marostica fino ad Asiago ne' sette Comuni per lo „ spazio di dieci miglia.

E' prima da notarsi, che nelle due sere precedenti si vide Aurora Boreale simile alle comuni, tranquilla, non figurata, come fu l'Arco; ed è pur da notarsi, che quella giornata, come le due precedenti, fu caldissima, e che dopo il mezzo giorno dell'ultima parea disponersi un Temporale, la qual apparenza durò sino al tramontare del Sole, e poi si dissipò in un momento. Simile circostanza precedette quell'Aurora Boreale dei 13 Ottobre 1786, la quale diede quel globo di bianca luce bellissimo da me descritto negli Opuscoli di Milano P. IV. 1792.

Ora dopo la dispersione delle nubi temporalesche erano le ore 7, e minuti 20 della sera (il crepuscolo sussistendo ancora molto chiaro perchè rinforzato dal lume della Luna, che era vicina al Primo Quarto) cominciò in Levante a dispiegarsi una fiamma trasparente in forma di colonna di una luce rubiconda e tremula, come quella delle Aurore Boreali; avea piede in Greco, e in pochi minuti si elevò sino quasi alla Lira; era questa colonna larga all'incirca quanto la via Lattea. Come poi crebbero le tenebre, crebbe anche il lume della colonna, ed io guardava in Tramontana e Maestro, se vi fosse Aurora Boreale, ma in quella parte non vedeasi altro chiarore, che quello del Crepuscolo, e nel frammezzo niente di simile a quella colonna luminosa si discerneva.

All'ore 7 minuti 50 tornando ad osservare, vidi che la colonna da Greco avea declinato sino a Greco-Levante senza punto essersi estesa in larghezza. In Settentrione già niente di rosso; più tosto parea vedersi una tinta a Ponente in continuazione della colonna, la quale appunto pareva verso colà prolungarsi, ed in fatti il suo gran chiarore distinto già oltrepassava il Meridiano.

Alle ore 8 il piede della colonna era quasi in Levante, cioè Levante quarta Greco.

Alle ore 9, tramontata la Luna, scoprissi in Ponente un rosso molto più carico di quello che s'era veduto prima, e poco dopo videsi finalmente una compita fascia, cioè un arco perfetto da Levante a Ponente, che terminava nell'Orizzonte d'ambe le parti. Passava, come dissi, per Cassiopea vicino alla Lira declinando un poco dal Zenit verso il Polo.

La variazione della colonna a principio, e dell'arco in seguito, consiste solamente in un rosso più e meno carico, che s'illanguidiva sino a somigliare quello della via Lattea. Non vi furono altri colori, nè altre figure. La parte di Cielo verso Tramontana-Maestro conservò sempre il solito suo colore quasi naturale; e dico quasi naturale, perchè il bianco che susseguita al Crepuscolo, in quella parte veramente pareva più lucido del solito, non sò poi, se per prevenzione, o perchè realmente così fosse. In qualunque modo non pare che vi avesse centro un' Aurora di quelle solite. L'arco luminoso durò poi molte ore della notte: io stanco non potei vederne il fine, ma fummi detto, che sparì senza aver cambiato sito, e conservando la stessa figura sino alla sua totale estinzione.

Della forma di questo fenomeno io non poteva dubitare, pure per quella curiosità solita risvegliarsi ad oggetto di riscontro, pochi giorni dopo in Bassano ricercai, se mai in quella sera stessa fosse stata veduta una specie di Aurora Boreale spiegata in arco senza piede a Tramontana, e fui assicurato dalli S. S. Conti Ruberti, essersi appunto scorto il Fenomeno sotto la stessa forma; se non che il mezzo Arco di Levante pareva più luminoso, e perciò fu giudicato il mezzo Arco di Ponente un riflesso del primo.

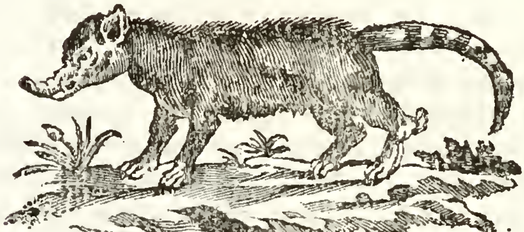
A Sacile fu notato nella stessa sera il Fenomeno sotto altra forma. Là comparve prima una colonna luminosa in Levante, come ho veduto io, la quale parve poi sublimarsi, o prolungarsi sino al Zenit, e finalmente discendere sino in Ponente lasciando Levante, ed in Ponente posarsi quasi ferma e stazionaria, persistendovi sino a che sparì affatto a notte ben avanzata. Si noti che Sacile, Bassano, Marostica, e Valdagno sono d'intorno nello stesso parallelo, il che serve a spiegare, come la Meteora veduta da Sacile in forma di colonna possa essere stato lo stesso Fenomeno, che fu veduto di quà in forma di Arco culminante.

In fatti Sacile vide prima un rosso luminoso in Levante, come noi, lo vide poscia sublimarsi, e discendere in Ponente, ed ivi fermarsi; ciò fa comprendere, che la Meteora realmente ebbe origine a Levante di là da Sacile; che poi sublimata e discesa, rispetto a Sacile restò a Ponente, ed a

noi ſi fece culminante, e compreſe Maroſtica fra' ſuoi eſtremi. Da tutto queſto invero ſembra, che il Fenomeno abbia avuto un moto progreſſivo da Levante a Ponente, e che foſſe limitato ad una certa eſtenſione, benchè non breve.

Perchè poi in queſte relazioni non viene eſpreſſa l'ora preciſa, nè l'elevazione oſſervata del Fenomeno, nulla ſi può dire della ſua grandezza, nè della ſua diſtanza da Terra.

Che poi la Meteora foſſe del genere delle Aurore Boreali, credo che non poſſa dubitarſi; le circoſtanze precedenti, la vivezza, la traſparenza, il tremulo del lume lo comprovano abbaſtanza. Nè par difficile lo ſpiegare, come poteſſe il Fenomeno comparire in forma di Arco; perchè ſupponendo nell'aria a data altezza liſte, o getti di materia elettrica parellele all'Orizzonte, ſi ſa, che alla viſta debbono apparire piegate in Arco, come appariſce il Cielo ſteſſo, e l'Atmosfera. Che poi di tali diffuſioni di materia elettrica ve ne ſia, per una data diſpoſizione, nella Terra, e nell'aria, non è da dubitarſi, mentre ſi danno Aurore tanto Boreali, quanto Auſtrali, ed anche Zenitali, e intermediarie.



SOPRA LA COSTRUZIONE

DELLE CHIUSE PER LA DERIVAZIONE DE' CANALI REGOLATI

Del Sig. Francesco Bernardino Ferrari.

PRESENTATA

Dal Sig. Cavaliere Lorgna.

IL grande uso, che si è sempre fatto già da varj secoli delle acque qui nella nostra Lombardía, e per la navigazione, e per la irrigazione, e il grande vantaggio, che da esso ne proviene, ha anche portato con se una certa necessità di pensare a quelli mezzi, che ce l'ottenessero, e nel medesimo tempo più certo, e più facile lo rendessero. E quindi poi ne è derivato, che la scienza idraulica si è tanto palesata, e propagata praticamente con innumerevoli, e stupende opere, che io non esiterei a dire, che nel solo Milanese ve ne siano tante, e tali, non solo da movere la invidia, e la curiosità agli estranei, ma ancora che possano bastare a darci lume abbondante per la costruzione di ogni sorta di opere idrauliche, senza avere bisogno di andare in lontani paesi a cercarne gli esempj.

La verità di questa mia asserzione credo, che si vedrà in parte dichiarata in questa mia dissertazione, nella quale intendo di discorrere del modo di formare le chiuse, che devono servire per derivare un'acquedotto regolato da un fiume, o da qualsisia altro acquedotto maggiore: della qual cosa questo Stato ce ne dà moltissimi esempj, e luminosi, che mi serviranno di guida, e di fondamento.

Se allorchè si vuole derivare un nuovo canale da un fiume si incontrasse sempre la circostanza, di avere il nuovo acquedotto una pendenza non minore di quella dell'altro, e proporzionata, ossia adattata al loro rispettivo corpo d'ac-

qua dopo la ſeparazione, e il fiume foſſe veramente con fondo e rive ſtabili; ovvero ſe la pendenza del nuovo canale foſſe bensì minore, ma il fiume ſi manteneſſe ſempre fra le ſue ſponde ſtabili con un corpo d'acqua così alto, che coſtantemente vi riuſciſſe ſulla ſoglia del nuovo incile quella altezza d'acqua, che abbiſogna a formarne quella quantità, che ſi vuole derivare; allora con facilità, e con poco ſtudio ſe ne potrebbero fare le diverſioni; nè vi ſarebbe molto biſogno di fare e le chiuſe, e gli ſcaricatori, ed altre fabbriche di ſimil genere per ottenerne una derivazione ſicura. Queſto lo vediamo ſuccedere chiaramente in tante eſtrazioni, che ſi fanno dalli noſtri Naviglj, e dalla Muzza, ed altrove di grandi, e piccoli acquedotti per la irrigazione de' terreni; e più ancora lo poſſiamo vedere nel Naviglio Grande dove ſi dirama a formare l'altro Naviglio, che ſi chiama di Bereguardo, e nella derivazione dall'Adda dell'acquedotto di Vailate di contro a Vaprio, e dell'altro de' Signori Cremaſchi chiamato il Ritorto di contro Caſſano.

Ma ſimili circoſtanze ſi trovano di raro, maſſime per le derivazioni grandi; e perciò d'ordinario biſogna penſare a coſtruire qualche edifizio, che ne aſſicuri la eſtrazione col correggere, e moderare quelle altre circoſtanze, che ſono contrarie alla ſicurezza della ſteſſa derivazione. E ſiccome per avere una ſtabile derivazione è chiaro, che la maſſima principale, ſe pure non è la ſola, è quella di avere ſempre obbligata l'acqua del fiume ad entrare nel nuovo canale in quella altezza, che ſia ſufficiente al biſogno; così ſarà egualmente chiaro, che le opere da farſi dovranno eſſere di quella natura, e che introducano l'acqua nel nuovo canale nella biſognevole quantità, e che levino nel medeſimo tempo al fiume il modo di sfugire, e perdere queſto neceſſario legame. E perchè li principali impedimenti alle derivazioni ſono ordinariamente la maggiore pendenza nel fiume, che nel nuovo canale, e la poca altezza dell'acqua; perciò ſi fa ancora manifeſto, che uno ſcopo principale di quelle fabbriche debba eſſere di moderare la pendenza del fiume, e nello ſteſſo tempo di alzarne il ſuo corpo d'acqua in maniera che colla combinazione delle diverſe circoſtanze de' caſi, e degli effetti delle fabbriche ſi formi come un equilibrio tra il fiu-

me, ed il canale di derivazione, per cui non possa succedere, che sia la derivazione nè in tutto, nè in parte abbandonata.

Tutto questo si vede chiaramente come si ottiene col comune mezzo delle Chiuse, o siano Pescaje, o Stramazzi, come sogliono chiamarsi da diversi, le quali per loro proprio uffizio imbrigliano il fiume, e gli sminuiscono la pendenza, e gli alzano il letto, e l'acqua, e così l'obbligano a divertirsi dal suo corso. Sarà dunque la costruzione di una chiusa il principale scopo per la derivazione di nuovo acquedotto, quando ci manchino quelle circostanze favorevoli sopraccennate, le quali ci permettano di farne senza.

Dall'uffizio, che deve fare una chiusa parmi, che facilmente si deducano le condizioni, che deve avere perchè sia fatta bene: cioè sarà situata, e diretta in maniera, che si introduca facilmente l'acqua del fiume nel nuovo canale, e nel medesimo tempo si lasci sfogo per lo stesso fiume alle acque soprabbondanti, ed avrà quella altezza, che basti a levare al fiume tanta pendenza quanta ne abbisogna, perchè il corso dell'acqua si mantenga e nel nuovo condotto, e nel letto inferiore del fiume stesso, e mantenga l'acqua sulla soglia dell'incile in quella altezza, che si brama. E quindi ne viene, che per la costruzione di una chiusa di questo genere le cose prime, e necessarie da considerarsi saranno la sua altezza, la sua situazione, e la sua direzione.

Per determinare l'altezza di una chiusa bisognerà prima di ogni cosa, che si fissi il livello della soglia dell'incile a quel segno, che le circostanze particolari del canale di derivazione ricercheranno, acciocchè questo abbia la necessaria, ed adattata pendenza; indi si misuri l'altezza, che avrà questa soglia sopra il fondo del fiume; a questa altezza si aggiunga quella, che dovrà avere l'acqua nell'incile, e la somma ne determinerà l'orizzonte, a cui deve giungere l'altezza ricercata della chiusa.

Qui però vi sono varie cose da considerarsi; e prima che alle volte può succedere, che posta quella altezza così calcolata, non possa poi la chiusa sabbricarsi così alta: come sarebbe se il fiume avesse le rive troppo basse, ovvero fosse troppo scarso di pendenza, o per altre cose simili, onde in

questi casi bisognerà pensare se vi fosse qualche mezzo di rimediarvi, o col portare più in su nel fiume la derivazione, oppure coll'arginare il fiume stesso, se conviene alla spesa, ed alla sicurezza, oppure coll'abbassare la soglia dell'incile, anche a costo di diminuire la pendenza del nuovo canale, abbenchè limitata, assoggettandosi piuttosto ad escavarne più di spesso il fondo, ed a levarne le deposizioni, che perciò vi si faranno con più facilità, ovvero con abbassarne l'acqua, e procurare di averne il compenso con una maggiore larghezza dell'incile, o con altri ripieghi, che il caso particolare, e la industria potrebbero suggerire.

In secondo luogo bisogna considerare quale effetto possa produrre nel fiume, e ne' terreni vicini la chiusa fabbricata in quella altezza. Imperciocchè, dovendo essa alzare superiormente e il fondo del fiume, e l'acqua, può alle volte questo alzamento essere altrimenti nocivo, o coll'alzarne di più le escrescenze, e dilatarne gli spandimenti, o col formare delle sorgive, e rendere paludosi li terreni asciutti; ovvero può facilitare al fiume l'aprirsi una nuova strada altrove, e così deviare dal letto vecchio, ed abbandonare e la chiusa, ed il nuovo acquedotto. Per questo caso, cioè del timore di deviazione, si può usare il rimedio di tenere ben muniti, e guardati quelli luoghi, dove può temersi, che il fiume possa aprirsi una nuova strada: e così si fa anche con molto stipendio nel Fiume Tesino per tenerlo legato nel suo letto, ed obbligarlo ad entrare nel nostro Naviglio Grande. Per gli altri casi alcune volte, e in qualche parte possono servire gli sfogatori, e li paraporti costruiti in luoghi opportuni, e massime nella medesima chiusa, e li cavi, che ricevano le sorgenti, e gli spandimenti, e le trasportino nel fiume al dissotto della chiusa, e simili altri provedimenti. Altre volte poi si dovranno adoperare gli stessi altri ripieghi superiormente accennati.

In terzo luogo è da considerarsi ancora, che quando il canale di derivazione non ha mai da assorbire tutta l'acqua del fiume, nè anche in tempo di scarsezza; ma solamente una parte, ed il resto deve scaricarsi dalla sommità della chiusa, allora l'acqua nell'incile resterà sempre più alta non solo dell'orizzonte della cresta della chiusa, ma ancora del

pelo

pelo di quell'acqua, che vi paſſa ſopra la medeſima: e ciò quanto più l'incile ſarà all'in sù della chiuſa; Imperciocchè ognuno ſa come l'acqua s'inclini di ſuperficie, allorchè ſi accoſta ad una precipitoſa caduta. Prima dunque di ſtabilire l'altezza della chiuſa ſi avrà riguardo, e alla altezza dell'acqua che ſi ſcaricherà ſopra di eſſa, e a queſta inclinazione della ſua ſuperficie, nello ſpazio tra l'incile e la chiuſa, mentre ſi potrà queſta tenere di altretanto più baſſa.

Finalmente non ſi laſcerà di conſiderare e la direzione che ſi darà alla chiuſa, e il modo con cui dovrà fabbricarſi: come ſarebbe a dire, ſe deve chiudere affatto tutto il letto del fiume, ovvero ne debba laſciare una parte aperta, ovvero debba avere delle aperture, e de' tagli, per cui biſogni tenerla un po più alta, oppure debba formarſi tutta con porte da chiuderſi, ed aprirſi ſecondo il biſogno, e tante altre circoſtanze particolari, che non ſi poſſono numerare, e per le quali non ſi può regola alcuna dare; ma che però non ſi può ommettere di bene eſaminarle avanti determinare l'altezza della chiuſa.

Segue ora da dirſi della ſituazione della chiuſa, cioè del luogo, dove ſi debba collocarla, perchè meglio ottenga il ſuo effetto. Per lo che fare biſogna oſſervare, e conſiderare attentamente prima di tutto li limiti della diſtanza, fra li quali ſia lecito fare l'incile della nuova derivazione, mentre iñ queſto punto ſpeſſe volte non vi è alcuna libertà. Poi ſi oſſerverà la qualità, e l'andamento del fiume, vale a dire, ſe è ghiajoſo, e ſaſſoſo, oppure di ſemplice terra, ed arena; ſe ſoffre grandi piene, o no; ſe è contenuto da ſponde rette, o tortuoſe, ſode, o facili alla corroſione; ſe il letto ſia largo, o moltiplicato, o vago, ed incoſtante, ovvero riſtretto, e ſtabile, e ſimili coſe. Poi ancora ſi rifletterà ſe il nuovo canale non poſſa aſſolutamente ricevere altra acqua fuorchè la ſola biſognevole, o poco più; oppure ſe ſi poſſa aſſoggettare a ricevere ſenza alcun pericolo anche qualche eſcreſcenza, col darne poi l'opportuno ſcarico con sfogatori, o con altri mezzi. Con queſte oſſervazioni, e conſiderazioni, e ritenendo però ſempre come maſſima generale, che li canali regolati devono ſuggettarſi, meno che ſia poſſibile alle piene ed alle irruzioni, nel mentre che il

corſo dell' acqua vi deve eſſere ſicuro, e coſtante, parmi, che non ſarà difficile il trovare dove ſi abbia a collocare la chiuſa perchè ottenga il migliore effetto.

Quindi dirò come ſi deve sfuggire quanto ſi può di collocare la chiuſa al di ſotto, e vicino ad una caduta precipitoſa del fiume: fuorichè queſta non venga levata dalla chiuſa ſteſſa, perchè eſſa reſterebbe troppo ſoggetta alla violenza dell' acqua; Poi come biſogna ſcegliere un luogo dove il fiume reſta più regolare e coſtante, ed ha le ſponde più alte e ſtabili; e così dove meglio ſi poſſano le piene sfogare o ſopra la chiuſa, o per mezzo di ſcaricatori; e perciò ſarà bene ſtabilirla nella ſezione più larga: avuto però il debito riguardo alle altre condizioni neceſſarie. E queſto ſi procurerà tanto più di fare, quanto maggiore ſarà la derivazione, ed intereſſante, ed il fiume ſarà più ſoggetto alle piene, e queſte più grandi.

Ma con tutto queſto ſi sfuggirà anche al contrario di fabbricare la chiuſa, dove il fiume abbia l' alveo di una larghezza ecceſſiva, o irregolare, o ſia inſtabile e vagante; mentre in queſti caſi o ſi accreſce la ſpeſa, ed il riſchio inutilmente, o non potreſſimo mai eſſere certi di imbrigliare il fiume, ed obbligarlo coſtantemente a diramarſi nel nuovo condotto. Che ſe le circoſtanze non ci permetteſſero di piantare la chiuſa in altro luogo migliore, allora biſognerà, ſenza penſare a riſparmio, prendere un ripiego di ſabbricare la chiuſa molto lunga, e anche di incanalare il fiume ſuperiormente alla medeſima, e formarvi un letto regolare e ſtabile, o colla ſcavazione, o con arginature ſode, o con altre operazioni.

Ancora biſognerà fabbricare la chiuſa dove il fiume non abbia un riſvolto tale, che con troppa violenza non debba poi inclinarſi verſo il nuovo canale, ed inveſtirlo, ovvero al contrario la chiuſa troppo difficilmente ve lo poſſa avviare. Imperciocchè nel primo caſo, oltre il continuo urto, e troppo grande ſi introdurrebbero anche nel nuovo canale le piene ſenza ritegno, e ne ſeguirebbero neceſſariamente ſconcerti, e ruvine; e nel ſecondo caſo il nuovo canale con grande facilità mancherebbe della ſua neceſſaria acqua, e il corſo del fiume dovrebbe in altro luogo irregolare rivolger-

ſi con danno e della chiuſa, e delli terreni adjacenti, e del canale ſteſſo.

Si procurerà ancora di ſituarla dove le rive ſono più ſtabili, e regolari, e meno ſoggette alla corroſione; acciocchè il fiume abbia minore facilità di abbandonarla. E ſe non ſi ritrovaſſero di tal ſorta, biſognerà munirle con qualche fabbrica, che le renda tali per tutto quello ſpazio, dove il fiume può corroderle, e deviarſi.

Così pure non ſi fabbricherà la chiuſa, dove il fiume è diviſo in più rami; ma bensì o ſuperiormente alla diviſione, o dopo la riunione di tutti li rami; Perocchè ſarebbe inevitabile, che rialzandoſi per opera della chiuſa, anche di pochiſſimo il letto del fiume, e raffrenandoſi il corſo, e rialzandoſi l'acqua in un ramo, tutto il fiume ſi inſtradaſſe per un'altra parte, ed abbandonaſſe e la nuova chiuſa, ed il nuovo acquedotto. E quì nel caſo di neceſſità di fare diverſamente io non vi vedo altro conſiglio, che quello di chiudere li rami, ed obbligare tutto il fiume a ſcorrere in quel ſolo, che ci conviene.

Rimane ora da dirſi della direzione, che deve avere la chiuſa; dove prima biſogna fare le ſteſſe oſſervazioni, e le ſteſſe rifleſſioni, che abbiamo detto doverſi fare e per l'altezza, e per il luogo; perchè ſecondo la diverſità delle circoſtanze deve anche la direzione della chiuſa eſſere diverſa. E' vero che ſembra, che comunemente ſi vogliano le chiuſe dirette obbliquamente contro la corrente con poca diſtinzione de' caſi; e queſto, ſe non m'inganno, è perchè ſolo ſi conſidera, che ſempre lo ſcopo della chiuſa è di introdurre l'acqua nel canale di erogazione, ſenza poi riflettere, che con quanta maggiore facilità vi ſi introduce l'acqua, con eguale ancora vi ſi introducono poi le piene, che lo ſconcertano, ed arrecano grandiſſime difficoltà; onde ſiamo coſtretti a fabbricare tante ſorti di diverſivi e in qualità, e in numero ſempre maggiori, quanto più ſono grandi e il fiume emittente, ed il canale derivato. Ma ſiccome io ſono d'avviſo, che la maſſima principale da averſi di mira non ſia quella di ſemplicemente ottenere la maggiore, e più facile introduzione; bensì quella di avere aſſieme e la maggiore, e la più facile introduzione, e la più ſicura colla

maggiore privazione possibile delle acque superflue: mi sembra bastevolmente chiaro, che la direzione della chiusa dovrà variarsi secondo le diverse circostanze delli luoghi, e delli fiumi, e degli acquedotti che si vogliono fare.

Se il fiume corre in una pianura estesa con sponde basse, o incostanti, e corrodibili; vale a dire, se il fiume non può avere un letto stabile, ed inalterabile, non vi è dubbio, che allora per farvi una diversione stabile converrà formare la chiusa, che vada dolcemente a prendere la corrente con angolo obbliquo, acciò l'acqua si introduca con certezza nel nuovo condotto. Imperciocchè la maggiore pendenza del fiume, e la sua facilità allo sviamento fanno, che sempre il corso delle sue acque inclini più ad aprirsi la strada verso il letto vecchio, che verso la nuova forzata estrazione; Onde se questo suo corso non viene preso colla maggiore dolcezza, ed instradato colla maggiore facilità possibile nel nuovo canale, facilmente si devierà da questo, e lo lascerà privo d'acqua.

Quindi ne viene, che quanto più si osserverà avere il fiume e mezzi, e strade, ed inclinazione per allontanarsi dal nuovo incile, tanto più obbliqua bisognerà tenere la chiusa, ed allungarla all'insù a prendere, e rinchiudere più dolcemente il corso dell'acqua. Che anzi alle volte, e massimamente per li canali grandiosi ciò non basterà, e vi abbisogneranno altre opere, ed altri ripari distaccati nel fiume, per tenere sempre obbligate le sue acque ad entrare nel nuovo canale. E così succede nell'Adda per obbligarla ad entrare nel canale della Muzza, e molto più estesamente si vede nel Tesino per obbligarlo ad entrare nel Naviglio Grande, dove oltre una lunghissima chiusa, che con grande obbliquità chiude tutto il letto del fiume, risabbricata di nuovo verso l'anno 1585 col parere de' due celebri nostri Architetti *Meda*, e *Bassi*, sempre si sono mantenute, e costruite nuove fabbriche, e se ne fanno ancora superiormente alla chiusa necessarie per conservare l'acqua nel Naviglio.

Il medesimo si dirà quando il fiume sarà scarso d'acqua, e non ne avrà che il bisognevole per la nuova derivazione; mentre allora conviene colla chiusa l'andamento del fiume talmente assecondare, che piuttosto sembri una nuova spon-

da, ossia un argine, che una chiusa, e il nuovo condotto sembri la continuazione del fiume stesso, come vediamo essere tante chiuse ne' nostri fiumi Lambro, ed Olona, ed altri di simile natura.

Al contrario dove saranno minori li pericoli, che il fiume possa allontanarsi dal nuovo incile, e quanto sarà maggiore il corpo d'acqua di esso sopra il bisogno della derivazione, minore a proporzione potrà essere l'obbliquità della chiusa, fino anche ad essere messa in angolo retto. Imperciocchè in questo modo si assicura l'acqua nel nuovo canale col alzarla nel fiume emittente, ed estraendola quasi come da un lago, o vaso, e nel medesimo tempo si dà un maggiore adito, e più facile alle piene di sfogare per il letto del fiume sopra la chiusa, e meno di entrare nel canale di derivazione. Così la chiusa nel fiume Adda a Trezzo, che serve per l'altro nostro Naviglio, chiamato della Martesana, è meno obbliqua, che quella per la Muzza, e ancora molto meno obbliqua di quella nel Tesino per il Naviglio grande; nè ivi vi è alcun bisogno di altre fabbriche, essendo il fiume contenuto da sponde alte, e sode. Similmente tante chiuse nella Muzza, ed in altri nostri canali, le quali servono per la derivazione di grandi acquedotti, sono tutte fabbricate ad angolo retto. E normale pure costrusse il nostro *Meda* verso la fine del secolo decimosesto la grandiosa chiusa, per formare il celebre canale navigabile di Paderno, che abbenchè architettato con stupenda invenzione, incontrò tante disgrazie, e disavventure, e che finalmente questi scorsi anni con nuovo disegno fu ripigliato da capo, e ridotto alla sua perfezione.

Ma diversamente si dovrà dire della chiusa di Casalecchio, la quale serve per cavare dal Reno il Naviglio di Bologna, la quale anch'essa fu fabbricata si può dire normale alla corrente del fiume; ma non essendo ivi il Reno tanto profondamente incassato, che non abbia a spandersi; ed ancora correndo in ghiaja, e perciò incostante, e moltissime volte scarso d'acqua; ne avviene, che ora dirige il suo corso da una parte, ed ora da un'altra, ed ora unito in un sol ramo, ed ora diviso in più, e così investe la chiusa sotto angoli diversi; onde per inviare l'acqua nell'incile del

Naviglio vi si devono di spesso costruire superiormente altre opere, le quali si risparmierebbero se la chiusa fosse più inclinata.

Spiegati così questi tre punti principali, ed universali da esaminarsi per la costruzione delle chiuse, passeremo ad alcuni altri punti particolari, che vengono da considerarsi dopo, che si sia stabilito ciò che risguarda gli stessi punti principali. E prima rifletterò, che tanti di quelli, li quali hanno parlato intorno le chiuse per la derivazione de' canali regolati pare, che vogliano il piano superiore della chiusa non orizzontale, ma oltre il dover pendere verso la caduta, debba anco abbassarsi verso la parte della derivazione, perchè così dovrà la corrente del fiume più da questa parte, che dall' altra tenersi, e perciò essere più sicuro l' ingresso dell' acqua nel nuovo canale.

Io però, quantunque non voglia asserire per falsa quequesta regola, o sempre inutile, dirò solo, che non mi pare da riguardarsi come essenziale, ed inalterabile. Imperciocchè osservo primieramente, che la inclinazione del ciglio della chiusa verso un lato fa, che cada dalla medesima una maggior copia d' acqua, e più unita, e più di spesso in una sol parte, e così questa soffra poi più sensibilmente il danno non solo quel piccolo dello sfregamento, e della corrosione; ma anche il riguardevole della percossa, e dello scavamento al piede della caduta, e sempre maggiore quando la chiusa è più alta; e quindi poi anche una maggiore corrosione della sponda inferiore del fiume, e del suo fondo: la qual cosa vuole essere diligentemente avvertita. Laddove se il ciglio della chiusa è tutto orizzontale, l' acqua si scarica egualmente per tutta la lunghezza della chiusa, e su di tutta egualmente ne viene ripartito quel poco danno, o quel molto, che ne deve soffrire; e perciò meno sensibile ne deve riuscire.

In secondo luogo rifletto, che la chiusa deve avere essenzialmente quella altezza in ogni sua parte, che basti a sostenere in tutti li tempi l' acqua a quel segno, che abbisogna alla derivazione, e deve essere in quella situazione, e con quella direzione, che costantemente invii, e mantenga l' acqua nel nuovo canale; onde non vi vedo, come sia di profitto quel corso superficiale dell' acqua prodotto dalla in-

clinazione del piano ſuperiore della chiuſa, il quale poi non può in alcun modo operare ſul fondo, eſſendo impedito dall' oſtacolo della chiuſa ſteſſa, come dovrebbe eſſere, perchè poteſſe maggiormente tenerſi il corſo del fiume vicino all' incile; e ſe di già vi ſi deve eſſere proviſto abbaſtanza.

Oſſervo finalmente, che ſe queſta depreſſione della chiuſa verſo la derivazione, apportaſſe anche veramente il beneſizio di una più facile, e certa introduzione dell' acqua nel canale di derivazione, porta anche ſempre con ſe il diſetto di tenere più vicino all' incile il maggior corſo, e la maggiore altezza delle piene; e per conſeguenza di rendere maggiore, e più facile l' ingreſſo delle ſteſſe nel canale di derivazione: coſa, che ſempre deveſi al contrario più che ſia poſſibile diminuire, ſe non poſſiamo del tutto ſchivarla.

Per la qual coſa io non eſiterei punto a operare tutto al roveſcio, cioè a tenere la chiuſa più baſſa alla parte oppoſta, e queſto lo farei con maggiore ſiducia, ſe il fiume foſſe ſoggetto a piene grandi, e quando la chiuſa foſſe molto obbliqua, e per conſeguenza di molta lunghezza, e maſſimamente poi ſe foſſe anche non tanto alta; mentre così ſenza pericolo ſi ſcaricherebbero le piene più preſto, e più lontano dalla derivazione, e meno ſe ne introdurrebbero in queſta. E così è fabbricata la grande chiuſa nel Teſino per la derivazione del noſtro Naviglio Grande con quel buoniſſimo effetto, che a tutti è noto.

Anzi per ottenere via più l' intento di ſcaricare le eſcreſcenze, e le acque ſovrabbondanti, lontano dall' incile alla eſtremità oppoſta della chiuſa, vi ſi è formata una grande apertura capace per fino di dare il paſſo alle barche più grandi, che navigano ſul Teſino, dalla quale ſi ſcarica una grandiſſima parte delle eſcreſcenze con chiariſſimo ſollievo del canale di erogazione, e la quale poi in tempo di ſcarſezza d' acque con facilità ſi ſuole chiudere con legni, e faſcine: coſa però che avviene di raro, conducendo d' ordinario il fiume una quantità d' acqua maggiore di quella, che abbiſogni al Naviglio. Lo ſteſſo sfogatore alla parte oppoſta ſi è fatto pure nelle chiuſe ſull' Adda, per la derivazione degli altri due Navigli della Marteſana, e di Paderno, e del canale della Muzza.

Ma qui bisogna però riflettere, che se è un bene lo scaricare le piene più discosto dall' incile, non può negarsi ancora, che il descritto mezzo produca un nuovo incomodo, il quale è quello, che dovendo così il fiume avere il corso maggiore alla parte opposta, ivi pure dovrà tenere più scavato il fondo, e in vece tenerlo più alto alla parte dell' incile: la qual cosa è molto nociva. Ma a questo con facilità, e con altro mezzo eguale si può rimediare, come si è fatto per li nostri Navigli, cioè col fare nella chiusa medesima vicino alla imboccatura della derivazione un' altra apertura, per la quale continuamente si scarichi l' acqua come da uno scaricatore, che ugualmente si chiude in tempo di scarsezza, e si tiene aperta negli altri tempi.

Anzi questa apertura si può usare per un' altro particolare profitto, come si usano quelle fatte per li Navigli di Paderno, e della Martesana, cioè per mulini, che lavorano continuamente, e con grande facilità; mentre essendovi nell' Adda una copia d' acque maggiore di quanto ne abbisogna alli Navigli, di continuo vi si scarica l' acqua con molta caduta, per cui si rende molto veloce il suo corso anche superiormente, e si tiene il fondo scavato vicino all' incile, e si smaltiscono in abbondanza la ghiaja, e quelle altre materie, che diversamente s' introdurrebbero nell' alveo di derivazione.

Al Naviglio grande però, non si è potuto trarne questo profitto di usare questa apertura per mulini; imperciocchè e la sua situazione la rendeva troppo incomoda per un tale uso, e la sua necessaria estensione, ossia larghezza non permetteva di farlo; e il dovere mantenere la navigazione per l' altra apertura alla parte opposta, per cui vi abbisogna sempre un sufficiente corpo d' acqua, obbligò a tenere la soglia di questo sfogatore più alta del fondo del fiume, e dell' imboccatura del Naviglio; onde in tempo di acqua ordinaria, poca acqua vi si scarica, anzi di spesso bisogna chiuderla.

Al contrario nella chiusa della Muzza non vi è alcuna apertura verso l' incile, ma solo quella, come abbiamo detto, alla parte opposta; onde per questo canale si è dovuto procurare di rimediarvi con molti, e grandiosi scaricatori, e sfogatori nel medesimo canale, come si è anche procurato

nel

nel Navigio Grande, dove l'accennata apertura non può bastare a tutto il bisogno, li quali quando sono aperti, scaricano di nuovo le acque nel fiume al di sotto della chiusa, e rendono veloce l'acqua nel canale, che così tiene scavato il suo fondo, e trasporta le materie nel fiume. Ma con tanta copia di scaricatori succedono ancora deposizioni alla imboccatura de' canali di derivazione, e nel loro letto, che poi bisogna levarle coll'opera degli uomini, e in maggiore copia nella Muzza, ove qualche volta è per fino avvenuto di esserne impedito l'ingresso in tempo di scarsezza al necessario corpo d'acqua.

Una opposizione in questo luogo mi si potrebbe fare, ed è, che se questa apertura nella chiusa vicino all'incile produce quelli buoni effetti, che ho accennato, deve anco produrre immensamente più quest'altro cattivo, che abbiamo detto, che fa l'abbassamento del ciglio della chiusa verso l'incile, cioè di tenere il corso delle piene più vicino al medesimo incile, e per conseguenza anche una maggiore facilità d'introdursi nel canale di derivazione: il che è una cosa, che tanto raccomandiamo di sfugire più che si può. A questa obbjezione due cose si possono rispondere; una si è, che quando si tratta di fare una operazione, che porti seco delle difficoltà, e degli incomodi, prima bisogna pensare a schivarli; e poi, se ciò non si può ottenere del tutto, si pensa a diminuirli, e fra le conseguenze cattive, che non si sanno togliere, si scelgono sempre quelle, che sono le meno cattive, e que' mezzi, che tali rendano. Così nel caso nostro, io credo, che non vi possa essere alcuno, il quale non veda chiaramente, che se il taglio nella chiusa vicino all'incile ha il difetto d'invitare, e ritenere ivi il corso delle piene, ha anche tante altre buone qualità, che superano il suo difetto, e lo fanno dimenticare, e che non ha l'inclinazione della chiusa; e perciò non si debba il suo uso in circostanze adattate rigettare: come ce lo insegna l'esperienza de' casi riferiti.

La seconda cosa si è, che questa apertura vicino all'incile non l'abbiamo mai proposta sola, nè io la proporrei; ma bensì accompagnata dall'altra alla parte opposta; anzi cogli esempj indicati abbiamo fatto vedere, che la seconda

apertura riuſciva più libera della prima. Per lo che chiunque può conoſcere chiaramente, che il fondo del fiume ſi deve tenere ſcavato da ambedue le parti, e da ambedue le parti ſi poſſono egualmente le piene ſcaricare. Anzi di più, con queſti due tagli abbiamo il vantaggio evidente di fare ſcorrere le acque a noſtro arbitrio ora vicino alla derivazione, ed ora alla parte oppoſta, ſecondochè ci ſembra più profittevole ne' diverſi biſogni: baſtando ſolo per ciò ottenere, l'otturare ora un taglio, ed ora un'altro.

Ora paſſeremo a diſcorrere qualche coſa intorno la groſſezza, che ſi richiede nelle chiuſe, dove, ſe io non m'inganno, tutti li calcoli ci abbandonano quando ſiamo a farne l'applicazione al caſo pratico. Imperciocchè per poterla dedurre col calcolo, anche per approſſimazione, biſognerebbe ſupporre, che tutta la chiuſa foſſe di un ſol corpo regolare, o almeno almeno di pochi, e grandiſſimi corpi regolari; biſognerebbe anco ſapere quale foſſe quella parte, che ſoſterrà ſolamente l'alzamento del fondo, e la ſua ſpinta, e quale foſſe quell'altra parte, che riceverà l'urto della corrente; biſognerebbe pure ſapere la conſiſtenza, e la ſodezza, che le ne verrebbe dal fondamento, e dalla unione alle ſponde, e tante altre ſimili coſe, che non ſi poſſono ſapere, nè ſupporre ſenza ottenere de' riſultati di niun proffitto. Quindi è che per ſtabilire la deſiderata groſſezza a me pare, che il ſolo mezzo ſia quello, di avere attentamente oſſervato molte altre e chiuſe, e fabbriche d'ogni ſorta ne' fiumi, e li loro effetti o di reſiſtenza, o di cedimento, e da quelle con buona rifleſſione prenderne eſempio.

Egli è bensì vero, che generalmente ſi deve avvertire, che la chiuſa ſarà più groſſa, allor quando ſarà più alta, e quando più s'accoſterà ad opporſi perpendicolarmente alla corrente, e quando il fiume ſarà più grande, e più veloce, e più violento, ed improviſo nelle ſue eſcreſcenze; e ſarà ancora più groſſa dove ſarà compoſta di parti piccole, e slegate, o di poco peſo, e dove non ſarà internata nel fondo, e nelle ſponde, ovvero non vi ſarà unità colla paliſicazione, e con travature, o con altro mezzo; e perciò ſarà anche più groſſa ſe ſarà compoſta di ſoli legnami.

Oltre di tutto ciò conviene anche avvertire, che la

maggiore altezza richiede una groſſezza ancora di più di quella, che baſterebbe all' urto, ed agli altri motivi ſuccennati; e queſto è perchè, quando un corpo d'acqua cade da una maggiore altezza, generalmente parlando, ſcava di più il terreno ſottopoſto, ſu di cui batte, e ne corrode le ſponde laterali; per lo che ſi ſcopre il fondamento, ſi diminuiſce l'unione colle ſponde, e s'indeboliſce tutta la ſabbrica. Ma per andare all'incontro di queſto inconveniente non biſogna penſare, che ſia il migliore mezzo quello di fare la chiuſa ſemplicemente più groſſa, e tenere ancora la ſteſſa figura; ma biſogna penſare ad altro modo.

Per ottenere queſto alcuni fra gli altri ſogliono ſabbricare la chiuſa colla faccia inferiore a modo di un piano inclinato, il quale s'incontri abbaſſo in un piano orizzontale, che riceva l'impeto dell'acqua cadente per l'inclinato, e lo ſmorzi. Io però ſono d'avviſo, che per ottenere queſto effetto, il mezzo migliore ſia quello di fabbricare la chiuſa come una ſcala colli gradini sì alti, e sì larghi che baſtino a ricevere, ed a interrompere il corſo dell'acqua, che vi precipita; dove è manifeſto, che ſe ſarà maggiore il corpo d'acqua cadente, più larghi ancora ſi faranno gli ſcalini, e maſſimamente l'ultimo al piano del fondo, il quale ſarà bene tenerlo di una molto più larga eſtenſione. Anzi io vorrei ancora, che il piano di queſti ſcalini non foſſe orizzontale, e meno poi inclinato a ſeconda del fiume; ma lo vorrei inclinato al roveſcio contro la chiuſa ſteſſa, e ſon per dire così inclinato, che incontraſſe normalmente l'acqua cadente; perchè mi ſembra, che in queſta maniera ſe ne ſmorzerebbe più la violenza: niente curando, che l'acqua rifleſſa poſſa inclinare in tal modo contro la chiuſa ſteſſa, come coſa che non può ſuccedere, ſe non in una piccoliſſima parte, e in maniera, che non merita alcun rifleſſo.

Ma queſto ſcavamento del letto del fiume al piede delle chiuſe è un punto, che io lo ſtimo ancora molto neceſſario da conſiderarſi, mentre alle volte può apportare gravi ſconcerti, e non è tanto facile il fare, che non ne ſegua o poco, o molto. Per lo che non ſarà mai ſuperfluo ſecondo le circoſtanze aggiungervi altri mezzi per raffrenare la violenza dell'acqua, ed il ſuo effetto: maſſime ne' fiumi grandi, e

che portano grandi piene, dove non può baſtare il coſtruire le chiuſe a gradini, come diſſimo, per togliere del tutto un effetto così dannoſo. Per queſto ancora è neceſſario, che le ſpalle laterali della chiuſa, che in niun caſo ſi poſſono tralaſciare, ſi proſeguano al diſotto della medeſima per un buono ſpazio, per difendere ivi le ſponde del fiume dalla corroſione.

Qui però conviene anche avvertire ad una prerogativa favorevole; che poſſono avere le chiuſe più alte, cioè che l'acqua nel cadere da una qualche altezza, non è come un corpo ſolido, che riſenta poco, o nulla il contraſto dell'aria; e perciò accelerandoſi di più, quanto è maggiore l'altezza, anche con forza maggiore percuota il fondo ſottopoſto. Ma l'acqua troppo facilmente riſente il contraſto dell'aria, e vi cede, e perciò di mano in mano, che diſcende ſi va dividendo, e ſuddividendo in tanti rami, e zampilli, ed aſſottigliando in veli, e poi anche in ſole gocce, ed in ſemplici ſprizzi, che cadono piuttoſto con un moto ritardato, che accelerato, per la forza che conſumano nel fendere l'aria; e per conſeguenza ſi perde poi l'impeto contro il fondo ſul quale cade. E queſto lo vediamo tutti li giorni nell'acqua, che cade dalli tetti, la quale ſe aveſſe a cadere tutta unita come al principio della ſua caduta, e con moto accelerato, non vi ſarebbe alcun corpo, ſu cui batteſſe, che poteſſe lungamente reſiſtere; e guai a chi toccaſſe una goccia d'acqua ſul capo. E per queſto anche gli autori legali parlando delle ſervitù degli ſtillicidj, dicono, che queſti ſi poſſono alzare, ma non abbaſſare, perchè nel primo caſo rieſcono favorevoli, e nel ſecondo caſo ſono dannoſi al fondo ſerviente.

Per la qual coſa dedurremo, che converrà bensì avvertire alla altezza della chiuſa, ma più alla quantità d'acqua, che da eſſa ſi dovrà ſcaricare; e ſe queſta ſia tale, che poſſa arrivare ſul fondo del fiume tutta diviſa, e ſparſa in zampilli, e diſteſa in ſottili veli, coſicchè le rimanga poca forza; ovvero ſia tale, che ſempre abbia tanta energìa di vincere facilmente tutto il contraſto dell'aria, e così potere arrivare al piede della chiuſa ancora unita, e dotata di grande velocità, per potervi contrapporre que' mezzi, che

fembreranno li più adattati ad eluderne l'effetto nocivo. Quindi è evidente, come anche per questo fcopo potrà effere alcune volte molto giovevole il fabbricare la chiufa in una fezione del fiume larga; e come farà bene fabbricarvi le fue fpalle laterali più divergenti che fia poffibile.

Anche per un'altro riguardo di grandiffima importanza fi vuole avere grande attenzione alla altezza della chiufa. Imperciocchè quella maggiore altezza d'acqua prodotta dalla chiufa più alta, non folamente agifce contro di effa coll'urto, e colla preffione; ma più colle travenazioni, e filtrazioni, le quali con più facilità poffono fuccedere dove più è l'altezza, alla quale è foftenuta l'acqua, e per le quali poi può aprirfi un paffaggio e fotto la chiufa fteffa, e di fianco con ruina irreparabile della medefima. Quindi è che dietro le fpalle fi devono fare li rifvolti, e gli fperoni fempre più lunghi quanto più è alta la chiufa; nè mai fi lafcierà di palificare il fondo tanto fotto la chiufa, che fotto le fpalle con fpeffi pali tanto più lunghi, e groffi, quanto più il terreno è meno fodo, abbenchè vi fi faceffe un profondo fondamento; fuorichè il terreno non foffe di una tale fodezza, che toglieffe ogni timore, come farebbe fe foffe di un fodo macigno.

Seguita ora, che fi dica qualche cofa dell'alzamento dell'acqua, e del fondo, che producono le chiufe. Imperciocchè è manifefto, che piantata una chiufa in qualunque acquedotto, fi deve elevare il fondo, ed alzare l'acqua di quefto fuperiormente alla fteffa, fino dove fi ftenderà il rigurgito, che la medefima produrrà. Quefto fpazio potrebbe fembrare a prima vifta, che fia quello, che viene determinato dalla linea orizzontale, che fi conduceffe dal ciglio della chiufa fino ad incontrare il fondo fuperiore del fiume; ma la verità fi è, che fi eftende molto di più all'insù, e per poco che vi fi rifletta, fe ne fcoprirà la ragione. Imperocchè diminuendofi colla chiufa la caduta del fiume, fi diminuifce anche la velocità dell'acqua, e quefta fi alza di corpo; alzata che fia, forma oftacolo all'altra che fopravviene, quantunque fia fuperiore alla orizzontale fuppofta; onde anche quefta deve rallentarfi, ed elevarfi più addietro, e fino a quel fegno, che la corrente abbia a poco a poco la for-

za, che baſta a ſuperare l'oſtacolo di queſt'acqua rallentata; ovvero, per meglio dire, che queſto oſtacolo ſiaſi tanto diminuito, che più non poſſa avere alcuno effetto. Così diciamo anche del fondo; perchè diminuita la velocità dell'acqua, ſi alza il fondo; e queſto alzamento inferiore nella ſteſſa maniera produce anche un'altro alzamento nelle parti ſuperiori.

Ma abbenchè ſia certiſſimo, che il rigurgito, e l'alzamento del fondo cagionati in un'acquedotto da una chiuſa ſi ſtenda molto più all'insù del limite ſegnato dalla orizzontale tirata ſulla creſta della chiuſa, non ſi troverà però mai, che ſucceda di protrarſi fino all'origine del fiume o vero, o equivalente, come vogliono anche claſſici autori, che con teorici diſcorſi ſembrano provarlo beniſſimo. E la ragione di ciò, ſe io non m'inganno, potrebbe eſſere, che l'applicazione del diſcorſo al fatto, non aveſſe un giuſto luogo. Imperciocchè mi ſembra, che ſia troppo difficile il trovare un fiume, nel quale ſi adempiſcano eſattamente quelle regole, che ſi deducono col ſolo raziocinio teorico; giuſta il quale pare, che tutti li fiumi dovrebbero eſſere diſpoſti ſu di un eſatto e ſtabile piano, o curvo, o retto, sì nel fondo, che nella ſuperficie dell'acqua, e le coſe foſſero dappertutto regolari, e regolari foſſero le mutazioni, e gli accidenti, che occorrono, e coſe ſimili. Ma un fiume di queſta qualità ſarà troppo raro a ritrovarſi, ſe pure vi è al mondo, almeno ne' liberi, e naturali.

Nel mio trattato ſulle corroſioni de' fiumi ho di già avvertito, che ciò al più poteva avverarſi nelli fiumi ſtabiliti di letto con ogni eſattezza, e voglio dire, che aveſſero dappertutto quella limitata, e ſtabile pendenza, che abbiſogna alle loro circoſtanze; ma non in quelli fiumi, che ne ſono abbondanti, ne' quali mi parve troppo chiaro, non eſſervi il biſogno di condurre così di lontano l'alzamento; mentre formatoſi il nuovo fondo con quella pendenza, che baſta allo ſmaltimento delle materie non più ha biſogno di alzarſi. Anche in quelli però, che ſono ſtabiliti, o ſiano di limitata pendenza, ne laſciai qualche dubbio: nè mi ſembra di averlo fatto ſenza ragione. Imperciocchè egli è certo, che per la chiuſa non ſolo ſi alza il fondo, ma ſu di que-

ſto ha da alzarſi anche l'acqua di corpo, perchè le viene ſminuita la velocità. Ma alzandoſi l'acqua, è egualmente certo, che eſſa verſo il fondo acquiſta una maggiore velocità, e una forza maggiore; e perciò deve avere biſogno di una minore pendenza per ſmaltire le materie di quella, che le biſognerebbe, ſe manteneſſe una altezza eguale alla prima.

Ora io m'immagino, che niſſuno vi poſſa eſſere, il quale abbia oſſervato attentamente il corſo di molti fiumi in diverſe circoſtanze, e mi voglia negare, che le materie peſanti ſtraſcinate di nuovo di volta in volta, e ſpinte da un fiume, non ſiano in così grande quantità come ſembrano a prima viſta, maſſime da quelli, che ſortono dalli laghi, e che ſono di pendenza limitata, ma al contrario capiranno, che ſono in pochiſſima quantità relativamente alla grandezza del fiume. Poſta queſta coſa, parmi ancora, che ſenza difficoltà ſi potrà capire, come al ſolo aumento dell'altezza dell'acqua ſi poſſa avere una forza ſufficiente, per non laſciare che le materie ſi fermino ſul fondo ſenza il biſogno di alzarlo tanto all'insù, per acquiſtare inutilmente anche tutta quell'altra forza, che viene dalla pendenza; maſſimamente poi riflettendo, che vi è lo sfogo libero e delle materie, e dell'acqua ſopra la chiuſa.

Conviene anche avvertire, che molte volte può ſuccedere, che non la pendenza del fiume ſia effetto delle materie, che conduce; ma bensì al contrario, che quelle materie ſiano effetto della pendenza; cioè che il fiume non abbia quella pendenza, che ſi trova avere, perchè di eſſo ne abbia biſogno per ſmaltire le materie che conduce: il che neceſſariamente ſi deve ſupporre da quelli, che vogliono l'alzamento del fondo fino all'origine del fiume condurre; ma al contrario quel tal fiume conduca quelle materie, perchè di già ha quella pendenza, la quale ſe non aveſſe, non le condurebbe. Imperciocchè non mi ſembra, che poſſa eſſere lontano dalla verità, che in molti caſi un fiume provviſto di pendenza abbondante, conduca materie groſſe per queſto ſolo, che avendo molta pendenza, ha ancora una forza baſtante di ſtaccarle dalle ſponde, e dal fondo, e dalli piani ſulli quali ſcorre: coſicchè ſe minore pendenza aveſſe, le laſcerebbe in tutte a ſuo luogo, e ſcorrerebbe nell'alveo di minore

caduta senza avere bisogno di accrescersela per smaltire le materie, che così li mancano.

Per la qual cosa io sarei di parere, che il rigurgito, e l'alzamento di un fiume prodotto dalla costruzione di una chiusa si abbia a stendere fino a quel segno, dove l'acqua combinato l'effetto dell'impeto già preconcepito, e dell'acqua sopravvegnente, e della sua nuova altezza colla inclinazione del nuovo fondo, e colla facilità dello sfogo, abbia quella forza, che le abbisogna per lo scarico delle materie, che deve condurre.

Per definire poi questo segno ne' casi particolari, ci mancano del tutto li sussidj dell'arte; nè in altro modo vi si può supplire, che con varie, e continue osservazioni di altri casi simili; Imperciocchè sarebbe necessario, che si sapesse quale sia l'ostacolo, che fanno le materie all'acqua avanti la fabbrica della chiusa, e quale la forza, che abbisogna all'acqua stessa, e come agisca per spingerle, e smaltirle; poi bisognerebbe sapere l'altezza, che fosse per produrre nell'acqua la nuova chiusa, e quale fosse l'azione, che avrebbe l'acqua per la forza, che può ottenere dalla sua altezza, e per quella, che può avere proveniente dalla pendenza del fondo; poi anco dovrebbe essere noto quale sia quella forza, che può rimanere all'acqua per l'impeto preconcepito, e quella, che le può essere impressa dall'acqua sopravvegnente; e tante altre cose simili, tutte, a mio credere, impossibili a calcolarsi, per non dire anche a scoprirsi.

Altre riflessioni ancora su di questo punto si devono aggiungere, che non sono nuove; una delle quali si è, che nelli casi, che noi consideriamo, il rigurgito prodotto dalle chiuse viene grandemente diminuito dallo scarico, che si fa nel canale di derivazione, e per li tagli, che, come dissimo, si lasciano nella chiusa stessa; onde il rigurgito deve essere prodotto piuttosto dall'altezza, che hanno le soglie dell'incile e delli tagli, che dalla chiusa.

Un'altra riflessione è intorno a ciò, che l'acqua nell'avvicinarsi alla caduta della chiusa, si va abbassando notabilmente; cosicchè sul piano della chiusa stessa ritiene una pochissima altezza: il che porta seco un'aumento di velocità,

e di

e di corſo anche molto all'indietro; la qual coſa proviene, come è chiaro, che dovendoſi abbaſſare l'acqua ſulla chiuſa per la caduta, neceſſariamente deve anche l'acqua poſteriore abbaſſarſi, e renderſi più veloce, e diſporſi con una ſuperſicie inclinata, e continua, come richiedono li fluidi; e ciò per tanto maggiore ſpazio, quanto maggiore è l'altezza dell'acqua nell'alveo del fiume: per lo che l'alzamento dell'acqua così inclinato ſul nuovo fondo prodotto dalla chiuſa, portando ſeco maggiore velocità, richiede anche biſogno minore di pendenza nel fondo.

Ancora conviene riflettere, che ſempre avanti la chiuſa il fondo non ſi ſpiana mai ſu di un continuato piano retto, ma vi reſta ſempre più baſſo, e molto ſcavato al diſotto della ſommità. La qual coſa, ſe non fallo, dimoſtra, che la chiuſa non toglie all'acqua tutto quell'impeto, che ſembra, che le dovrebbe levare, ſe con tutta la ſua altezza le faceſſe un'oſtacolo pieno, e continuato.

Dalle quali rifleſſioni, e da altre che ſi potranno fare ne' caſi particolari, ſi fa bene manifeſto, come il rigurgito e l'alzamento deve ancora eſtenderſi meno di quanto ne abbiamo prima ragionato; abbenchè ſempre debba ſtenderſi molto più di quello, che indichi la orizzontale tirata dalla ſommità della chiuſa, o dalla ſoglia dell'incile, e delle aperture nella chiuſa ſteſſa.

Finalmente da quanto abbiamo detto parmi, che chiaramente ſi ſcorgerà quale, e quanta conſiderazione v'abbiſogni prima di ſtabilire in ogni ſua parte, come ſia da fabbricarſi una chiuſa negli acquedotti, principalmente ſe ſono fiumi grandi, per derivare un canale regolare, e come in ogni caſo l'Ingegnere trovi circoſtanze, per le quali debba ſtuzzicare il ſuo intelletto, per non dire tormentarlo, a ritrovare que' ripieghi, e quelli mezzi, che abbiſognano per ottenere l'intento nella migliore maniera.

DELL' AZIONE

DI UN CORPO RETTO DA UN PIANO IMMOBILE ESERCITATA NE' PUNTI DI APPOGGIO CHE LO SOSTENTANO.

TENTATIVO

Del Sig. Cavaliere Lorgna.

Quando un corpo è retto da un piano, la Meccanica non è giunta ancora a determinare, quanto sostenga respetttivamente ciascun punto del medesimo piano. L' incomparabile *Eulero* fece un tentativo per rendere determinato in tutti i casi questo difficilissimo Problema, abbandonando i principj della Meccanica, con le forze della quale non vedeva possibile di superare sì fatto scoglio (Novi Com. Ac. Sc. Petrop. T. XVIII.). Ma la supposizione ch' egli ha fatto è insussistente per comune consentimento, e non può ammettersi per alcun modo. L' illustre d' *Alembert* dimostrò, che co' soli principj di questa scienza, non può neppure determinarsi la pressione esercitata da un corpo su tre appoggi in un piano posti per diritto col punto, ove la direzione del centro di gravità sega il medesimo piano (T. VIII. de' suoi Opuscoli). Il Sig. Ab. *Bossut* nel versare su questa materia (Tratt. di Meccan. T. I.) conchiuse anch' esso, che secondo le regole ordinarie della Meccanica il Problema è indeterminato, se il corpo si appoggi sul piano con più di tre punti, qualunque sia la disposizione respettiva degli appoggi, dopo di aver dato un' elegante soluzione del caso di tre appoggi non situati in linea retta, o piuttosto una dimostrazione della soluzione, che n' aveva dato l' *Eulero*.

Ultimamente il Sig. *Delanges* (Mem. della Soc. Italiana T. V.) prese a trattare di questo soggetto, introducendo nelle soluzioni successivamente tanti assi di rotazione quanti

ſono i punti di appoggio che ſoſtengonc il corpo. Ma il Sig. *Paoli* nel T. VI. della medeſima Società, avendo ripigliato un tale argomento, dimoſtrò ſapientemente, che i movimenti di rotazione non poſſono riferirſi al più che a tre aſſi, onde ottenere equazioni tra di sè indipendenti, e che però un' equazione nel caſo di quattro appoggi, due equazioni nel caſo di cinque appoggi, e così ſucceſſivamente, ſono neceſſariamente compreſe nelle tre fondamentali, e tra di sè indipendenti; onde reſta ſempre indeterminato il Problema, allorchè ſono più di tre gli appoggi non poſti per diritto. Tale è lo ſtato in cui attualmente ſi trova queſto ormai celebre e importantiſſimo Problema, a propoſito del quale non dubitò di dire l' *Alembert*, *qu' il manque encore quelque choſe aux principes de Mechanique*, *&* *qu' il y á des cas ou les loix connues juſque ici paroiſſent inſuffiſantes* (Opuſc. T. VIII. pag. 45). Ma di ciò vedremo più innanzi. Sia dunque permeſſo un nuovo tentativo, che potrebbe fruttificare, come mi ſembra, anche in altri Problemi di Meccanica difficiliſſimi.

§. I.

Qualunque ſia il numero de' punti di appoggio non coſtituiti in una linea retta, ſu' quali è ſoſtenuto un corpo da un piano orizzontale immobile, ſi conſiderino ſempre detti punti diſpoſti agli angoli di un poligono riſultante dal congiugnere queſti punti con rette linee; il qual poligono ſarà di tanti lati, quanti ſono i medeſimi punti. Perciò la direzione verticale del centro di gravità del corpo, ſi ſupporrà ſempre compreſa nell' area di queſto poligono.

§. II.

Se pertanto venga diviſo in triangoli il medeſimo poligono, ſiccome i punti di appoggio rieſcono ſempre agli angoli di queſti triangoli, così ciaſcuno di queſti triangoli ſia detto ſiſtema di tre appoggi; e tanti ſaranno queſti ſiſtemi, quante ſono le combinazioni a tre a tre, che riſultano dal

numero n di angoli del poligono, cioè $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}$ secondo la legge notiſſima delle combinazioni.

§. III.

Cadendo perciò la direzione verticale del centro di gravità entro il poligono, ſarà ſempre l' interſezione di queſta direzione col piano immobile compreſa in uno, o in più triangoli ſecondo il numero degli appoggi.

§. IV.

E ſiccome tre appoggi baſtano per ſoſtenere il corpo, allorchè detta direzione cade fuori della linea che congiugne due appoggi, così nel caſo di più che tre appoggi non coſtituiti in linea retta, eſſendo tutti gli appoggi ugualmente immobili, ciaſcuna combinazione di tre appoggi, rappreſentata da uno de' predetti triangoli, quando la direzione del centro di gravità del corpo cada nel triangolo, ſi chiami *Siſtema attivo*; e *Siſtema inoperante* quella combinazione di tre appoggi in cui il centro di gravità del corpo, o per dir meglio la ſua direzione cade fuori del triangolo, che la rappreſenta. Sia per eſempio *ABCD* (fig. II.) il poligono, agli angoli del quale ſono coſtituiti i punti di appoggio, *P* il centro di gravità del corpo concentrato nel piano de' punti *A*, *B*, *C*, *D*. Condotte le diagonali *AC*, *BD*, ſarà il trapezio diviſo ne' quattro triangoli *ACD*, *ADB*, *BDC*, *ACB*, come appunto porta la formula delle combinazioni per $n = 4$ (§. II.).

Certo è, che i due ſiſtemi *ACD*, *ADB* non hanno per sè alcuna attitudine a ſoſtenere il peſo *P*, mentre il centro cade totalmente fuori dei perimetri di entrambi. Ma è certiſſimo, che ciaſcuno degli altri due *BDC*, *ACB* è atto per sè, ſtante l' immobilità di tutti gli appoggi, a ſoſtenere l' intero peſo *P*; e però queſti due ſono i ſiſtemi, ch' io chiamo attivi, e inoperanti gli altri due in qualità di ſiſtemi.

§. V.

Posto ciò, decompongo ne' due sistemi attivi il sistema di quattro appoggi A, B, C, D, e considero, che la forza di pressione in P non sia sostenuta che da' tre appoggi B, D, C, cioè dal sistema attivo BDC solitario, come se l' appoggio A non avesse luogo. Con ciò determino la pressione esercitata da questa forza sopra i tre appoggi B, D, C respettivamente.

E di nuovo considero, che la medesima forza di pressione non sia sostenuta che da' tre appoggi A, C, B, cioè dal sistema attivo ACB solitario, come se l' altro appoggio D non avesse luogo; e con ciò determino la pressione esercitata da detta forza sopra gli appoggi A, C, B respettivamente. Determinate queste pressioni per ciascun sistema separatamente, rimetto insieme i sistemi, ricomponendo quello di tutti quattro gli appoggi A, B, C, D operanti unitamente, e definisco le vere e proprie pressioni combinate respettivamente dovute a ciaschedun appoggio.

§. VI.

E' manifesto pertanto, che ciascuna delle azioni combinate sopra gli appoggi B, e C deve necessariamente essere composta di due parti, giacchè ciascuno di detti appoggi appartiene nel tempo stesso a due sistemi attivi.

§. VII.

Nello stesso modo qualunque sia il numero di sistemi attivi, in cui può essere risoluto un sistema di appoggi costituiti in un piano, sostenenti una forza di pressione qualunque, considero sempre, che la medesima forza sia prima sostenuta da un solo sistema attivo di tre appoggi, come se gli altri non avessero luogo, poi da un altro, e così successivamente, e determino le pressioni esercitate sopra i tre appoggi di ciascun sistema respettivamente. Rimettendo poscia insieme i sistemi, definisco per tutti i punti di appog-

gio operanti unitamente le pressioni vere combinate, dovute respettivamente e propriamente a ciascun di loro, giacchè è palese subitamente a quanti sistemi attivi appartenga un medesimo appoggio.

§. VIII.

Senza un nuovo principio non era mai possibile di affrontare questo difficilissimo Problema. Avendo pertanto considerato

I. Che la gravità operando con la sua naturale direzione in un punto, ove s' intenda concentrata, distribuisce sempre da quel centro la sua azione ugualmente su tutti gli ostacoli, che le oppongono in quel punto, ciascheduno da sè, una medesima simultanea resistenza.

II. Che nel caso nostro, stante l' immobilità del piano, ciaschedun sistema attivo è per se stesso dotato di pari attitudine a sostenere l' intero peso del corpo.

III. E che non v'è ragione, stante questa uguale attitudine di tutti i detti sistemi, per cui un sistema debba giudicarsi gravato da una parte del peso, e da altra diversa un altro sistema, mi sono indotto a tentare la soluzione del Problema col metodo, che ho esposto, fondato su questo principio

Ch' essendo retto un corpo da un piano immobile in più di tre punti non posti per diritto, possa considerarsi, che l' azione della gravità si eserciti distribuita ugualmente sopra tutti i sistemi di tre appoggi, tra i quali cada il centro di gravità del corpo, risultanti dalla posizione degli appoggi tra di sè, e relativamente a detto centro, e perciò atti ugualmente a sostenere, ciascheduno per sè, l' intera forza di pressione del corpo, cioè ad opporre all' azione della gravità, ciascuno da sè, una medesima simultanea resistenza.

§. IX.

Prima però di farne applicazione non credo infruttuoso l' internarmi un po più, che non s'è fatto nella cosa, parendomi di discernere non senza qualche chiarezza in che

propriamente le ſue difficoltà conſiſtano. Prendiamo per eſempio il primo caſo irreſolubile di quattro punti di appoggio. E' certo, che con le regole della Meccanica tre equazioni tra di sè indipendenti ſi ottengono, contenenti le quattro indeterminate, che eſprimono le preſſioni diſtribuite dal corpo ſopra detti appoggi. Una pertanto di queſte indeterminate reſta in noſtro arbitrio, a cui dando altro ed altro valore, troviamo, che in infinite maniere può eſſere diſtribuita ſu i quattro appoggi la data forza di preſſione del corpo da eſſi ſoſtenuto, ſoddisfatte ſempre pienamente le condizioni della Meccanica per l'equilibrio. Ma ſe per una parte le regole ordinarie della Meccanica laſciano indeterminato queſto Problema, ſe reſta luogo a infinite ſoluzioni, il medeſimo Problema per l'altra, naturalmente conſiderato, è determinatiſſimo, ſe così poſſo eſprimermi. In fatto riposando un corpo ſu quattro punti di un piano immobile, la preſſione del corpo riſentita da detti punti di appoggio reſpettivamente, è una, unica, e di valore unico e determinato. Adunque o manca qualche coſa ancora ai principj di Meccanica, come crede d'*Alembert*, o il Problema non è un caſo di ſemplici equilibrj. Io per me non credo, che le regole della Meccanica ſieno per queſto caſo inſufficienti, rigoroſamente parlando, ma credo, che ſia d'uopo adoperarle convenevolmente, e accomodarle alla natura particolare del Problema, che ha una determinazione ſua propria. E credo ancora, che non ſia il Problema un caſo di ſemplici equilibrj, perchè non vi ſi tratta che di conoſcere, quanta parte del peſo totale porti ciaſcuno de' quattro punti del piano immobile ſu quali ripoſa il corpo: il che non è propriamente affare di equilibrazione, ancorchè l'equilibrazione vi ſia implicita, e ſi verifichi puntualmente nel ripoſo del corpo. In conſeguenza ſembra, che il Problema richiegga per ſe, che ſe ne rintracci la ſoluzione per una via conducente al ſiſtema unico, proprio, e neceſſario di preſſioni, eſercitate dal corpo ſu ciaſcun appoggio reſpettivamente, in modo però, che l'equilibrazione vi ſia neceſſariamente implicita, e poſſa dimoſtrarſi inerente al ſiſtema trovato. Che ſe il ſi tratti con ordine inverſo, partendo dalla pura condizione dell'equilibrio, s'incorre nell'indeterminazione che ci pre-

ſenta la Meccanica, infiniti eſſendo i ſiſtemi di preſſione ne' quali può diſtribuirſi ſopra più di tre appoggi la forza premente di un corpo, tutti ſoddisfacenti alle leggi dell' equilibrio.

Quindi è, che ho tentato di liberare dell' indeterminazione il Problema, col farlo dipendere dalla riſoluzione di ſiſtemi combinati di tre appoggi, pe' quali non può mai averſi, che una ſola ed unica eſpreſſione delle tre preſſioni.

I valori, che daremo quì appreſſo di queſto caſo particolare di tre appoggi ſon quei medeſimi, che per altre vie trovò l' *Eulero*, e il Sig. *Boſſut*: quei medeſimi che provengono dalle eſpreſſioni più compoſte del Sig. *Delanges*, e che potrebbero provenire da altre ſoluzioni infinite, prendendo tre aſſi qualunque, come lo ha notato giuſtamente il Sig. *Paoli* nella Mem. cit. pag. 543. Riſoluto così il Problema, da sè vi ſi manifeſtano implicite e ſoddisfatte le leggi della Meccanica per l' equilibrio.

§. X.

Problema I.

Ripoſando un corpo ſu tre punti di un piano immobile orizzontale non poſti in linea retta, trovare la preſſione diſtribuita dal corpo ſu ciaſcun di loro.

Sieno *A*, *B*, *C* (Fig. I.) i tre punti di appoggio, *P* l' interſezione del piano con la direzione verticale del centro di gravità del corpo. Sarà il punto *P* centro comune di gravità dei peſi prementi il medeſimo piano ne' punti *A*, *B*, *C*. Si chiamino queſti peſi con le lettere de' reſpettivi appoggi *A*, *B*, *C*: ſi congiungano con la *AC* i punti *A*, *C*, e per *P* ſi meni dal punto *B* l' indefinita *BR* ſegante la *AC* in *Q*.

E' certo, che il centro di gravità de' peſi *A*, *C* deve trovarſi in qualche punto della retta *AC*. Ma deve pure trovarſi in qualche punto della retta *BR* neceſſariamente, in cui è collocato il terzo peſo *B*, e il comun centro di gravità *P* di tutti i peſi *A*, *B*, *C*. E' dunque il centro di gravità de' peſi *A*, *C* nell' interſezion comune *Q* delle rette

BR,

BR, AC. Poſto ciò, ſe ſi chiami $\mathcal{Q}$ la ſomma de' peſi $A + C$ concentrati in $\mathcal{Q}$, ſarà $\mathcal{Q} : B :: BP : P\mathcal{Q}$, e componendo $\mathcal{Q} + B : B :: B\mathcal{Q} : P\mathcal{Q} = P : B$. Dunque $B = \frac{P \, . \, P\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q}}$, e $\mathcal{Q} = \frac{B \, . \, BP}{P\mathcal{Q}} = \frac{P \, . \, P\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q}} \, . \, \frac{B\mathcal{Q}}{P\mathcal{Q}} = \frac{P \, . \, BP}{B\mathcal{Q}}$.

Ma per eſſere il punto $\mathcal{Q}$ centro comune di gravità de' peſi A, C è pure $A : C :: C\mathcal{Q} : A\mathcal{Q}$, e componendo $A + C : C :: AC : A\mathcal{Q} : \mathcal{Q} : C$. Per la qual coſa ſarà, ſoſtituendo il valore di $\mathcal{Q}$, $AC : A\mathcal{Q} :: \frac{P \, . \, BP}{B\mathcal{Q}} : C$, e $C = \frac{P \, . \, BP \, . \, A\mathcal{Q}}{AC \, . \, B\mathcal{Q}}$; e però, ſoſtituendo il valore di C, ſarà

$$A : \frac{P \, . \, BP \, . \, A\mathcal{Q}}{AC \, . \, B\mathcal{Q}} :: C\mathcal{Q} : A\mathcal{Q}, \text{ e } A = \frac{P \, . \, BP \, . \, C\mathcal{Q}}{AC \, . \, B\mathcal{Q}},$$

E queſti ſono i valori delle tre preſſioni A, B, C; il che doveva trovarſi.

§. XI.

Ma queſte eſpreſſioni de' peſi A, B, C poſſono ſemplificarſi. In fatto ſi congiungano con la BC i punti B, C, e con la BA i punti B, A, e dal punto A ſi tiri al lato oppoſto BC la perpendicolare AD, e dai punti P, $\mathcal{Q}$ alla AD ſi menino le parallele PE, $\mathcal{Q}F$. Per la ſimilitudine de' Triangoli ſarà $BP : B\mathcal{Q} = PE : \mathcal{Q}F$, e $AC : C\mathcal{Q} = AD : \mathcal{Q}F$, e però $\frac{BP \, . \, C\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q} \, . \, AC} = \frac{PE \, . \, \mathcal{Q}F}{\mathcal{Q}F \, . \, AD} = \frac{PE}{AD}$. Ma abbiamo trovato il peſo $A = \frac{P \, . \, BP \, . \, C\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q} \, . \, AC}$; ſarà dunque $A = \frac{P \, . \, PE}{AD}$.

Condotte ſimilmente dal punto B al lato oppoſto AC la perpendicolare BH, e dal centro P alla BH la parallela PG, ſarà per la ſimilitudine de' Triangoli $P\mathcal{Q} : B\mathcal{Q} = PG : BH$; e però eſſendoſi trovato $B = \frac{P \, . \, P\mathcal{Q}}{B\mathcal{Q}}$, ſarà $B = \frac{P \, . \, PG}{BH}$.

Finalmente condotte dal punto C al lato oppoſto AB la

perpendicolare CK, e alla CK le parallele PL, QM, per la ſimilitudine de' Triangoli ſarà $\frac{BP \cdot AQ}{BQ \cdot AC} = \frac{PL \cdot QM}{QM \cdot CK} = \frac{PL}{CK}$. Ma abbiamo trovato il peſo $C = \frac{P \cdot BP \cdot AQ}{BQ \cdot AC}$; ſarà dunque $C = \frac{P \cdot PL}{CK}$. Queſte eſpreſſioni de' peſi A, B, C ſono le più ſemplici che poſſano trovarſi. Ma baſti che ciò ſia accennato per valerſene ſe piaccia, mentre nelle ſeguenti ſoluzioni farò uſo delle eſpreſſioni che abbiamo ricavate in queſto Problema ſenza introdurre nuove linee, eſſendo facilisſimo il traſmutarle e ſemplificarle, come qui s'è fatto.

§. XII.

PROBLEMA II.

Eſſendo retto un corpo ſu quattro punti A, B, C, D (Fig. II.) *di un piano orizzontale immobile, determinare la preſſione, che ſoffre ciaſcheduno di detti appoggi eſercitata dal corpo nel punto P, ove la direzione verticale del centro di gravità incontra il medeſimo piano.*

Poſta la coſtruzione e denominazione preſcritta nel §. IV., due ſono i Siſtemi attivi, che debbono trattarſi ſeparatamente nel Problema, uno ſugli appoggi B, D, C, l'altro ſugli appoggi A, C, B. Seguendo pertanto il metodo eſpoſto nel §. V. ſi conduca pel primo Siſtema la retta DE pel punto P, e ſi nominino m, n, p le preſſioni eſercitate ſugli appoggi B, D, C dalla forza di preſſione F operante in P. In forza del I. Probl. ſarà

$$m = \frac{F \cdot DP \cdot CE}{DE \cdot BC}, \quad n = \frac{F \cdot PE}{DE}, \quad p = \frac{F \cdot DP \cdot BE}{DE \cdot BC}.$$

Di nuovo ſi conduca pel ſecondo Siſtema la retta AF pel punto P, e ſi chiamino m', n', p', le preſſioni eſercitate ſugli appoggi B, A, C dalla forza di preſſione F operante in P.

Col metodo ſteſſo del Probl. I. ſi troverà

$$m' = \frac{F.AP.CF}{AF.BC},\ n' = \frac{F.PF}{AF},\ p' = \frac{F.AP.BF}{AF.BC}.$$

Posto ciò, si rimettano insieme (§. §. V. VI.) i sistemi applicando a' respettivi punti le pressioni combinate, onde riformare l'intero Sistema di quattro appoggi del Problema, nominando A, B, C, D dette pressioni combinate respettivamente ne' punti A, B, C, D. Sarà

$$A = n' = \frac{F.PF}{AF},\ B = m + m' = F\left(\frac{DP.CE}{DE.BC} + \frac{AP.CF}{AF.BC}\right)$$

$$C = p + p' = F\left(\frac{DP.BE}{DE.BC} + \frac{AP.BF}{AF.BC}\right),\ D = n = \frac{F.PE}{DE}.$$

Rappresentando pertanto queste espressioni i pesi combinati sugli appoggi A, B, C, D de' due Sistemi attivi uniti insieme, si avranno queste serie di proporzionali

$$A:B:C:D :: \frac{F.PF}{AF} : F\left(\frac{DP.CE}{DE.BC} + \frac{AP.CF}{AF.BC}\right) : F\left(\frac{DP.BE}{DE.BC} + \frac{AP.BF}{AF.BC}\right) : \frac{F.BE}{DE}$$

cioè le seguenti, moltiplicando la seconda serie per $AF.DE.BC$, e dividendola per F

$$A:B:C:D :: DE.PF.BC : (AF.DP.CE + AP.CF.DE) : (AF.DP.BE + AP.BF.DE) : AF.PE.BC$$

E' dunque manifesto, che generalmente, qualunque sia la forza di pressione concentrata in P, saranno sempre tra di loro le pressioni risentite dagli appoggi A, B, C, D, come sono tra di loro i termini corrispondenti di questa seconda serie di proporzionali. Per la qual cosa, se si faccia la somma di questi termini

$$DE.PF.BC + AF.DP.CE + AP.CF.DE + AF.DP.BE + AP.BF.DE + AF.PE.BC = S$$

sarà pure

$$S : DE.PF.BC : (AF.DP.CE + AP.CF.DE) : (AF.DP.BE + AP.BF.DE) : AF.PE.BC :: (A + B + C + D) : A : B : C : D$$

Sieno pertanto A', B', C', D' le pressioni dovute ad un peso dato P sostenute da' punti di appoggio A, B, C, D respettivamente. Avranno luogo le seguenti serie di proporzionali

$S : DE . PF . BC : (AF . DP . CE + AP . CF . DE) : (AF . DP . BE + AP . BF . DE) : AF . PE . BC :: (A' + B' + C' + D') : A' : B' : C' : D' :: P : A' : B' : C' : D'$.

In conſeguenza ſarà

$$A' = \frac{P}{S} (DE . PF . BC)$$

$$B' = \frac{P}{S} (AF . DP . CE + AP . CF . DE)$$

$$C' = \frac{P}{S} (AF . DP . BE + AP . BF . DE)$$

$$D' = \frac{P}{S} (AF . PE . BC)$$

E queſte ſono le preſſioni eſercitate dal corpo *P* ſu i quattro punti *A*, *B*, *C*, *D* del piano immobile. Il che era da determinarſi.

§. XIII.

Che ſe ſi foſſe trattato il ſiſtema *BCD* col condurre per *P* la *Cc* in vece di condurre la *DE*, e ſimilmente l'altro ſiſtema *ABC* col condurre per *P* la *Bb* in luogo della *AF*, è manifeſto, che ſarebbeſi ſempre trovato ciaſcuna delle forze in *C*, e *B* compoſta di due parti, l'una in azione in un ſiſtema, l'altra nell'altro, come precedentemente, e il riſultamento in fondo ſarebbe ſtato il medeſimo nell'una e nell' altra ſoluzione del Problema, con le ſteſſe ſteſſiſſime preſſioni di prima ne' punti di appoggio.

§. XIV.

PROBLEMA III.

Ripoſando un corpo ſu cinque punti di un piano immobile orizzontale, trovare la preſſione che ſoffre ciaſcheduno di detti punti di appoggio.

Sieno *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (Fig. III.) gli appoggi, *P* l'interſezione della linea di direzione del corpo col piano ſottopoſto. Si congiungano con rette linee gli appoggi, on-

de risulti il Poligono *ABCDE* (§. §. I. II.), e da ciascun angolo del Poligono si menino a tutti gli altri linee rette. Dalla formula delle combinazioni a tre a tre, e dall' inspezione della figura risulta, che dieci sono i triangoli compresi nel Poligono, de' quali sono manifestamente (§. IV.) sistemi inoperanti li cinque *ABC*, *CDE*, *ABE*, *BCD*, *ADE*, siccome quelli entro l' area de' quali non cade il punto *P*; e sistemi attivi sono gli altri cinque *(M)*

(M).......*BCE*, *ABD*, *ACD*, *ACE*, *BDE*

entro l' area de' quali è sempre compreso il medesimo punto *P*. In questi sistemi attivi si menino da ciascun punto di appoggi pel punto *P* ai lati opposti respettivamente le linee rette *Bn*, *Cm*, *Dh*, *Ef*, *Ag*. E' facile da conoscere, che ciascuno degli appoggi *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, entra in tre combinazioni o sistemi, e che perciò l' azione sopra ciascheduno di essi deve essere composta (§. VI.) di tre parti. Pertanto si prenda a trattate, secondo il metodo (§. V.), ciascun sistema attivo separatamente, come se gli altri non avessero luogo, secondo l' ordine *(M)* a scansamento di confusione; e perciò si chiamino m, m', m'' le parti della pressione in *A*; n, n', n'' le parti della pressione in *B*; p, p', p'' quelle della pressione in *C*; q, q', q'' le parti della pressione in *D*; r, r', r'' quelle della pressione in *E*. Sia poi *F* la forza di pressione qualunque concentrata in *P*. E quanto al primo sistema *BCE*, in forza del I. Probl., si troverà essere in *B* la pressione $n = \frac{F \, . \, EP \, . \, Cf}{Ef \, . \, BC}$, in *C* la pressione $p = \frac{F \, . \, EP \, . \, Bf}{Ef \, . \, BC}$, in *E* la pressione $r = \frac{F \, . \, Pf}{Ef}$. Quanto al secondo *ABD*, si troverà in *A* la pressione $m = \frac{F \, . \, DP \, . \, Bh}{Dh \, . \, AB}$, in *B* la pressione $n' = \frac{F \, . \, DP \, . \, Ah}{Dh \, . \, AB}$, in *D* la pressione $q = \frac{F \, . \, Ph}{Dh}$. Così passando al terzo sistema *ACD* si troverà con lo stesso metodo in *A* la pressione $m' = \frac{F \, . \, Pg}{Ag}$, in *C* la pressione $p' = \frac{F \, . \, AP \, . \, Dg}{Ag \, . \, CD}$, in *D* la pressione $q' = \frac{F \, . \, AP \, . \, Cg}{Ag \, . \, CD}$. E pel

quarto ſiſtema ACE ſi troverà in A la preſſione $m''=\frac{F.CP.Em}{Cm.AE}$, in C la preſſione $p''=\frac{F.Pm}{Cm}$, e in E la preſſione $r'=\frac{F.CP.Am}{Cm.AE}$. Finalmente pel quinto ſiſtema BDE ſarà in B la preſſione $n''=\frac{F.Pn}{Bn}$, in D la preſſione $q''=\frac{F.BP.En}{Bn.DE}$, e in E la preſſione $r''=\frac{F.BP.Dn}{Bn.DE}$.

Poſto ciò, ſi rimettano inſieme i ſiſtemi (§. §. V. VI.), e ſi applichino a' reſpettivi punti le preſſioni combinate, onde riformare l'intero ſiſtema di cinque appoggi del Problema, nominando A, B, C, D, E dette preſſioni combinate reſpettivamente ne' punti A, B, C, D, E. Si avrà

$$A=m+m'+m''=F\left(\frac{DP.Bh}{Dh.AB}+\frac{Pg}{Ag}+\frac{CP.Em}{Cm.AE}\right)=F.a$$

$$B=n+n'+n''=F\left(\frac{EP.Cf}{Ef.BC}+\frac{DP.Ah}{Dh.AB}+\frac{Pn}{Bn}\right)=F.b$$

$$C=p+p'+p''=F\left(\frac{EP.Bf}{Ef.BC}+\frac{AP.Dg}{Ag.CD}+\frac{Pm}{Cm}\right)=F.c$$

$$D=q+q'+q''=F\left(\frac{Ph}{Dh}+\frac{AP.Cg}{Ag.CD}+\frac{BP.En}{Bn.DE}\right)=F.d$$

$$E=r+r'+r''=F\left(\frac{Pf}{Ef}+\frac{CP.Am}{Cm.AE}+\frac{BP.Dn}{Bn.DE}\right)=F.e$$

e perciò avranno luogo queſte ſerie di proporzionali

$A:B:C:D:E::Fa:Fb:Fc:Fd:Fe::a:b:c:d:e$

Per la qual coſa, ſe ſi faccia $a+b+c+d+e=S$, ſarà pure

$S:a:b:c:d:e::(A+B+C+D+E):A:B:C:D:E$

Siano pertanto A', B', C', D', E' le preſſioni dovute ad un peſo dato P concentrato nel punto P, ſoſtenuto da' punti di appoggio A, B, C, D, E reſpettivamente. Avranno luogo le ſeguenti ſerie di proporzionali

$S:a:b:c:d:e::(A'+B'+C'+D'+E'):A':B':C':D':E'$
$::P:A':B':C':D':E'$.

In conseguenza sarà

$$A' = \frac{aP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{DP.Bh}{Dh.AB} + \frac{Pg}{Ag} + \frac{CP.Em}{Cm.AE}\right)$$

$$B' = \frac{bP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{EP.Cf}{Ef.BC} + \frac{DP.Ah}{Dh.AB} + \frac{Pn}{Bn}\right)$$

$$C' = \frac{cP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{EP.Bf}{Ef.BC} + \frac{AP.Dg}{Ag.CD} + \frac{Pm}{Cm}\right)$$

$$D' = \frac{dP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{Ph}{Dh} + \frac{AP.Cg}{Ag.CD} + \frac{BP.En}{Bn.DE}\right)$$

$$E' = \frac{eP}{S} = \frac{P}{S}\left(\frac{Pf}{Ef} + \frac{CP.Am}{Cm.AE} + \frac{BP.Dn}{Bn.DE}\right)$$

le quali sono le pressioni esercitate dal corpo P su i cinque punti A, B, C, D, E del piano immobile ; il che era da determinarsi .

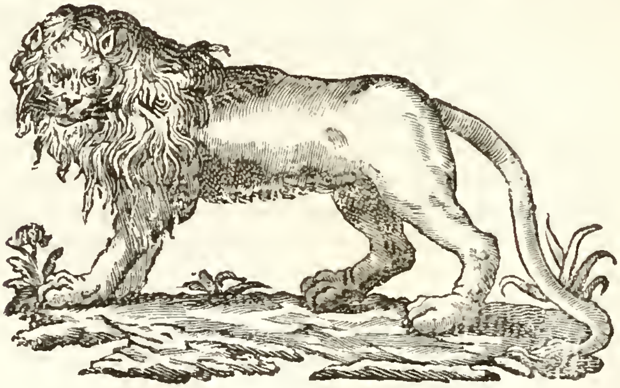
§. XV.

Non è necessario per alcun conto, che dimostriamo essere l'equilibrazione di tutte le forze implicita necessariamente nelle nostre soluzioni, e che le leggi della Meccanica per l'equilibrio vi sono pienamente soddisfatte; quand'anche da sè non lo palesasse il riposo del corpo sugli appoggi; perchè in ciascuno de' Sistemi di tre appoggi che abbiamo combinato ne' Problemi precedenti, la determinazione delle respettive pressioni esclude manifestamente e necessariamente ogni movimento secondo un Asse qualunque ; diventando sempre il centro di gravità del corpo P centro comune di gravità de' pesi parziali prementi all'intorno i punti di appoggio del piano che sostentano il corpo (§. X.).

§. XVI.

Il metodo essendo generale, non fa d'uopo che in altri esempj ci diffondiamo inutilmente . Egli si estende, come non è difficile ch'altri il vegga da sè, anche ne' casi di appoggi posti in una stessa retta linea col centro di gravità del corpo sostenuto. Imperciocchè , considerando i punti di

appoggio tutti immobili, è certo, che due qualunque di essi tra' quali sia costituito il centro di gravità del corpo per diritto, hanno pari attitudine a sostenere l'intero peso del corpo. Per la qual cosa ciascuna combinazione di due appoggi tra' quali sia il centro di gravità posto con essi nella stessa retta linea sarà quello che, secondo il nostro metodo, si dovrà dire *sistema attivo:* e *sistema inoperante* quella combinazione in cui il centro di gravità non cade tra i due appoggi. In conseguenza adattando a questi sistemi attivi di due appoggi i principj esposti nel §. V. e sussegu. pe' sistemi attivi di tre appoggi, nel caso che sieno più di due gli appoggi per diritto su quali riposa il corpo, si potrà procedere con pari andamento nel determinare le pressioni per ciascun sistema attivo separatamente; rimettendo poscia insieme i sistemi, si otterranno le pressioni combinate respettivamente dovute a ciaschedun appoggio, come ne' casi degli appoggi non posti per diritto, de' quali abbiamo trattato quì addietro.



ESPOSIZIONE

Fig. II.

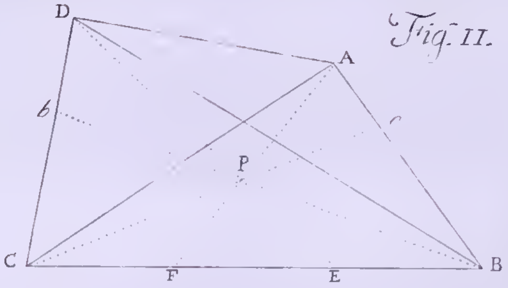


Fig. I.

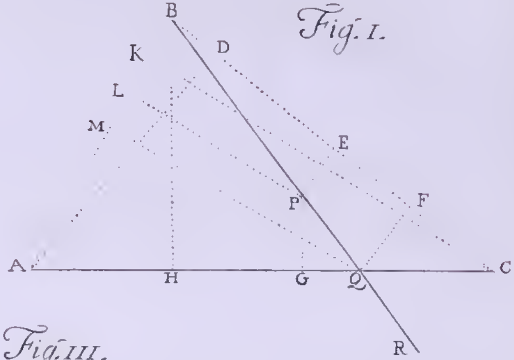
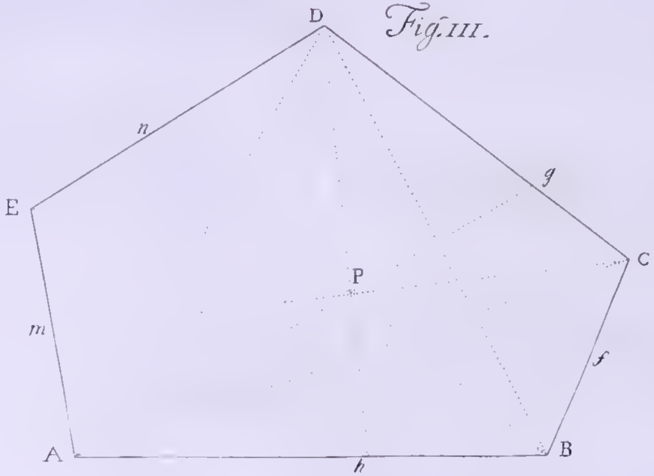


Fig. III.



ESPOSIZIONE ANATOMICA

DELLE PARTI RELATIVE ALL'ENCEFALO DEGLI UCCELLI.

TRATTATO QUINTO

De' Nervi, che escono dalla cavità del cranio

Del Sig. VINCENZO MALACARNE.

Al Chiarissimo Sig. MICHELE GIRARDI.

CAPITOLO II.

De' Nervi Ottici, e degli organi destinati negli Uccelli al senso della vista.

1. NOn verremo all'esposizione del risultato delle nostre osservazioni sopra questi organi se prima non avremo recato quanto ne ha lasciato scritto l'*Allero*, ed informato i nostri Leggitori della opinione del *Willis* intorno all'origine, e alla inserzione de' *Nervi Ottici* nel globo degli occhi degli Uccelli.

Il primo pertanto avendo detto, che „ i Talami de' „ Nervi Ottici tutti cavi interiormente dann'origine a' Ner- „ dello stesso nome colle fibre loro anteriori, e posteriori", soggiunge, che „ questi Nervi sono puranco aderenti alle „ gambe corticali del cerebro " . . . . e che „ grossi, duri, „ e brevi tosto si congiungono insieme. " (*a*)

Il *Willis* esprimesi ne' termini seguenti „ Negli Uccelli „ e ne' Pesci ... il talamo de' Nervi Ottici si distingue per

---

(*a*) *Thalami (nervorum opticorum) toti cavi educunt nervum cognominem fibris suis anteriorioribus & posterioribus, qui tamen etiam, ad corticalia crura cerebri adhaerent. Ni porro Nervi Optici crassi, & duri, & breves, conveniunt in unum. V. opera Minora loc. cit.*

„ l'infigne mole onde fi eleva... dal quale come da un amplifſimo e ricchiſſimo ſerbatojo derivando a' Nervi Ottici „ copioſi ſpiriti animali, quindi è che gli Uccelli hanno „ realmente l'occhio elegantiſſimo, e la viſta ſommamente „ perſpicace ed acuta." (*a*) Ed altrove. „I Nervi Ottici ne' „ Peſci, e negli Uccelli s'impiantano ſempre obbliquamente „ nella tunica ſclerotica." (*b*) Finalmente più oltre ſoggiunge. „ In tutti gli Uccelli, e i Peſci, l'inſerzione dell' „ ottico nervo nella parte poſteriore del globo, o ſia nella „ faccia poſteriore dell'emisfero dell'occhio diretano, è lontana dall'aſſe del medeſimo nella ſteſſa guiſa che il polo „ del Zodiaco è lontano dall'altro dell'Equatore." (*c*)

2. Nelle Oche, e nelle Anitre queſti Nervi naſcono dalla parte midollare anteriore de' Talami di maniera che ſembra tutta la ſoſtanza bianca della faccia inferiore di quegli ampli ſacchi allungarſi per formarne i groſſi tronchi.

3. Traggono pure qualche meno cuſpicua radice da' faſci di midollare, che nell'antecedente Capitolo (*d*) abbiamo deſcritti ſulla baſe degli emisferi diſpoſti a foggia di * dirimpetto alla commeſſura anteriore del terzo ventricolo.

4. In quel contorno dobbiamo pure accennare, che negli Uccelli groſſi queſti due Nervi ſi truovano forniti d'una *appendice midollare*, la qual s'innalza proprio dal lembo dell'angolo, ch'eſſi fanno al davanti della unione loro nello ſcoſtarſi vicendevolmente per entrare nella Foſſa Ottica (*e*) (unica nella cavità del cranio, e doppia nelle orbite (*f*)) la quale riceve pur anco tali appendici midollari.

5. Per le ſtrettezze in cui l'anguſtia della Foſſa Ottica le tiene, chiunque a prima viſta s'immagina eſſer elleno un'*appendice* ſola: ma diligentemente eſaminando la coſa ſi

(*a*) *In volucribus & piſcibus .... nervorum opticorum thalamus ingenti mole protuberans .... cumque hinc ſpiritus animales ex uberi & tam pleno promptuario in nervos opticos deriventur, propterea quidem eſt quod volucres oculo elegantiſſimo, & viſu ſumme perſpicaci & acuto inſtruantur. V. Cerebri Anatomes cap. XIII.*

(*b*) *Nervi optici .... in piſcibus & volucribus oblique ſemper tunicæ ſcleroti inſeruntur. De Animâ brutor. P. I. cap. 7. §. II.*

(*c*) *In volucribus totius oculi compages haud rotunda eſt: ſed juxta anteriorem, poſterioremque ſuperficiem depreſſa fere diſco ſimilis eſt.* Willis *l. cit.*

(*d*) Num. XVIII., cioè Vol. VI. pag. 113.

(*e*) Vol. II. Cap. II Art. II. §. 2., cioè pag. 242.

(*f*) Cap. III. Art. III., cioè pag. 247.

ſcuopre che ſono due, ed in iſpezie allorchè ſi mette l' unione de' tronchi Ottici in libertà; e ſi capiſce dal ſolo ligame della pia madre venir eſſe trattenute in iſtretta contiguità.

6. Prima che vi ſi oſſervino le mentovate appendici midollari, delle quali non ſono privi nemmeno gli uccelletti più piccioli, avendovi un volume proporzionato alla maſſa del reſpettivo cerebro, a cui appartengono, i tronchi diſtinti de' Nervi Ottici, oltrepaſſato l' imbuto, e le papille midollari fra i tronchi ſteſſi compreſe, e naſcoſte, abbandonano la baſe del cerebro diſcendendo, e convergendo ſi uniſcono per formare congiunti, non già un' area quadrata come nell' uomo, ma un cordone poco men che rotondo: e così uniti ſcorrono dietro d' un riſalto traverſale oſſoſo, ſituato nel terzo anteriore del pavimento della cavità del cranio (*a*) proprio al di ſopra della Foſſa Ottica.

7. Dopo un breve tragitto in avanti ſi dividono ad angolo acutiſſimo non tanto per dar luogo tra di loro al tramezzo delle orbite, da cui que' fori dipendono, quanto per imboccare i fori ottici, e farſi ſtrada per le orbite ſempre divergendo finchè incontrata la faccia poſteriore de' globi degli occhi, vi s' impiantano appunto come diſſe il *Willis* più verſo il lato interno delle orbite, più vicino al punto naſale della periferia della *cornea traſparente*, che nell' aſſe orizzontale diretto del globo corriſpondente alla *pupilla*.

8. Prima d' immergerſi ne' globi ſervono di punto fiſſo a tre muſculini, de' quali due ſono *gemelli* in alcune ſpecie, mentre che in altre tra tutti ſono cinque muſculi diſtinti.

9. Queſti ſi portano a raggi verſo la faccia vicina della *ſclerotica* ſervendo d' auſiliari ad altri nove muſculi deſtinati negli Uccelli a' diverſi rapidi e varj muovimenti de' globi.

10. E' da notarſi però, che il *Nervo Ottico*, dal quale i tre o cinque primi muſculini accennati vengono ſoſtenuti nell' attacco loro poſteriore, prima d' eſſerne circondato co-

(*a*) Tom. II. pag. 242. num. 2.

me da una cinghia imperfetta, fa nelle Oche, e nelle Anitre, e ne' Cigni, parecchie linee di ſtrada nelle orbite.

11. Ho detto *cinghia imperfetta* perciocchè l'eſpanſione *radiata* di queſti muſculini non attornia ſalvo i tre quarti della periferia di cadaun *Nervo Ottico*, laſciandone libero il quarto inferiore.

12. I muſculi principali del globo degli occhi degli Uccelli, oltre a que' *poſteriori*, che pur ora deſcriſſimo, ſon nove (*a*), diſpoſti come ſiegue

Tre per voltare in alto la pupilla ſollevando pure la faccia anteriore del globo verſo la palpebra ſuperiore; ed io perciò gli nomino *Elevatori*.

Due per abbaſſar la faccia anteriore del globo verſo la palpebra inferiore, e rivolger la pupilla in giù, detti per ciò *Depreſſori*.

Due atti a far girare il globo ſul ſuo aſſe, degni perciò del nome di *Rotatori*.

Due finalmente per trarre la *cornea traſparente* verſo il naſo, o ſia *Adduttori*.

13. Uno degli *Elevatori* perchè naſce dal margine ſuperior diretano, o eſterno del foro ottico, e viene obbliquamente carnoſo, piatto, con fibre paralelle a piantarſi ſulla maggior periferia del globo in alto, addietro, e cuopre il Nervo *Oftalmico*, perciò ha preſſo di me il nome di *Elevator poſteriore*.

14. Il ſecondo lo nomino *Elevator mezzano*. perchè dal margine ſuperiore del foro ſuddetto viene direttamente a piantarſi carnoſo verſo la parte più elevata della maggior periferia del globo, dov'è coperto in parte dal precedente.

15. Al terzo compete in nome di *Elevator anteriore*, poſto che naſcendo vicino al precedente in parte dal margine del foro Ottico più proſſimo al tramezzo dell'orbite, in

(*a*) Mancano agli Uccelli, il Muſcolo *trocleatore*, e la Troclea per lo alabo, e il *ſoſpenditore* del Globo ſteſſo, che oſſervaſi ne' quadrupedi.

Io l'ho trovato, e diſtintiſſimo, e robuſtiſſimo nella *Phoca vitulina*, nel che s'accorda pure la mia oſſervazione con quella del Dott. *Tyſon*. Ved. Anatomia del Vitello marino, pag. *mihi* 39.

parte dal tramezzo ſteſſo, aſcende carnoſo, e piatto, per gettarſi ſulla ſommità del globo, al fianco anteriore, o interno, dell' *Elevator mezzano*, coperto dal primo, e dal tronco del Nervo *Oſtalmico*.

16. Tutti tre i muſculi deſcritti mentre che rivolgono la pupilla in alto, non ſembra egli, che coſpirino altresì a ritirare indietro il globo?

17. I due *Depreſſori* per la direzion loro ſi poſſono diſtinguere con gli epiteti di *Dep. anteriore*,
e di *Dep. poſteriore*,
ſebbene tutti due naſcono dal margine inferiore del Foro Ottico.

18. Il *Dep. anteriore* dall'accennato margine s'avanza ſotto l'apofiſi arbitraria più vicina al naſo per impiantarſi nella vicina maggior eſtenſione inferiore della periferia del globo colle ſue fibre carnee confuſe con quelle del muſo. *Rotator Lungo* (*a*)
dalle quali è in parte coperto.

19. Il *Dep. poſteriore* va obbliquamente colle ſue fibre carnee verſo l'apofiſi arbitraria diretana, e degenerando in aponeuroſi larga cinque linee nelle Oche più groſſe, ſi attacca alla maggiore conveſſità della parte inferiore corriſpondente del globo.

20. I due *Rotatori* ſono obbliqui, e dall'uſo che hanno ſi debbon nominare *Rotatori*,
come dalla dimenſione debbono eſſere diſtinti cogli epiteti di *Rot. Lungo*,
l'uno, e l'altro di *Rot. Breve*.

21. *Lungo* ſi dice quello, che naſce dalla porzione più concava del canto anterior interno delle orbite fra la punta del più alto cornetto delle narici interne, e la volta dell' orbita: paſſa obbliquamente fino alla porzion più baſſa della maggiore conveſſità del globo cuoprendo il M. *Depreſſor anteriore* (XVIII), ed ivi finiſce (*b*).

(*a*) V. più ſotto num. XXI.

(*b*) Non ſo ben comprendere la ſituazione de' due globi, negli ſiammenti delle orbite de' *Dindj*, eſpreſſa da *Giulio Caſſerio* Piacentino, ed elegantemente imitata nella Tav. XLIII. da *Gerardo Blaſio*. *Anatome Animalium*. *Amſtel*. CIƆIƆCLXXXI. 4°., perciò mi ſembra, che in tali figure l'an-

22. Il *Rotator Breve* de' globi naſce molto ſottile dall' apofi. orbitaria inferiore, dov' è coperto da quel robuſto ligamento, che compiſce il quarto inferiore della periferia dell' apertura delle orbite, in quegli uccelli, ne' quali quel giro non è tutto oſſeo, che ſono moltiſſimi; è coperto eziandio dalla tenue membrana onde le ſoſtanze contenute nella parte inferiore delle orbite ſono ſeparate dalle carni vicine: ſcorre obbliquamente di dietro in avanti raſente il lembo anteriore della groſſa *glandula ſalivale*, che occupa la porzion più baſſa e interna delle occhiaja (*a*), e finiſce aponeurotico nella parte inferior diretana della maggiore periferia del globo, verſo il trammezzo.

23. Degli *Adduttori* uno è *ſuperiore*, ed uno *inferiore*.

24. L' *Adduttor ſuperiore* naſce dal lembo più alto del tramezzo delle orbite, e vaſſi obbliquamente a piantare alquanto più innanzi dell' *Elevator ſuperiore* (XIII) dopo d' avere nel ſuo tragitto coperto il tronco del N. *oftalmico*.

25. L' *Add. inferiore* naſce più ſotto del precedente anche dal tramezzo; ſcorre carnoſo fra il nervo ſuddetto, e la glandula che occupa la parte interna ſuperiore delle occhiaja, e ch' io giudico *Lagrimale* (*b*), e degenerando in una larga aponeuroſi viene a piantarſi nella maggior conveſſità della parte inferior anteriore del globo, ſopra e più verſo la tempia che non è l' inſerzione del *Depr. poſteriore* (XIX). E' alquanto più lungo del precedente ſuo congenere (*c*).

26. Adombrata così la miología ſpettante immediatamente al *Nerv' ottico*, e al *Globo* ſteſſo degli occhi degli Uccelli, paſſiamo, chiariſſimo Signore, all' eſame del *Globo* medeſimo, notando con qualche diligenza le varietà che le diverſe ſpecie de' pennuti ci preſentano più degne della noſtra conſide-

---

damento de' due Muſculi, che ivi ſi dicono *trochlearis munus ſubiens* il primo, fig. VI. lett. *bb*; *trochleari oppoſitus obliquus & inferior*, il ſecondo, ſia aſſai diverſo dall' oſſervato da me nelle Oche, e nelle Anitre.

(*a*) V. più ſotto al num. LXXX.

(*b*) V. più ſotto a' numeri LXXVIII, LXXIX.

(*c*) Ne' Grandi Alocchi, nelle Civette, nelle Strigi, in ſomma in quegli Uccelli, che hanno il cerchio Sclerotico fatto a canocchialetto, la direzion, e gli attacchi, de' muſculi del globo preſentano varietà sì grande, che il volerle tener dietro nelle ſpecie diverſe ſarebbe un non farla finita mai più.

razione, tenendo ſempre per baſe quello delle Oche, e delle Anitre, nelle quali oſſerviamo primamente come il Nervo *ottico* ſi pianta nella porzion poſterior inferiore interna del globo molto obbliquamente, e a molto più notabile diſtanza dal vero aſſe del globo (I) di quello che mai ſuccede nell'Uomo, nel Cane, nel Gatto (*a*). Diſtanza che varia ſecondo ch'è diverſa la groſſezza reſpettiva de' Globi, e l'ap-

---

(*a*) L'aveva già inſegnato il *Willis*, come indicammo al N. 1., dicendo egli eſpreſſamente. *Nervi optici in nobis, item in cane, in fele (& in cæteris forſan animalibus calidis) ad fundum oculi delati pupillæ regioni proſpiciunt, dum interim in aliis quadrupedibus, uti etiam in piſcibus, & volucribus oblique ſemper tunicæ ſclerodi inſeruntur. De Anima Brut. P. I. cap 7 §. II.*

Il *Willis* non ha uſato della ſua ordinaria eſattezza nell'aſſerire, che i Nervi ottici negli uomini, e negli altri animali a ſangue caldo dal fondo dell'occhio corriſpondono alla pupilla, tutti gli animali ſuldetti avendogli piantati nel globo più verſo l'orlo naſale, che verſo altra parte della cornea traſparente, il che da niſſun de' moderni anatomici è ignorato. Anche nella *Phoca Vitellina* i Globi dell'occhio della quale rappreſentano aſſai bene una neſpola, il ſito della corona della quale continui al eſſere leggermente conveſſo, ho veduto che l'immerſione del Nervo ottico devia notabilmente dall'aſſe diretto della maggior elevazione della cornea traſparente al fondo poſteriore de' globi. Eccone le miſure

Il diametro de' Globi diretto è poll. 1 : 3
verticale poll. 1 : 6
traverſale poll. 1 : 6

L'immerſione degli ottici nel fondo del globo è dal margine naſale della cornea traſparente diſtante poll. 0 : 11
dal marg. temporale poll. 1 : 3
dal marg. frontale poll. 1 : 0
dall'inferiore poll. 1 : 1

La cornea traſparente eſattamente rotonda era larga un pollice, e poteva eſſere quaſi per li tre quarti coperta dalla membrana *nictitante* munita d'un lembo libero foſco ſemicartilaginoſo alto poll. 1 : 1
largo 1 : 4
affiſſo alla congiuntiva robuſta, cedente ed elaſtica per via d'un'ala ſemilunare diſcendente dal canto eſteriore dell'orbita,
lunga 0 : 9
larga 0 : 4

La Sclerotica n'è robuſtiſſima, di color lionato.

La Choroeidèa robuſta, di color ſanguigno-piombino, era coperta, cioè ſeparata dalla Sclerotica per mezzo d'una tela Aracnoeidèa vaſculoſiſſima, ben diſtinta, che vi ſtava affiſſa per mezzo d'una folta ſelva di vaſi, e fra queſti paſſavano pure numeroſi bianchi filamenti nervoſi, che ſcorrevano di dietro innanzi ſerpeggiando prima di naſconderſi nella Choroeidéa.

Dentro di queſta al fondo del Globo vedeaſi un amplo tappeto bianco lattato al centro, da mille forellini bucherato, vellutato, traforato dal Nervo ottico; il qual tappeto occupava i tre quarti della faccia poſterior del globo; in alcuni ſiti era largo lin. 8., ed aveva il margine anteriore terminante come in un vivagno ceruleo, degenerante in nero a miſura che ſcoſtavaſi dal Nervo ottico. Queſto nel fondo del globo formava una papilletta di color cenerognolo, dal contorno della quale ſi ſtendeva innanzi la Retina ſottile, ma diviſibile in lamine. Parea roſſa come vino adacquato, ma tal colore le venia dal vitreo ſottopoſto, tutto roſſo; e l'umor gemente dalla Choroeidéa, e dalla Aracnoeidea, era pure roſſigno, quaſi vinoſo.

La Lente Criſtallina rotonda e in capſula robuſta, pellucidiſſima contenuta, avea per ogni verſo linee nove di diametro, e l emergeva dalla faccia anteriore della capſula vitrea cinque linee.

L'iride n'era bigia, coperta di vaſi vorticoſi molto elevati; e l'umor acqueo nella camera anteriore, molto abbondante avea più del ſanguigno, del vinoſo nel colore, che dell'atramentario.

I Proceſſi Cigliari elegantiſſimi, robuſtiſſimi, han riſalto maraviglioſo dall'atramento che intorno vi è ſparſo.

piattimento loro ne' differenti Uccelli, ma è ſempre più vicina al punto naſale della periferia della *Cornea traſparente*, che a quello che riguarda le tempie, nè alla ſuperiore, nè alla inferiore.

27. Ho ſotto gli occhi il globo d'un Nibbio, che ſi potrebbe paragonare ad una neſpola ſenza corona. Tutto il globo ha di diametro traverſale poll. 1 : 1
di diametro verticale 0 : 10
d'aſſe diretto 0 : 7
Il diametro della *Cornea traſparente* 0 : 6
E' ſpeſſa poco meno di 0 : 1
eppur gode di maraviglioſa traſparenza quantunque l'uccello ſia morto per ferita già da tre giorni.

28. La medeſima C. *traſparente* è unita al margine proſſimo di quindici *laſtre oſſoſe* diſpoſte a raggi ſulla faccia anteriore del Globo mediante una forte *cinghia ligamentoſa*, e vi ſta incaſtrata come la radice dell'ugna ſta nella doppiatura ſemilunare della cute delle dita umane.

29. La ſuddetta *cinghia ligamentoſa* è di color bruno con gli orli biancaſtri tanto dal canto della *ſclerotica*, quanto da quello della *cornea traſparente*; è larga in baſſo appena un terzo di linea, più di due linee in alto, e verſo le orecchie, il che ivi la rende falcata, quaſi ſemilunare.

30. La *ſclerotica* n'è pur anco aſſai robuſta, di color men bruno che il centro della *cinghia*, al di fuori, e ſimile alla feccia del vino, al ſegato ſano, al di dentro del globo. Stendeſi dal termine del Nervo *ottico* fin oltre alle *Laſtre oſſoſe*, che vi ſtanno aderenti per mezzo d'un teſſuto celluloſo robuſtiſſimo, e tutta la minore periferia del *cerchio oſſoſo* fatto dalle medeſime *laſtre* concorre a dare maggior robuſtezza a quella *cinghia*, che vi uniſce la *cornea traſparente*.

31. La parte poſteriore della *ſclerotica* è traforata dal Nervo *ottico* tre linee e mezzo circa più verſo il tramezzo delle occhiaja, e lontano dall'aſſe diretto del Globo; e quivi l'accennato nervo fa un tragitto conſiderabile ſul parete poſteriore del fondo del globo, verſo la orecchia, in un ſolco ſcolpitovi, che continua pure ſulla faccia interiore della *ſclerotica*, del che riparleremo a ſuo tempo.

32. Il numero de' vaſi, e de' nervi, che ſi diramano per queſta

questa tunica, e la traforano per fornirne la *choroeidéa*, e *l'iride*, e le altre sostanze interiori de' globi, è maraviglioso, poichè io medesimo ne ho potuto numerare cento venti ramicelli per globo nelle occhiaja d'un Nibbio, ch'era stato inchiodato ad una porta, ed ivi ad ogni intemperie esposto almeno due anni; più di ottanta in una, e novanta nell' altra occhiaja d'una Gru, d'un Aghirone stati pure altrove lunghissimo tempo affissi, ancorchè tutte le altre parti molli ne fossero state dalle tarme corrose. Confesso però di non essermi curato di distinguer le diramazioni vascular dalle nervose, giacchè l'esiccazione aveale rese indistinguibili.

33. La *choroeidéa* delle Oche, e delle Anitre è veramente nera; e verso l'origine della *Retina* prende un color rosso come la feccia del vino, divenendo ivi più spessa, e facilmente divisibile in varie lamine. Nel Nibbio è di consistenza e robustezza mediocre, pur nera, e divisibile in lamine membranose; sta affissa alla faccia interna della *sclerotica* per numerosissimi vasi, e nervi, oltre ad un arrendevole tessuto cellulare, assai più resistente a' margini del solco per cui trascorre in fondo a' globi il *nerv' ottico* (XXXI) in avanti ed in basso, un po' in fuori, per lo spazio di cinque linee.

34. Da questo solco il Nervo *ottico* getta una quantità di minuti filuzzi midollari paralelli, sostenuti da morbida lanugine corticale, da' quali risulta una specie di *Pettine* lungo quanto è lungo il solco suddetto, inclinato pure al davanti, al basso, e verso la tempia, aderente di modo alla *capsula* dell' *umor vitreo*, che malagevolmente se ne può separare senza scambievoli lacerazioni, e spandimento del *vitreo*. Sul proposito di questo *Pettine*, dependente dalla sostanza medesima del Nervo *ottico* degli Uccelli, leggo nella Storia naturale del Sig. *de Buffon* quanto siegue. „ La seconda (delle membrane di più negli occhi di tutti gli Uccelli, che non si trovano nell'occhio umano) è situata nel fondo del globo, „ e sembra un'espansione del Nervo ottico, che ricevendo „ più immediatamente le impressioni della luce ne debbe per „ coseguenza essere più agevolmente commosso (*a*) “. E nel-

(*a*) „ La seconde (des membranes de plus „ dans les yeux de toux les oiseaux qui „ ne se trouvent pas dans l'homme) est „ située au fond de l'oeil, & paroit être

la nota. „ Negli occhi d'un Dindio il Nervo *ottico*, che „ era situato molto da canto, dopo d'avere forato la sclerotica, e la choroeidéa, si allargava, e formava una rotondità, dalla circonferenza della quale partivano parecchi filuzzi neri, che s'univano per far una membrana da noi tro „ vata in tutti gli Uccelli *(a)*. Negli occhi dello Struzzo " (è sempre il *de Buffon* che scrive) „ il Nervo ottico forata la „ sclerotica e la choroeidéa, si dilatava, e formava una specie „ d'imbuto, d'una sostanza simile alla sua: imbuto, che per l'ordinario non è tondo negli Uccelli ne' quali abbiamo quasi „ sempre trovato l'estremità del Nervo ottico appiattita, e „ compressa nel cavo dell'occhio. Da quest'imbuto usciva una „ membrana rugosa, piegata quasi come una borsa, larga sei „ linee in basso all'uscita del Nervo ottico; terminava all'alto „ in punta; era nera, ma d'un nero diverso da quello della „ choroeidéa, la quale sembra come invernicata d'un colore stemprato, che s'appiccica alle dita, perchè quella membrana era „ penetrata dal suo colore, la superficie del qual è solida.

35. Dal medesimo luogo donde si allunga il *Pettine*, ha principio l'espansione midollare della rimanente sostanza del Nervo *ottico*, dalla qualle risulta la *Retina*, la quale, nelle Anitre specialmente, è molto tenace, mucosa, spessa, e divisibile in lamine. La robustezza della *Retina* si rende manifesta negli Uccelli, e negli altri animali, tagliandola circolarmente colla punta della lancetta a qualche distanza dalla *capsula* del *cristallino*, dopo d'avere con destrezza rovesciate la *sclerotica*, e la choroeidéa, in guisa da formare una con-

---

„ un épanouissement du nerf optique, qui „ recevant plus immédiatement les impressions de la lumiere doit dès-lors être, „ plus aisement ébraulé ".

V. Des Oiseaux Vol. I. pag. 7.

(*a*) „ Dans les yeux d'un Cog indien le „ nerf optique, qui étoit situé fort á coté, „ apres avoir perce la sclérotique & la „ choroïde, s'elargissoit, & formoit un „ rond, de la circonference du quel il „ partoit plusieurs filets noirs qui s'unissoient pour former une membrane que nous „ avons trouvée dans tous les oiseaux. Dans „ les yeux de l'Autruche le nerf optique „ ayant percé la sclérotique & la choroïde, „ se dilatoit & formoit une espéce d'entonnoir d'une sustance semblable à la sienne; cet entonnoir n'est pas ordinairement rond aux oiseaux ou nous avons „ presque toujour trouvé l'extremité du „ nerf optique, & qui alloit en pointe vers „ le haut; ètoit noire, mais d'un autre „ noir que n'est celui de la choroïde, „ qui paroit comme enduire d'une couleur „ dètrempée qui s'attache aux doits; car „ c'étoit une membrane pénétrée de sa couleur, & dont la surface étoit solide ".

V. Memoires pour servir à l'Histoire des Animaux pag. 173. & 303.

cavità in fuori su per lo tronco del Nervo ottico. Allora se si tiene sospeso il globo pel nervo suddetto, la *capsula vitrea* con tutto l'umor, che contiene, se ne disimpegna, e ne sbuccia a poco a poco pel proprio peso, e lascia pendente dal solco, e dalla *papilla ottica*, a foggia di lungo fiocco midollare, mucoso, filamentoso, cenerognolo, la *Retina*.

36. Non vogliamo però attribuir totalmente alla sostanza midollare spandentesi dal Nervo *ottico* la robustezza della *Retina*, perciochè vi concorrono, e molti vasi tenuissimi, e il tessuto cellulare, che la connette colla *capsula del vitreo* per lo quale dalle infiammazioni interne de' globi siamo ammaestrati essere dispersi a foggia di rete plessi d'innumerabili vasellini procedenti da quelli, che nella *retina* si diramano. Diventan rossi nelle infiammazioni, e sono pellucidi nello stato naturale. Il tessuto, di cui favelliamo, alcuni anatomici di chiaro nome, che lo trovarono nell'uomo, e ne' quadrupedi, lo considerarono come una membrana particolare, che distinsero pure col nome di *Aracnoeidea*. Quindi la confusion, e il disordine, che regna nella nomenclatura (*a*) delle membrane costituenti il globo dell'occhio in generale.

37. Mentre che l'*umor vitreo* delle Oche, e delle Anitre, sta rinchiuso nella sua *capsula* mantiene un colorin giallo sudicio; quello de' Galli d'India è più fosco; quello del Nibbio conserva un non so che di rossigno vinoso. E' tenace della sua configurazion naturale, uscendo dificilmente dalle sue cellule (*b*); anzi possono tagliarsene colla lancetta pez-

(*a*) Il *Ruischio* diligentissimo anatomico, prescindendo dalla *Vitrea*, e dalla *Cristallina*, nelle quali non avea potuto far penetrare la materia delle sue injezioni, ne ammettea sei, cioè
la Congiuntiva,
la Tendinosa,
la Sclerotica (da cui non credea differente se non per la sua pellucidità somma la *cornea trasparente*);
la Choroidéa,
la Ruyschiana, e
la Retina. Noi vedremo, che maggior numero se ne dee ammettere, giacchè la notomia ce le presenta.

(*b*) Ne' Grandi Alocchi, nelle Strigi, e di nuovo anche in un grosso Avoltojo, avendo lasciato per poche ore tutto il *vitreo* spogliato dalla *Retina* esposto a' caldi raggi del Sole, sopra la faccia candida d'una carta da giuoco, lo vidi appassito, e destintamente sollevandone la *capsula* comune dalla *nicchia del cristallino* in fuori, colla spalla della lancetta, m'accorsi, ch' erane tutta la sostanza esteriore simile a quella de' granelli, o semi de' pomi granati, che si vanno spogliando della seconda corteccia bianca; o simile a' limoni seccati al Sole, a' quali tolta la buccia esteriore si va sollevando l'altra più molle, biancastra, lasciandone in sito la sugosa disposta a granelli anch' essa.

zi per ogni verſo ſenza che l' *umore* ſubito ſe ne ſpanda, ſebbene a poco a poco il più fluido ſe ne sbrighi, e tutto, preſcindendo dal membranoſo, ne ſvapori. Ciò non oſtante negli Uccelli non è tanto attaccaticcio, nè tanto ſeguace, quanto l' umano.

38. La *Nicchia* nella quale il *vitreo* riceve alla ſua faccia anteriore la *Lente criſtallina*, è aſſai profonda; e queſto brillante traſparentiſſimo corpo è attorniato, e mantenuto fiſſo nella *nicchia* ſuddetta per mezzo delle ſeguenti mirabilmente adattate, ed eleganti congegnature.

39. In primo luogo la continuazion della eſterior *lamina* della *capſula vitrea (a)*, la quale ſi ſcoſta dalla interiore, quando arriva alla perifería del *criſtallino*, per cuoprirne tutta la faccia anteriore, vi laſcia uno *ſpazio triangolare* tutt' attorno pieno d' umor acquoſo, ſvaporata porzione del quale negli occhi, o eſtratti dall' orbita già da qualche tempo, o altramente appaſſiti, quello ſpazio reſta viſibile anche ne' più minuti Uccellini; e può empierſi di vino con uno ſchizzatojo.

40. In ſecondo luogo è da oſſervarviſi una belliſſima *cinghia*, nera alla ſuperficie, candida interiormente, la quale ſi getta ſulla perifería della *nicchia del criſtallino* con piccioli denti bianchi, diſpoſti in giro come quegli artificioſi, con cui nel nicchio loro metallico ſono trattenute le gemme, detta *Ligamento cigliar minore, o interno*. Que' denti occupano l' orlo centrale della *cinghia*, e dall' altr' orlo della medeſima più lontano dal centro ſi allungano innumerabili raggi neri, punterellati, tingenti in nero le dita, che gli toccano, d' una gran finezza, tra i quali ſi vedono filuzzi bianchi, nervei, incollati ſulla faccia anteriore della *capſula del vitreo*, e diramantiſi verſo la *nicchia del criſtallino* ſopra e ſotto del quale viſibilmente ſi allungano: dico viſibilmente allorchè ſi leva via alquanto di quella nera ſoſtanza ſtriſcian-

(a) Anche a queſta *lamina* della *capſula vitrea*, che tiene incaſſato il *criſtallino* ſulla faccia anteriore del *vitreo* fu dato il nome di *tela aranea*; e *Ruggier Bacone* fu per avventura uno de' primi ad oſſervare ne' groſſi animali, che *in hac continetur corpus glaciale, vel criſtallinum*, e s' immaginò, che le grinze di queſta, detta da altri *Tunica araneoſa*, e della *cornea Lucida*, come ſegue alla pelle de' vecchi, poteſs' eſſere cagione della confuſa viſta di queſte perſone. V. *Rug. Bacon. Perſpectivæ Diſtinct.* 1. *cap.* 1., e cap. 3.

dovi ſopra con deſtrezza il filo della lancetta, o dello ſtecco di penna, di cui frequentemente mi ſervo in queſte ricerche; gli diſtinguo col nome di *Proceſſi minori cigliari interni*.

41. Il *Ligamento cigliar minore* a dentature argentine, che circonda il *criſtallino*, nel Nibbio laſcia alla faccia anteriore dell'accennata *lente* uno ſpazio libero per lo paſſaggio de' raggi viſuali, affatto circolare, che ha quattro linee di diametro. Quella porzione poi dell'orlo centrale, cui mediante il ſuddetto *minor Ligamento cigliare* ſi appoggia ſulla perifería del *criſtallino*, è larga due linee e un quarto, oltre alle due linee di larghezza, che ha la ſua porzion radiata, che fregia la faccia anteriore della *capſula vitrea*.

42. Alla vaſta erudizione voſtra, chiariſſimo Signore, nulla sfuggì di quanto hanno ſcritto d'importante ſopra queſti organi dilicatiſſimi, e ſpecialmente ſulla *capſula del criſtallino*, ſul *Ligamento cigliare*, e ſugli uſi loro per le modificazioni della viſta ſul fine del precedente ſecolo, e ſul principio del corrente, e il *Briggs* (*a*), e lo *Sturmio* (*b*), e il *Keil* (*c*), e il *Cowper* (*d*), e il *Grew* (*e*), non che le più recenti oſſervazioni che dopo le belliſſime, ed originali pubblicate dal mio ſempre pianto, e ſempre deſiderato maeſtro *Ambrogio Bertrandi* (*f*), ſi fecero da' Notomiſti dilicatiſſimi più recenti. Sopra tutto poi avendo voi tenuto dietro al Maeſtro voſtro immortale *Morgagni*, e illuſtrato con tanta gloria voſtra, e vantaggio del pubblico i preziosiſſimi lavori del *Santorini*, nulla vi è naſcoſto di quanto s'appartiene a queſti organi conſiderati nell'Uomo; perciò è inutile ch'io vi prieghi d'oſſervare, che queſte fibrille del *Ligamento cigliare minore* viſibili negli Uccelli, nol ſono del pari negli uomini, i quali non avendo il *pettine* (che negli Uccelli perpetuamente ſi trova (XXXIV, e XXXV)) mancanò del punto principale d'appoggio, o fiſſo, dal quale ſcorrendo di dietro innanzi ſulla *capſula del vitreo* fra la molle teſſitura

(*a*) Ophtalmographia, e Nova Viſus Theoria.

(*b*) Exercitation. Acad. de viſ. organ. & ratione.

(*c*) Anatome.

(*d*) Not. ad Anatomen *Bidloi*.

(*e*) Deſcriptio anatomica Urſi.

(*f*) *Ambroſii Bertrandi Diſſertationes Anatomicæ. De Hepate, & Oculo. Auguſtæ Taurinor.* MDCCXLVIII. 4.o

della *retina*, e i filamenti nervei, che la compongono, costituendone per così dire *l'ordito*, vengono a terminare dattorno al *cristallino*, a un dipresso come i tendinucci dell' interior del cuore spiccandosi da' musculi papillari de' ventricoli, si portano, colle loro espansioni simili a valvule piramidali, a' contorni degli orifici auriculari del cuor medesimo. Il *pettine*, che alla sua base è realmente musculoso, dà origine a' sottilissimi filamenti, che giunti dintorno alla *lente cristallina* formano il *ligamento cigliare*, il che contribuisce a render capaci gli Uccelli di far corrispondere gli umori degli occhi a tutte le convergenze, e divergenze de' raggi procedenti dalla varietà de' mezzi, che percorrono. Lo stesso *pettine* poi, e il *Ligamento cigliar minore* sono attaccati, incorporati nel *vitreo* di modo, che malagevolmente si possono separare; per la qual cosa tutt' i movimenti del *pettine* sono comunicati al *vitreo*, e per via del *Ligamento* alla *capsula del cristallino*: quindi è che il *vitreo* si risente delle alterazioni possibili nella figura e ne' moti del *cristallino*, come le alterazioni del *vitreo* al *cristallino* è giuoco forza che vengano comunicate: ma sopra tutto converrà pure che talvolta il *cristallino* si appiattisca, e si allarghi, altre volte acquisti maggiore convessità, e ne diminuisca la larghezza: ora si accosti al fondo del globo, ora dal medesimo si allontani per avvicinarsi alla *cornea trasparente*, se il *Pettine* giuoca.

43. Anche i Pesci, conformi in molte cose agli Uccelli, in questa particolar disposizione dell' interno degli occhi, si conformano con questi; ed a questo effetto la *choroeide* loro ha una sostanza musculosa, che circonda il Nervo *ottico* per un certo tratto, dalla quale si allungano filamenti divergenti indietro, convergenti poi, superata in avanti la maggiore convessità del *vitreo*, e diretti alla *capsula della lente cristallina* molto più rotonda, e molle alla superficie, che in altri animali grossi. Ma questi scorrono fra le lamine della *choroeide*, che trovo in gran parte separata dalla faccia interiore della semicartilaginosa, o squamosa loro *sclerotica*, forse affinchè quella abbia maggior libertà di agire sopra il *vitreo*, ed il *cristallino*.

44. Soggiungerò per ultimo l' osservazione del *Bertran-*

di (a), che ſerve a dilucidar quel poco, di cui ho giudicato a propoſito di rendervi partecipe intorno a queſti maravglioſi ordegni. „ Negli Uccelli " (dice il mio Maeſtro)
„ ſotto la choroeide ſtendeſi una certa membrana detta *Mar-*
„ *ſupio-nero*, la qual è realmente negriſſima. Non forma un
„ concavo, ma ſi allunga dal nervo ottico, e per lo più
„ ſoltanto dalla parte ſuperiore della concavità dell' occhio.
„ La figura n'è romboidèa, e da tutte due gli angoli ſupe-
„ riori della medeſima ſi allunga una fibrilla bianca tenuiſ-
„ ſima, che ſi ſtende fin nella tunica *hyaloide* del criſtallino.
„ Manca nell' Uccello Ballerina: io però nell' Alocco vidila
„ compoſta di certe fibre oſcurette procedenti dal Nervo ot-
„ tico, fra le quali ſenza dubbio erano intrecciate fibre aſ-
„ ſolutamente carnee ".

45. Nell' Anitre, e nelle Oche la faccia poſteriore del *criſtallino* è ſtranamente conveſſa, mentre che l'anteriore n'è appena curva; e leggiermente premutolo, o battutolo da un lato, rompe la *capſula* nel fianco oppoſto, e preceduto da una poca d'acquerella ſcatta fuori della *nicchia*.

46. Quello del Nibbio ha la faccia anteriore più conveſſa, e non poco appiattito il lembo della medeſima più vicino alla perifería; difficilmente sbuccia dalla *capſula* ſe queſta punta non viene ad arte, o feſſa; il che facendoſi, e ſeparatane intieramente la *lente* ſi trova coperta d'una *tunica ſua propria*, che le dà in tutto cinque linee di diametro verticale, e quattro d'aſſe diretto, il che coſtituiſce un corpo molto maggiore, che non è nell' Anitra, Uccello aſſai più groſſo del Nibbio, nella quale il diametro vertical della lente è l. 3 + 3 : 4, l'aſſe l. 2 + 3 : 4. Rotta puranco nel Nibbio la *tunica propria* del *criſtallino* elaſtica, e pellucidiſſima, ne ſprizza fuori una poca d'acquerella glutinoſetta, che al contatto dell' aria diventa latticinoſa, e la

(a) XXXVI. *In avibus choroïdi ſubſternitur membrana quædam, quam* Marſupium nigrum *vocant, quæ certe nigerrima eſt, neque calicem efficit, at ex nervo optico, ut plurimum ſolum ex ſuperiore parte concavitatis oculi protrahitur, figura rhomboidea, ex cujus ſuperiore alterutro angulo, fibrilla albida, tenuiſſima educitur, quæ hyaloidem cryſtallini tunicam continuatur, eaque deficit in* Ave *ſaltatatrice: ego autem in Ulula fibris quibuſdam ſubobſcuris, quæ e nervo optico prodirent, contexi obſervavi, quibus certe fibræ omnino carneæ erant interjectæ.*

V. De Hepate & oculo pag. 64.

tunica si separa agevolmente dal *nocciolo cristallino*, che allora conserva soltanto quattro linee di diametro, e due e mezzo d' asse. Nell' Anitra in tale stato la *lente* priva della sua tunica, e del liquor accennato conserva tuttavia tre linee e più di diametro verticale, e due linee e mezzo d'asse.

47. Nel Barbagianni detto *Gran Duca*, o *piè di lepre* da' franzesi, ho trovato i *cristallini* con otto linee d' asse, e cinque di diametro verticale, simili a due mezze sfere ugualissime appoggiate ad un breve cilindro d' ugual diametro, il tutto formante un corpo solo elegantissimo (*a*). Questo (come il *cristallino* del Nibbio) vestito ancora della *tunica sua propria*, ha un non so che di fosco, o appanato, cenerognolo, e quadruplica gli oggetti minuti su cui si applica;. spogliato di quella appena gli duplica, e appare nitidissimo, trasparentissimo, e restando molle e facile a ridursi per ogni minima pressione in bricciole, in lische curvilinee, cioè concave all' interna o centrale, convesse all' opposta faccia, la rottura, o separazion d' ogni strato delle quali inclina a tenere sopra amendue le faccie del *cristallino* il qui rozzamente espresso tenore (*b*). Sono brillanti, e glutinose-friabili come la gelatina consistente, e conservano questa loro divisibilità e friabilità fin che la *lente* non è ridotta alla quarta parte del suo natural volume: allora il nocciolo irregolarmente globoso che rimane, si sente molto più solido al tatto, e prende il color, e il luccicante de' frangimenti del ghiaccio.

48. Più facile a ridursi in quelle gelatinose lamine convesse davanti, concave a tergo, è il *cristallino* delle Anitre, meno quello delle Oche, e meno ancora quello de' Dindj della medesima età. Nelle Oche vecchie, e in due vecchissimi Papagalli

(*a*) Il *Duhamel* ci ragguaglia, che l' Uccello *Cormorante* ha il *Cristallino* globoso come i pesci „ perchè ha bisogno di vede„ re, e di tener dietro sott' acqua alla „ preda.

(*b*) So quanto è da questa differente la figura de' diversi centri, da' quali partono le lische cristalline, lasciataci dal rinomatissimo *LeeuWenhoeckio*, e nelle Transazioni Filosofiche Numm. 165, e 293; e negli *Arcana Naturæ* ec., e confesso che ne' *cristallini* umani, e quadrupedini, ho ravvisato ancor io a un di presso quella struttura, ch' è espressa da quel grande osservatore; ma nel Grande Alocco, e nel Nibbio, la disposizione delle lische cristalline suol essere come io la ho abbozzata.

Pappagalli ſopra tutto, e in alcuni Corvi molto groſſi, ed antichi, lo trovai molto più reſiſtente, che non in verun occhio d'uomini vecchiſſimi, ſe pur da principio di cataratta non erano contaminati. Perciocchè nelle cataratte umane, dal molle, dal friabile della gelatina, ho trovato, che i diverſi *criſtallini* paſſavano ſino al coriaceo de' porri, che ſi elevano ſulle mani, e alla durezza de' *criſtallini* ſottomeſſi alla lunga azion dell'acqua bollente (*a*). Lo ſteſſo dicaſi della loro traſparenza.

49. Oſerei proporvi, ſperimentatiſſimo Signore, le mie idee, tratte da una ſerie d'oſſervazioni anatomiche, e patologiche, intorno alla produzione, e alla conſervazione de' *criſtallini*, e della *tunica loro propria?* Parmi di poter derivare e l'una, e l'altra; e di poterne ſpiegare molti fenomeni morboſi, tenendo dietro a quel tronco d'arteria, che penetra nel globo degli occhi, proprio nel centro de' *Nervi ottici*. Queſta ſerpentinamente ſcorrendo, e diramandoſi nel centro del *vitreo*, pervenuto alla *nicchia del criſtallino* con un tronco notabile, e con una ſerie di rami laterali, tutti veſtiti di tenuiſſima polpa nervoſa, rapita ſeco dal nervo *ottico*, s' impiegano il tronco a coſtruire le multiplici liſche curvilinee, di cui è compoſto il *criſtallino*, a nutrirle, a ripararle, a tenerle vive, e congiunte per via della conveniente celluloſa, diramandoſi dal centro alla circonferenza del *criſtallino*: i rami laterali della polpa nervoſa veſtiti, s' impiegano, diſſi, a fornire la ſuperſicie del *criſtallino*, e la *tunica propria* di eſſo, de' mezzi di ſuſſiſtenza, e di vita, de' quali abbiſognano. Mi ſono aſſicurato più volte di queſta influenza dell'arteria ottica ſpezialmente ſu tutto ciò che riſguarda la *tunica*, e la *lente criſtallina* ſu groſſi Gatti, e poi ſu due groſſe Pecore da macello, che in tempo d'inverno feci ſtrozzare lentamente, appendendo e quegli, e queſte con un laccio ſcorſojo, indi facendone agghiacciar le teſte, ammaeſtrato in queſto da voi (*b*), e dal voſtro allievo il

(*a*) Ne' diverſi *criſtallini* di molte ſpecie di Uccelli, fatti bollire, ho riconoſciuto, che ha ſtrati come que' delle cipolle, ma partenti da centri diverſi delle due faccie, ſono diſpoſte le tenui liſche di ſoſtanza condenſabile, di cui ſono formati.

(*b*) Per via delle elegantiſſime e dottiſſime Note e ſpiegazioni alle Tavole Poſtume Santoriniane. Parma 4to grande.

Sig. Dott. *Gennari* (*a*). Anche in due Galli d'India ſtrangolati lentamente, e laſciatene agghiacciar le teſte, col mezzo d'una lente ordinaria ho ravviſato quanto diſſi, benchè meno chiaramente; e in ultimo luogo negli occhi magnifici d'un Grande Alocco. Delle oſſervazioni patologiche ond'è corroborata queſta mia opinione, tratto diffuſamente in un' operetta diſtinta.

50. Prima di favellare dell' *Umor Acqueo* è neceſſario dire qualche coſa delle *camere*, nelle quali è contenuto, ſpecialmente negli Uccelli. In queſti come negli Uomini, e ne' Quadrupedi la *choroeidéa* continuando il ſuo corſo in avanti dalla immerſion del Nervo *ottico* nel globo, tappezza tutta la faccia interior della *ſclerotica* fino al lembo anterior circolare, che fiſſa il limite fra queſta, e la *cornea traſparente*.

51. Queſto par eſſere il punto, in cui la *choroeidéa* ſi attacca più tenacemente alla parte anterior interna del globo, formandovi una *cinghia cenerognola*, la ſuperficie interior della quale è tutta *pieghette* diſpoſte a raggi, molto più bianche del rimanente della *cinghia*, ſebbene ſi trovino immerſe in molto di quell'inchioſtro, che offuſca la parte anteriore del *vitreo* intorno al *criſtallino*; e quella *cinghia* è ſtata detta dal più degli anatomici *Ligamento cigliare*; e quelle *pieghette* biancheggianti, che ſtanno ſotto di eſſa prominenti indentro, propio nell'angolo che fa il lembo anteriore della *choroeidéa* congiungendoſi col *diaframma* dell'occhio, detto dal vulgo l'*Iride*, ſon nominate *proceſſi cigliari*.

52. Io poi negli Uccelli, ed altrove intorno al *criſtallino*, ſul margine del *nicchio* fatto dal *vitreo*, avendo pur oſſervato e un'altra *cinghia* candida, e ſopra quella diretti fra la *retina*, e la *capſula vitrea* filuzzi biancheggianti, per niſſun verſo continui con que' de' *proceſſi cigliari*, incollati ſulla *choroeidéa*, e prolungati ſulla faccia poſteriore dell' *iride*, ho creduto conveniente di dar a quella e a queſti il nome di *Ligamento cigliare minore*, e di *proceſſi cigliari minori*, o *interni*, come avrete oſſervato quà dietro (*b*).

(*a*) Coll' opera: De peculiari ſtructurâ cerebri ec. Parmæ ex Regio Typographeo M. DCC. LXXXII. 8.o

(*b*) Numm. XL. XLI.

53. Il *Diaframma* poco prima accennato, o ſia l'*Iride* (*a*), nome che negli Uccelli non merita, perch'è ordinariamente d'un ſol colore, cenerognolo nelle Anitre, giallo-biancaſtro nel Nibbio, giallo-arancio ne' Grandi Alocchi, ſanguigno in qualche Pernice (*b*), partendo dall' anterior lembo della choroeidéa (LI.), in vece di portarſi aderente alla *cornea traſparente* in avanti per compire il giro anteriore dell'interno pariete del Globo, rivolgeſi verſo l'aſſe dell' occhio, avvicinandoſi al quale vi laſcia un forame capace per lo più di ſtringimento, e d'ampliazione, conoſciuto col nome di *Pupilla*. Queſto *diaframma* divide lo ſpazio, che v'ha tra la faccia anteriore del *criſtallino*, e la interiore della *cornea traſparente* in due voti diſuguali, l'anterior de' quali è aſſai più capace, detti *Camere*, e occupati dall'*umor Acqueo*.

54. Nella maggior parte de' Quadrupedi il *Diaframma* degli occhi è alquanto conveſſo in avanti, e ſpecialmente in quelli che hanno aſſai voluminoſo il Globo. Nè minori ſembra piatto, quando la *pupilla* è più dilatata, alquanto conveſſo poi nel ſommo ſtringimento della Pupilla, il che ho pur oſſervato più e più volte ne' mobiliſſimi *Diaframmi* (*c*) de' *Grandi Alocchi*, de' *Guſi*, delle *Strigi* e delle *Civette*; ne' primi ſpecialmente de' quali ho veduto patentiſſimamente, che il margine, l'orlo della riſtretta pupilla è terminato per via d' un finiſſimo fraſtagliamento, come da una ſerie in giro di punterelli d'oro, con una tenuiſſima coda rivolgentiſi in dietro, diviſi da ſpaziolini appena appena diſcernibili; nella ſomma dilatazione il margine dell orlo alla fac-

(*a*) Quello d'*Uvea*, che molti gli danno, mal gli conviene, perchè in niſſun animale a me noto ha ivi il colore dell' acino della uva.

(*b*) Il color vario dorato ſplendido, e bruno, che ha ne' Serpenti, nelle Vipere, e in alcune ſpecie di Lucertole, è lontaniſſimo da' colori dell' Iride, e dell' Uva.

(*c*) Ad onta della più ſcrupoloſa attenzione mai non ho ſcoperto mobilità nelle *Pupille* de' Serpi, e delle *Vipere*, che ſono per l' ordinario aperte elitticamente, il diametro maggior di tale apertura ſendo diretto da un canto all' altro dell' occhio. Il *diaframma* n' è patentemente conveſſo; il margine della *pupilla* guernito d'un orlo dorè, ſaldo ſul lembo fiſſo, punterellato ſu quello, che negli Uccelli è tanto mobile. E' poi da notarſi la *congiuntiva*, che in queſti rettili ſalda come un talco, coſtrutta come il criſtallo d'un oriuolo da taſca, ſi ſepara faciliſſimamente dalla faccia anteriore del Globo ſenza che queſto punto ne ſoffra. In fatti nello ſtato naturale il Globo ſi muove dietro a queſta *congiuntiva*, laſciandola affatto immobile.

cia anteriore formava pieghe concentriche, visibili anch' esse ad occhio nudo, simili alle onde, che in un gorgo d' acqua limpida eccita la caduta d' un sasso.

55. Ne dedurrei pur volentieri, che l' *Iride*, o sia il *Diaframma* dell' occhio degli Uccelli comprenda tre strati di fibre, o di vasi, l' anterior, e il posterior de' quali siano intrecciati come que' de' muscoli orbiculari delle palpebre, e que' di mezzo a raggi diretti dalla *choroeide* alla *pupilla*, posto che lavata ben bene quella faccia del *diaframma* dall' *atramento*, le pieghe concentriche mentovate nel numero precedente vi si discernono.

56. Non vi crediate però, Signore, che quando dico diretti dalla *choroeidéa* alla *pupilla* i raggi del *Diaframma*, indicar voglia la *choroeidéa*, e il *Diaframma* essere continuazion d' una stessa medesimissima sostanza. Troppe fiate ho (eziandio non volendolo) separato il margine anterior di quella dal lembo fisso di questo, senza orma di lacerazione sofferta; e troppe fiate ne' Gufi, e ne' Grandi Alocchi (per non parlar de' quadrupedi e degli uomini) ho separato con somma facilità, e disgiunta la sola *Iride* dal vicin termine della *choroeidéa*, vale a dire da quella cinghia, che dissimo *Ligamento cigliare* (a).

57. Il *Diaframma* del pari, che la faccia anteriore della *capsula* fornita al *cristallino* dalla tunica del *vitreo*, e la faccia interiore concava della *cornea trasparente*, sono tappezzati da una sottile assai resistente *membrana* detta *Acquea*, perchè serve a contenere l' umor *Acqueo*, da cui sono occupate le due *camere* comunicanti per via della *pupilla* sempre tonda nelle Oche, nelle Anitre, e nel Nibbio, che ne ha l' orlo molto più inclinato verso la *cornea trasparente*, di quello che in altro Uccello abbiam' io veduto mai, se non forse nel *Barbagianni*, quando vivissima luce costringe quest' Uccello notturno quasi quasi ad annular la *pupilla*.

58. E il *Barbagianni*, e 'l *Nibbio* hanno di color giallo-biancastro, rugosa, e fioccosa, sparsa di vasi vorticosi la faccia posteriore del *Diaframma*, benchè annerita dall' *atramen-*

(a) Num. LI.

to; e fra le *pieghette* del *ligamento cigliar maggiore* si veggono a scorrere molti filuzzi nervei procedenti in parte da quelli, che serpeggiano, e si diramano tra la *sclerotica*, e la *choroeidéa*; in parte da quelli, che fra l'*albuginea*, e la *sclerotica* diramandosi passano nell' incastro della *cornea trasparente* nel margine anteriore della *sclerotica*, traforando in varie direzioni la *cinghia*.

59. L'umor *Acqueo* esser facile a rigenerarsi dopo d'essere stato per ferita evacuato dalle *camere* dell' occhio, sembra stato dimostrato prima negli Uccelli, che in altri animali, il vulgo avendo per costante ciò succedere nelle Rondinelle acciecate per virtù della celidonia, come ricaviamo da *Plinio* il naturalista. *Galeno* però ci dà ragguaglio d'un ragazzo, il quale perduto per ferita alla *cornea trasparente* l'*umor acqueo*, ricuperollo; ne andrò cercandone esempj fra i più recenti osservatori, bastando per tutti *Realdo Colombo*, il *Rodio*, il *Tulpio*, il *Verzasca*; e per ciò che spetta a tale rigenerazione negl' occhi delle Oche la bella e decisiva osservazion del *Majore* (*a*).

60. Diciam ora qualche cosa del mirabile adornamento, e sostegno del *Globo*, che osservasi negli Uccelli, parlo di quella serie di lische ossose, cornee, veramente *sclerotiche*, delle quali è munita la parte anteriore del Globo stesso, affisse al lembo esteriore, o perifería della *cornea trasparente* per mezzo d'una robusta *cinghia filamentosa*, che ne fregia, ed avvalora il contorno. Questa serie costa, in tutti gli Uccelli, che ho sottoposti alle mie osservazioni, di quindici lastre, o lische sclerotiche, in alcuni biancastre, in altri bigie; negli Uccelli notturni, come sono i Barbagianni, le Strigi, le Dame, color di caffè, o lionato; e in tutte le specie variane la figura, e la lunghezza relativa alle dimensioni delle altre parti degli occhi loro. Qui non farò paro-

(*a*) Il Dottor *Daniello Major* alla presenza di molte persone fece uscire dagli occhi d'un' Oca tutto l'*umor acqueo* l'anno 1670, sicchè quel volatile parea del tutto accecato. Si tenne in gelosa custodia, e senza l'uso di medicamento veruno essendosi ristabiliti gli occhi nella primiera loro natural pienezza, si aspettò il termine della settimana dall' acciecamento, e l'Oca presentata dal *Major* alla presenza di trenta spettatori, si trovò sanissima, e dotata di buona vista. Ved. Ephemerid. German. Tom. I. Addit. Observat. 117.

la eccetto di quelle del Nibbio, del Barbagianni, e dell' Aquila, e nominerò quest' organo in generale *Cerchio sclerotico laminoso*, posto che non sovviemmi ch' altri fin ora con nome particolare lo abbia disegnato.

61. Le quindici Lische biancastre, convesse all' esterno, concave alla faccia interiore del globo de' Nibbj formano un cerchio disuguale di larghezza, perchè le lische più vicine al canto interno delle orbite sono lunghe poco meno di lin. 2 :

le altre arrivano, a misura che s' accostano al canto esterno, alle lin. 3 :

La maggior perifería esterna è		lin. 11 :
La minore perifería esterna		lin. 10 :
La perifería interna, da cui si eleva la cornea trasparente, è rotonda, ed ha di diametro		lin. 7 :
La perifería dunque esteriore del *Cerchio Sclerotico Lamin.* del Nibbio è	Poll. 2 :	lin. 9
La perifería minore, e conseguentemente il contorno della *cornea trasparente*	Poll. 1 :	lin. 9
La elevazione dal concavo del globo		lin. 3 :

Il margine della minor perifería fa un risalto considerabile in fuori, e in avanti, e serve a cuoprir quello della perifería della *cornea trasparente*, che colla sua faccia esterna prende aderenza alla interiore del margine stesso del *cerchio*.

Le lische ne sono disposte a raggi di maniera, che un lembo d' una copre il vicino lembo dell' altra, come si osserva delle penne rettrici delle ale degli Uccelli, o delle estremità delle tegole su per i tetti.

Finalmente il seno fatto da tutte insieme interiormente è profondo lin. 3 :

Non sono tutte d' uguale larghezza, alcune arrivando appena alla linea, ed altre alle tre + 1 : 2

I lembi, e le estremità ne sono taglienti, irregolarmente frastagliate.

Il corpo n'è pieghevole ed elastico.

Pieghevolissimo il complesso, cioè il *cerchio* che ne risulta.

Nascoste fra la *Congiuntiva*, e la *Sclerotica*, sotto quel

cerchio più ſottile che altrove, non interrompono però il commercio tra queſte due membrane, tra le liſche paſſando filuzzi nervei, ramicelli di vaſi (*a*), e lembi di cellulosa, onde vengono tenacemente unite. Anzi alcune delle Liſche ſono viſibilmente traſorate per dare più libero paſſaggio a' vaſi, e a' nervi deſtinati alle parti interiori del globo, e viceverſa.

62. Nell' Aquila le liſche naſali ſon lunghe	lin.	4 :		
le temporali	lin.	5 :		
la maggior perifería eſterna ha di diametro	lin.	16 :		
la minore	lin.	14 :		
la perifería interna	lin.	9 :		
Dunque il contorno maggiore è di	Poll.	4 :		
il minore	Poll.	2 :	lin.	3
Il ſeno non n'è maggiore di	lin.	4 :		

La ſolidità delle liſche è proporzionata alla eſtenſione.

63. Nel Barbagianni queſto *cerchio* è coſtrutto in modo, che male non ſi paragonerebbe al canocchialetto di cui ci ſerviamo ne' teatri, o a quell' arneſe a foggia di cono voto, in cui s' incaſſano le lenti per ſervircene ad oſſervar gli oggetti minuti. Le miſure preſevi sù col piè di Parigi danno i riſultati ſeguenti.

Tutto il globo intero eſſendo		poll. 1 :	lin. 4	
la parte poſteriore del medeſimo dal canto naſale delle orbite al temporale occupava	1 :	6 :		
le liſche ſclerotiche erano lunghe				
in alto	0 :	11 :		
in baſſo	0 :	10 +	1 :	2
verſo il naſo	0 :	8 +	1 :	2
verſo le tempie	0 :	10 :		
Il diametro perpendicolare n' era di poll.	1 :	4 +	1 :	2

Quindi la perifería poſteriormente n' era più di quattro pollici.

(*a*) I vaſi ſono d' ogni genere, cioè arterioſi, venoſi, e acquoſi, o ſia linfatici, del che le injezioni, le macerazioni, gli agghiacciamenti mi hanno convinto e oſſervandogli con occhio nudo, e con occhio armato conſiderandogli.

La parte anteriore del medeſimo Globo eſſendo quaſi rotonda, occupava di ſpazio verticale o : lin. 10 :

La *cornea traſparente* alquanto inclinata verſo le narici, e in baſſo, avea di ſeno (*a*) o : 7 + 1 : 2
ed era affiſſa al *cerchio ſclerotico laminoſo* per una cinghia nera in certi luoghi larga mezza linea, maſſimamente verſo le narici, ma in alto s'accoſtava a tre linee di larghezza, filamentoſa e rugoſa.

L' *Iride* mobiliſſima alle variazioni della luce, tinta d'un vivaciſſimo color giallo aranciato, viſibilmente fioccoſa, e ſparſa di vaſi vorticoſi pieni d'umor giallo, formava un *diaframma* largo dalle lin. 2 + 1 : 4
alle lin. 6 :
di modo che la pupilla alla viva luce avea di diametro mezza linea, al bujo avea lin. 7 :

Le liſche del *cerchio ſclerotico* ſono arcate di maniera che la concavità riguarda in fuori, e la conveſſità loro è verſo l'interno del globo: ne ſono più curve le naſali, indi le temporali; meno le ſuperiori, e ancor meno le inferiori.

Oſſerviſi, che dove manca porzione di qualche liſca, ivi il *cerchio* è compiuto da certi *frammenti ſclerotici*, i quali qui tengono le veci delle oſſa Wormiane alle ſuture del cranio.

Siccome la perifería di queſto *cerchio* reſta molto più grande all'indietro, ed è compiuta dallo ſteſſo numero di liſche come al davanti, in tutti gli Uccelli; così è naturale, che l'eſtremità di cadauna liſca più diſtante dalla *cornea traſparente*,

---

(*a*) Dans les oiſeaux les yeux ſont proportionnellement beaucoup plus grands que dans l'homme, & dans les animaux quadrupédes. „ Così il *Buffon*. Diſcours ſur la nature des oiſeaux. Vol. I. Hiſtoire natur. des Oiſ. pag. 11 ". Le Globe de l'oeil dans une aigle femelle avoit, dans ſa plus grande largeur, un pouce & demi de diametre. „ V. *Buffon* Memoir. pour ſervir à l'Hiſt. des Animaux. Par. II. pag. 257 ". Le Globe de l'oeil de l'Ibis avoit ſix lignes de diametre. L'oeil de la Cigogne ètoit quattre fois plus gros. „ Ibid. Tav. III. pag. 484 ". Le Globe de l'oeil dans le Caſoar ètoit fort gros à proportion de la cornée, ayanr un pouce & demi de diametre, & la cornée n'ayant que trois lignes. „ Vid. Par. II. pag. 313.

trasparente, sia considerabilmente più larga dell'opposta, il ch'è assai più manifesto nel Barbagianni.

64. A riguardo del Globo non mi resta eccetto da accenare, la *Cornea trasparente* essere negli Uccelli molto più prominente in avanti di quel che sia in nissun'altra specie d'animali a me cognita, sebbene la faccia anterior degli Uccelli diurni *(a)* siane la più appianata. Del resto è spessa, robusta, e non divisibile in lamine senza lacerazione, o violenza; non continua colla *sclerotica*, ma incastrata nella medesima e nel *cerchio laminoso*, come il cristallo è negli oriuoli da tasca, corroboratone l'incastro col mezzo di *cinghie ligamentose (b)*, del *ligamento cigliare*, di cellulosa, e di vasi e nervi *(c)*.

65. Or affinchè poco più resti a desiderarsi circa la notomía di queste parti negli Uccelli, che ho sottoposti al mio scalpello, chiuderò questo già forse troppo lungo capitolo con alcune coserelle relative alle *Palpebre*, alla *Membrana Nictitante*, e alle *Glandule* nelle orbite degli Uccelli contenute; e per più facile intelligenza di quanto prenderò a dirne, permettetemi, chiarissimo Sig., che si premettano le notizie seguenti.

66. Sovvenendoci, che l'apertura delle orbite degli Uccelli in generale è circoscritta per tre quarti della perifería da margini ossosi; la quarta parte inferiore sendone fatta (se ne eccettuiamo i Pappagalli, che le hanno circoscritte da perfetto cerchio ossoso) da un forte ligamento, e dalle porzioni carnose ed espansioni aponeurotiche d'alcuni musculi, non dimenticheremo l'arco, che ne descrive i due terzi superiori, nè l'incavatura nasale, nè le due apofisi *(d)* da cui è limitata, una delle quali è più picciola, situata in alto, e detta perciò *Apofisi orbitaria superiore*; l'altra più grossa,

(*a*) Ho detto *Diurni*, perchè ne' *Notturni* suole anzi essere molto più prominente, e convessa, come le misure da noi prese, e negli articoli precedenti indicate di leggieri ne persuadono.

(*b*) Ved. *Bertrandi* de Hepate & Oculo. Ediz. 1748. 4to pag. 55. §. XV. „ Demours Acad. Roy. des Sciences Paris. An. 1741., per ciò che risguarda l'incastro della cornea trasparente nella sclerotica in generale. *Brisseau*. De cataracta & Glaucomate ". *Hoin* appresso al *Janin*. Memoires & Obs. Anatomiques &c. sur l'oeil. Lyon 1772 8vo

(*c*) Vedasene la bella ed esatta descrizione che ne diede il *Bertrandi*, l. cit. pag. 53. §. XII.

(*d*) Ved. Vol. I. pag. 762, e segg.

più in baſſo collocata, ſoſtenuta da una ſpecie di collo, detta *apoſiſi orbitaria inferiore*.

67. Così ſovvengaci del voto orizzontale, che v'ha tra queſta, e l'*apoſiſi orbitaria poſteriore*, perchè dalla parte poſteriore dell'Arco ſi allunga obbliquamente in baſſo, e in avanti; e più facilmente capiremo, come la palpebra ſuperiore delle Oche, delle Anitre, e d'altri Uccelli è ſoſtenuta da un muſcolo ſemilunare, che dall' apoſ. orbit. ſuperiore, ſempre attaccato al perioſtio dell'Arco orbitario, va ingroſſando, ed allargandoſi fino alla radice dell'apoſ. orbit. poſteriore. Queſto muſculo è molto carnoſo, e le ſue fibre ſi portano dal didietro obbliquamente avanti a perderſi nella concavità del lembo mobile della palpebra: getta pure alcuni tendinucci nella congiuntiva, i quali ſi allungano fino ſulla parte eſterna della maggior perifería del globo, forſe come *auſiliari* degli *elevatori*.

68. Non avendo trovato altri muſculi ad uſo della palpebra ſuperiore, ed avend' oſſervato, che nel cuoprire gli occhi de' volatili par contribuire quaſi unicamente l'elevazione della palpebra inferiore, rivolgerò in altro tempo le mie attenzioni a queſta ſpecialmente, nel che finora non ſono ſtato abbaſtanza felice.

69. La Membrana *Ammicante*, o ſia Nictitante, aggiunta alle palpebre degli Uccelli (*a*) per difeſa degli occhi loro tanto dall'urto de' corpi capaci di nuocere, quanto dalla troppa vivacità della luce, è ſituata nell'angolo naſale delle orbite, o anteriore; e colle ſue corna volte verſo il poſteriore, quando ſi ſtende ſulla faccia anteriore de' globi, arriva a coprire i cinque ſeſti della perifería della cornea traſparente. Il *Buffon* le dà il nome di *Palpebra interna*; e noi non dimenticheremo quello, che ne laſciò ſcritto il *Willis* (*b*). ,, In ,, moltiſſimi animali ſi trova un altro muſculo membranoſo

---

(*a*) Molti Quadrupedi, ed anche i Peſci ſono provveduti di queſta difeſa, ſebbene non abbia altrove tanta mobilità quanta negli Uccelli.

(*b*) V. De Anima Brutor. par. I. cap. 15. *Plurimis* (*animalibus*) *alter etiam membranoſus* (*muſculus*) *conceditur, qui juxta interiorem oculi canthum ſitus, quando elevatur, oculi globum fere totum obtegit. Hujus uſus eſſe videtur, ut cum beſtiæ inter gramina capita ſua propter victum capeſſendum demergunt, hic muſculus oculi pupillam, ne a ſtipularum incurſu feriatur, occulit, munitque.*

„ collocato nel canto interno delle orbite, ed atto a coprire quasi tutto il Globo, quando si eleva. Sembra destinato „ a difendere, ed a coprire la pupilla dell'occhio, affinchè „ dalle stoppie non venga offesa nel cercarvi fra mezzo l'alimento ". L'uomo non ha questa membrana, poco occorrendogli di dover cacciar il capo in folte macchie, ed essendo costretto a farlo, ha le mani onde rimuovere tutto ciò, che all'occhio potrebbe riescir molesto. Non così è degli Uccelli, che frequentano gli alberi, e le macchie, e la stoppia; nè così è de'quadrupedi, che si cacciano per le fratte e le siepi, e le piante, e l'erbe piene di spine, di reste, senz' aver membro capace di metter riparo agli occhi loro; perciò di questo incomparabile ordigno sono stati dall'increata Sapienza provisti. I Serpi, le Vipere, hanno una congiuntiva cornea solida, liscia, convessa, capace d'eluderne la dannosa azione per la sua resistenza, e la sua lubricità. Quanto a'Pesci, non avendo essi le palpebre, forse perchè nell'acqua non v'ha bisogno di nulla, che difenda dalla polvere, nè dagl'insetti soliti ad inquietare gli animali terrestri; e forse perchè gli occhi loro non hanno bisogno d'esser umettati, o nettati, trovandosi sempre in contatto coll'acqua; perciò la *membrana nictitante* provvede sufficientemente a' loro bisogni in questa parte. Ma ripigliamo il discorso di quanto ne concerne la struttura, e'l meccanismo.

70. Questo velo maraviglioso ha il suo lembo fisso attaccato all'angolo nasale delle orbite (*a*); di là spandesi col suo corpo trasparente sì, e pieghevole, ma robusto, sulla faccia anteriore del Globo quand'occorre all'animale; quando non v'ha quest'uopo si concentra tutto rugoso nell'angolo suddetto tra le palpebre, e'l globo.

71. E' tratto colà, e vi si tien ripiegato per via delle fibre carnose, radiate, d'un musculo capace di chiudersi, e d'esser aperto come un ventaglio, e ch'io nomino *Corruga-*

(*a*) Tengo appresso di me due teste di Pappagallo „ *Brachiurus* " la *membrana nictitante* delle quali viene dal canto esterno delle orbite, e così secca com'è già da più e più anni, tuttavia cuopre la quarta parte del disco del Globo dal suddetto canto in avanti, avendo le corna uno affisso all'orlo superiore, l'altro all'inferiore dell'orbita in avanti. Quando le preparai, non ebbi punto in mira la *Nictitante*, onde non trassi profitto alcuno da quanto qui accenno come una varietà.

tore della membrana nictitante; fibre facilissime a vedersi anche ad occhio nudo nelle *nictitanti* delle Galline, de' Dindj, e simili Uccelli, spiegate sulla cornea trasparente. Il punto fisso dunque di queste fibre si è nell' angolo nasale delle orbite, e le medesime fibre passano anteriormente alla glandula orbitaria superiore per allargarsi, come dicevamo, alla foggia delle lische de' ventagli, e si perdono nel velo assottigliandosi sommamente, a misura che s' accostano al nepitello del medesimo.

72. Il lembo libero del velo, costrutto di due membrane distintissime dalle fibre carnose accennate, è quasi falcato, molto fosco; più spesso, e più robusto del rimanente è quello che va, e viene con rapidità maravigliosa verso l' angolo temporale dell' orbita ora più, ora meno.

73. Siccome le fibre carnose suddette destinate a ripiegarne, a corrugarne tutto il velo, e raccoglierlo nell' angolo nasale, partono dall' apofisi orbitaria al medesimo più vicina; così il velo qui è più grosso; al che contribuisce non poco una sostanza molle, spugnosa, assai robusta, simile in istruttura alla caruncula umana lacrimale, che vi è unita.

74. Due sono i muscoli antagonisti del *corrugatore*, il punto fisso de' quali è all' apofisi orbitaria posteriore per risguardo al più grosso; quello del più sottile si è nel margine esterno della base della mentovata apofisi, per gettarsi nel corno superiore della *Nictitante*; lo dico per questo *Estensor superiore* di essa.

75. L' altro assai più grosso, ma più breve, è simile in figura allo stapedio umano. Viene dalla faccia interna dell' apofisi, e gettando molte fibre carnose specialmente verso il corno inferiore della membrana, ad essa non arrivano prima d' aver degenerato in una selvetta di tendinucci bianchi rilucenti. Lo nomino *Estensor inferiore della Nictitante*.

76. Dietro della sostanza menzionata (Num. LXXIII.) v' ha una apertura a foggia d' *imbuto*, molto ampla, che guida nelle Narici le Lagrime per un condotto membranoso da quell' *imbuto* continuantesi in basso, in avanti, e indentro. Tutto l' *imbuto*, e il canal membranoso è continuazione della *Membrana Nictitante*.

77. Le *Lagrime*, o sia quell' acquoso vapore, di cui so-

no lubricate, e ammollite le tre palpebre degli Uccelli, oltre ad aver origine dalle porosità della cornea trasparente, e da' vasi esalanti de' contorni della superficie anteriore dell' occhio, e dalla sostanza delle palpebre, che un non so cosa d'untuosetto separano pur anche; oltre, dissi, a tali fonti, scaturiscono pure in copia notabile dalla *Glandula orbitaria* superiore, che per tal motivo io nomino *Lacrimale*, distinguendola così dalla *salivale*, *orbitaria* anch'essa, ma *inferiore*, che descriveremo in ultimo luogo.

78. La *Gl. Lagrimale* pertanto è un corpo simile ad un fagiuolo, irregolare, convesso in alto, appianato al basso, granelloso, situato nella porzion della volta dell'orbita prossima all' angolo anteriore, dietro della *Mem. Nictitante*, e della *congiuntiva*: occupa la maggior parte del sito, che v'ha tra le due apofisi orbitarie anteriori; e copre la porzion vicina del cerchio sclerotico.

79. Stiracchiando per varie direzioni questa Glandula, mentre che il Globo è nella situazion naturale, ancora unito alla congiuntiva, e alle palpebre, e tenendo sollevata, e rovesciata coll'altra mano la palpebra superiore, si discernono i punti, dove i condotti escretori della Glandula stessa vengono a traforare la congiuntiva per versare tra la palpebra, e 'l globo l'umore, che in quella è separato.

80. La *Glandula orbitaria inferiore*, che qui forse non dovrebb' essere descritta, ma io vi comprendo a cagion del sito, che occupa tanto vicina all'occhio, scorgesi nella parte inferiore delle orbite: ha due faccie; una piana rivolta in sù quasi per servire d'appoggio a' Muscoli *depressori* dei Globi; e questa faccia è irrigata da moltissimi vasi disposti a raggi, i quali metton foce in una vena traversale situata verso il lembo posteriore gibboso della glandula stessa; la faccia inferiore n'è convessa, ed appoggiasi sulla forte ligamentosa membrana, che chiude le orbite in basso. Il Lembo anteriore n'è arcato e sottile; la sostanza n'è granellosa e soda. Vi si rinchiudono però alcuni folicoletti, da'quali spremuti geme un muco biancastro assai disciolto, qual è quello, che non di rado si scorge nella bocca, e nelle aperture delle narici interne degli Uccelli. Confesso che non ho ancora potuto distintamente vederne il termine de' condotti escreto-

ri; ma parmi che faccia negli Uccelli le veci della parotide ne' quadrupedi, e negli uomini. Non così nelle Vipere, dove le Glandule orbitarie inferiori mi sono assicurato più e più volte servire alla separazione di quel sugo velenoso, che rigonfiane le guajne di que' denti ricurvi, la puntura de' quali cagiona sì terribili accidenti a coloro, che ne sono stati feriti.

Ma perchè mai venn'egli a funestare questa mia straniera osservazione le idee vostre, e le mie, chiarissimo Signore, mentre che ce la passavamo placidamente contemplando l'eleganza mirabile, il bell'ordine, l'utile disposizione delle parti, che servono agli occhi, e alla vista degli Uccelli innocenti come sono l'Anitra, e l'Oca? Allontaniamo il pensier da ciò, che nuoce in altri animali, e Voi riserbate la vostra benigna attenzione, e i savi suggerimenti a quanto è per sottomettere di giorno in giorno al puratissimo vostro giudizio.

P. S. Affinchè più chiara ed evidente riesca la esposizion nostra delle parti più cospicue relative al Globo d'alcuni Uccelli, ho giudicato pregio dell'opera l'aggiungere le seguenti figure con la spiegazione loro, alla quale si potranno richiamare gli articoli concernenti cadauna delle parti nelle figure compresa.

La Fig. 1. Rappresenta il cranio intiero d'un' Aquila in profilo, e nella occhiaja contenente la faccia anterior esterna del Globo dell'occhio eficcato, additandovi

A. Il cerchio Sclerotico Laminoso;
B. La cinghia membraneo-ligamentosa;
C. La Cornea trasparente;
D. La Cornea opaca.
X. Un ampio risalto osfoso, che serve di custodia al Globo, e d'appoggio alla palpebra superiore, molto più elevato in questa, che in altri Uccelli.

La Fig. 2. Rappresenta il cranio d'un Barbagianni, o Alocco de' più grandi tra gli Uccelli notturni; e vi si distinguono

A. Cioè il cerchio Sclerotico Laminoso simile quasi ad un cannocchialetto da teatro;
B. La cinghia membraneo-ligamentosa;
C. La cornea trasparente.

Nella Fig. 3. Abbiamo il cranio d'una *Stridula*, che noi Piemontesi nominiamo *Dama*, privo del Rostro, e in faccia, notandovisi
AA. i due cerchi sclerotici laminosi;
X. due sottili risalti ossosi, come nell'Aquila.

La Fig. 4. Indica il cerchio Sclerotico Laminoso d'un *Avoltojo*, nel quale
E. mostra la maggior perifería che confina con la cornea opaca;
F. La minore perifería, che per mezzo della cinghia serve d'attacco, e d'appoggio alla cornea trasparente, la quale qui manca.
Il cerchio presenta all'occhio la sua faccia esteriore convessa.

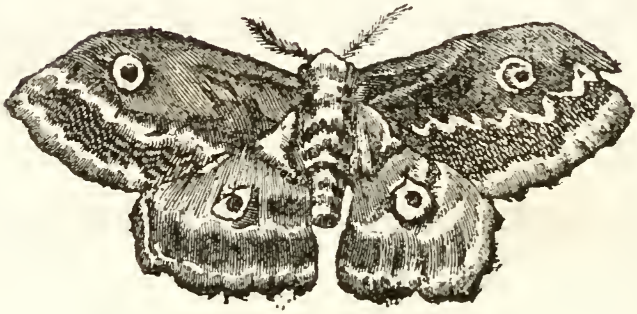
La Fig. 5. Indica la faccia anterior esteriore del Globo dell'occhio dell'*Aquila*.
A. E' il cerchio Sclerotico Laminoso.
B. La cinghia membraneo-ligamentosa.
C. La cornea trasparente.
D. La cornea opaca.

La Fig. 6. Dimostra il cerchio sclerotico laminoso del Grand' Alocco *E*; la Cinghia *B*; la minor perifería *F*; la cornea trasparente *C*; il tutto visto di fianco.

La Fig. 7. E' il cerchio S. Lam. capovolto sicchè parte della sua concavità circoscritta dalla grande perifería *E* si renda visibile, appoggiando esso sulla minor perifería *F*.

La Fig. 8. E' il medesimo cerchio *A* appoggiato sulla maggior perifería *E*, nella quale *a a a a* rappresentano le

lische o lamine ossose; *b b b* le divisioni loro imbricate. *F* Indica la picciola perifería, e una porzion della faccia interiore del cerchio.



NOTA

FIG. VII

FIG. VI

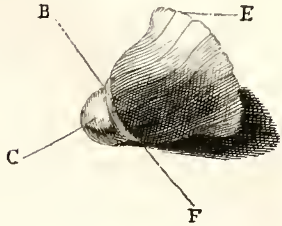
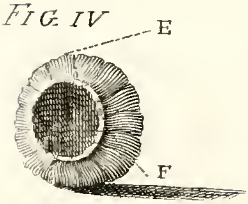


FIG. III

FIG. IV



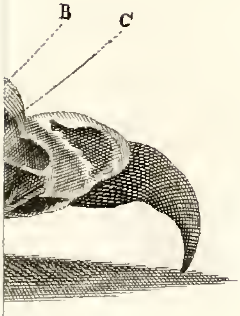


FIG. I

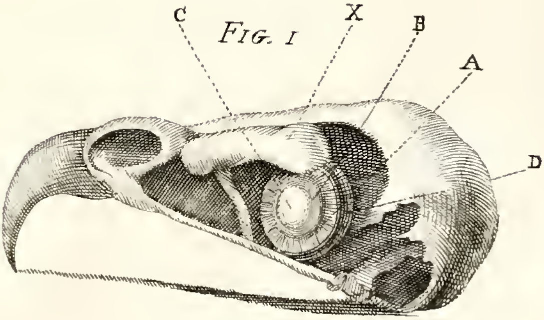


FIG. VIII

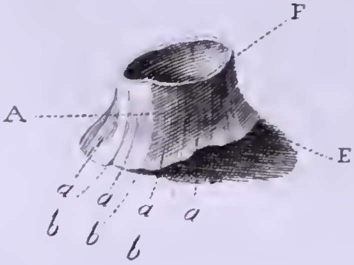


FIG. VII

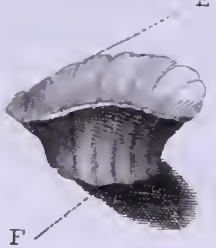


FIG. VI

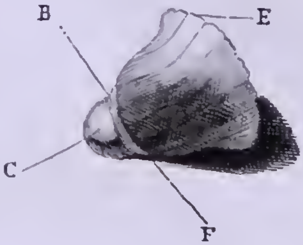


FIG. V

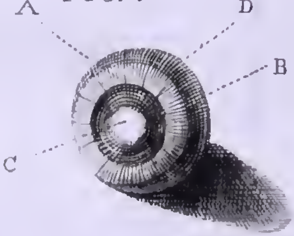


FIG. III

FIG. IV

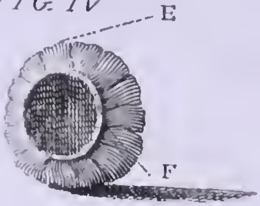


FIG. II

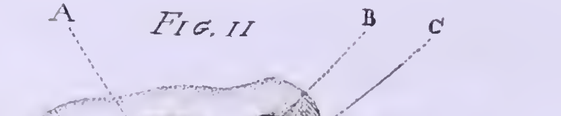
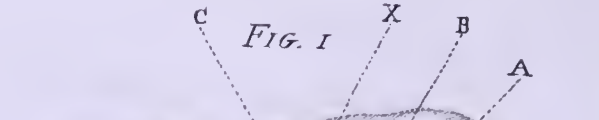


FIG. I



N O T A

SOPRA LA STORIA DEL COCCO TINTORIO DETTO VOLGARMENTE KERMES O GRANA DA TINGERE

Del Cavaliere D. Michele Rosa

Al Sig. Co. Lodovico Savioli Amplissimo Senatore di Bologna.

SOddisfarò piuttosto male che tardi alla ricerca, che V. E. si è compiaciuta di farmi sopra la *Grana tintoria*, che fino dal secolo dodicesimo si trova commerciata in Italia, e specialmente, se bene ho inteso il di lei desiderio, per saperne la provenienza.

Non già che io ami le cose mal fatte, ma ben perchè le mie occupazioni non permettendomi di dare a ciò molto tempo, e prevedendo di doverlo ancora poter molto meno in progresso, non voglio commettere, che alla imperfezione della cosa si aggiunga anche il danno della tardanza; versando Ella massimamente nella illustrazione delle cose della sua celebre Patria.

Non è meraviglia che intorno all' Anno 1190. si trovi in Italia fra le altre merci annoverata la Grana, merce antichissima fra le più antiche, e di cui forse niuna barbarie o miseria di tempi non ha potuto abolir l' uso, o farne perdere la cognizione.

Il Documento da Lei indicatomi del Ch. *Muratori* relativo a questa ricerca trovasi nella sua Differt. XXX. delle Antichità del Medio Evo, Tom. II. pag. 891. *Pacta Concordiæ* fra i Bolognesi e Ferraresi dell' Anno 1193; al quale trovasi unita una giunta o Appendice stipulata nel seguente Anno 1194. in materia di Dazj e Gabelle sopra le Mercatanzie che reciprocamente passavano dall' uno all' altro paese;

nel novero della quali si trova fra l'altre nominata la *Grana de Brasile*.

Nè deve fare alcun dubbio per crederla la Grana Tintoria, o Cocco, o Kermes il vederla qui nominata con questo inaspettato aggiunto di *Grana de Brasile*, perchè l'istesso Ch. Muratori l'ha per tale riconosciuta senza la minima esitazione; e noi vedremo in progresso altri documenti di quelle prossime età, che ci assicurano per nome di *Grana* essersi inteso anche allora la Grana, o Kermes, o Cocco tintorio, che è il Cocco Basico degli antichi. E quanto a quella denominazione *de Brasile* ne diremo quel pochissimo, che sembra lecito di sospettarne.

Prendendo dunque in esame questa notizia isolata, che fra le Merci del Secolo XII che transitavano fra Bologna e Ferrara, sia nominata la Grana per uso della Tintura; e volendosi ricavar da quel dato, 1.° in qual modo la Grana o Kermes si trovasse in Commercio fin da quel tempo; e 2.° qual ne fosse la provenienza: io non farò che ricordare a V. E. i seguenti fatti, che mi sembrano certissimi per la Storia.

1. La Grana de' nostri tempi non esser altro che il Coccos e Coccum de' Greci e de' Latini, il Kermes o Chermes degli Arabi, che da' Latini de' bassi tempi fu detto *Vermiculus*, nome introdotto probabilmente da *S. Girolamo*, come vedremo; ne' tempi ancora più bassi, e in quel latino che allora correva, cominciò a dirsi Grana, il qual nome gli è poi rimasto in tutta l'Italia, e non è ignoto nemmeno ai Francesi *(a)*. Così il colore che se ne cava, esser quello che i Latini chiamarono Coccino o Coccineo; e grecamente Punico, Poenico, Poeniceo, Phoeniceo, equivalenti al nostro Cremisi o Chermisi, Scarlatto, Vermiglio, che pur derivano dal Kermes, dal Vermiculus, come lo Scarlatto forse dallo Scholecion de' Greci.

2. Che il Cocco presso gli Antichi si trova essere di una antichità egualmente immemorabile che le Porpore; alle quali ha avuto poi anche la fortuna di sopravvivere, ottenen-

(a) I Francesi lo chiamano comunemente Vermillon o Graine d'Ecarlate.

do il primato di preziosità e di bellezza fra tutti i nostri colori, a cui fra gli antichi non potè mai pretendere se non dopo le Porpore.

3. Avevano gli Antichi il Cocco dalla Spagna, dal Portogallo, dalla Sardegna, dall' Africa, dall' Armenia, dall' Asia, dalla Cilicia, dall' Attica, e in fine dalla Focide e dalla Galazia, che era il più eccellente di tutti, come quello di Spagna e della Sardegna n'erano stimati i peggiori. Ved. sopra ciò Plin. lib. 9. C. 41. ib. 16. c. 8. lib. 22. c. 2. lib. 24. C. 2. Dioscor. lib. 4. c. 48. Serap. c. 311. Strab. lib. 10. de Turdit. Pausan. Phocic. c. 36. quali citiamo qui tutti uniti per non averli a ripetere in tutti i luoghi.

4. Gli Antichi ne conoscevano almeno tre specie; quello dell' Elce spinosa Cocciglandifera, detta Aquifoglio o Acuifoglio; quello dell' Elce molle, o sia non spinosa, o glabra; e l'uno e l'altro di questi nascere sopra i Surcoli o fusticelli della Pianta; ma il secondo, benchè rosso, essere inutile per la Tintura Plin. lib. 22. C. 2.: la terza specie è quella descritta da *Pausania* nella Focide, che dice trovarsi egualmente nella Gallogrecia e nella Jonia, di una Pianta simile al Lentisco, col grano simile al Solano, e grande quanto un Pisello. Pausan. l. cit.

5. Cocco fu detto da' Greci questo prodotto, che è l'istesso che Grano, ed è verissimo che *Pausania* lo credette un frutto dell' arboscello; ma non è vero, che tutti gli Antichi lo riguardassero come frutto (ciò è anzi vero dei Moderni rispetto alla Cocciniglia, attestando l' Ulloa, che essa un tempo fu creduta un frutto, o semente di qualche pianta. Voyag. au Perou liv. 6. c. 2. p. 278.): perchè *Plinio* fra gli altri lo riguardò come una scabbia o escremento della sua pianta, che disse essere quindi chiamato *Cusculium*, o Quisquilia. Plin. lib. 16. c. 8. Nè i Greci dovettero riputarlo neppur essi un frutto, quando dal vederne nascere un Verme lo chiamarono *Scolecion*. *Est genus ex eo in Attica fere & Asia nascens, celerrime in Vermiculum se mutans, quod ideo Scolecion vocant, improbantque*. Plin. l. 24. c. 4.

6. Più bello è, che da *Pausania*, e da *Plinio* retrocedendo fino alle prime Antichità de' Giudei, tutti gli Antichi

ſeppero che da quel Grano naſceva un Verme, diſſero ſimile chi ad una Cimice, chi alla Zanzara, che ſviluppato in moſca o farfalla, e volandone via, laſciava il grano sfruttato ed inutile per la Tintura: *Pauſania* aggiunge, che è però anche il ſangue di quella beſtia che dà il colore alla lana (*a*): e il Cocco belliſſimo della Gallazia, riflette *Plinio*, ha queſto incomodo, che preſto genera il verme e ſi sfrutta, ond' è che nel primo anno è immaturo, e dopo il quarto, nato già il Verme, diventa inutile (*b*).

7. Gli antichiſſimi Ebrei dovettero conoſcer meglio la natura di queſto Grano, e della parte ſua colorante; perchè il color Coccineo tratto dal Cocco fu da loro chiamato ſempre *Vermiculo*: E come ella è quaſi certa la conghiettura che il noſtro *Vermiglio* diſcenda da quel *Vermiculus*, in cui i Latini traduſſero lo *Scolecion* de' Greci, e *S. Girolamo* il vocabolo Ebraico *Tholaat*, che egli diſſe non poterſi tradurre che in *Vermiculus*, Ved. il paſſo di *S. Girolamo* nel noſtro Lib. delle Porpore §. 200. Not. 132. §. 4. Not. 5. e §. 27. 34.; così convien dire che molto diffuſa e comune ſi foſſe reſa la cognizione, che il color Roſſo-vivo del Cocco proveniſſe dal Verme o da' Vermi: perchè il noſtro vocabolo *Vermiglio* ſi trova fino negli Scrittori Provenzali, e fino da quelle Epoche che più dappreſſo confinano col linguaggio latino; e ne vedremo ben preſto gli eſempj.

8. Egli è dunque perduto almeno per la metà il merito, che da molti ſi attribuiſce ai Moderni ſulla ſcoperta della verminazione o verminoſità del Cocco Tintorio, e della natura animale del ſuo colore: perchè tutti gli antichi ne conobbero il Verme, come abbiam già veduto, da Pauſania ſino ai Giudei, che ab immemorabili lo chiamarono Vermiculo, e ſono innumerabili i Teſti della Scrittura che lo comprovano. Nell' Eſodo, nel Levit. ne' Num. e poſſono vederſene *Giuſ. Flavio*, *S. Girolamo*, *Bochart*, *Braunio* ecc.

(*a*) *Eſt tn. et. beſtiolæ ejus ſanguis tingendis lanis utilis. Pauſan. Phoc. C. 36.*

(*b*) *Coccum Galatiæ rubens granum .... in maxima laude eſt. Verum .... anniculo grano languidus ſuccus, idem a quadrimo evanidus. Ita nec recenti vires, neque ſeneſcenti.* Plin. lib. 9. c. 41. Il Salmaſio pretende che queſta diſtinzione di età fra il primo anno ed il quarto riguardi la pianta e non il grano del Cocco; ma il teſto di *Plinio* è troppo evidente.

9. Ma è egli poi vero almeno che o M.r *Fagon* Med. del Re, come afferifce *Lemery* nel fuo Dizionario, o M.r *Reaumur*, come atteftano tutti i Francefi, abbiano fatta la più importante fcoperta, cioè che non uno, ma innumerabili fono i Vermetti che fi trovano in ciafcun Grano del Cocco? e ch'egli fia di natura precifamente animale?

10. Qual che ne fia la cagione non par vero nemmen codefto; perchè prima di quefti due l'aveva già notato il *Salmafio*, il qual ripete in più luoghi, che non un verme, ma una legione di vermi fi trova in un grano di Cocco. Xyl. Hiatr. C. 70. Da chi poi l'aveffe apprefo il *Salmafio*, nol dicendo egli, non è facile d'indovinarlo: ma egli è però certo che prima di lui l'aveva detto il *Quinquerano*, che li chiamò non legioni, ma eferciti (*a*); e dice effer cofa a fe ben nota; e dovea averla apprefa da'fuoi nazionali, o vedutala egli fteffo nella Provenza, di cui fa le lodi, e defcrive minutamente la produzione e raccolta di quefta grana, come lo rivedremo fra poco.

11. Tuttavia il vanto di quefta fcoperta, che in Linguadoca e Provenza era notiffima, e forfe anche antica, non può concederfi nemmenno a lui. Il diligente e dotto offervatore *Pietro Belloni* o *Bellon* l'avea già fatta qualche anno prima del 1550. (nel qual anno il *Quinquerano* fcriveva), offervando perfonalmente nel Cocco di Candia quefto fenomeno, e notandone nel defcriverlo una circoftanza di più; cioè trovarfi ivi un' altra fpecie di Cocco abitata da un verme folo. Siccome il Libro non è comune, e il paffo fembra intereffante anche pel modo ivi offervato nella raccolta del Cocco; così mi prendo la libertà di trafcriverlo per intiero (*b*).

(*a*) ... *Ea mox* (*grana*) *alatorum animalium numerofum exercitum in auras effundunt. Petr. Quinquer. de laudib. Provinc. lib.* 2.

(*b*) *Cocci baphicæ cenfus ingens eft in Creta, cujus collectioni potentiores operam impendere nolunt, fed paftoribus, & pueris iftam provinciam relinquunt. Invenitur menfe Junio in exiguo quodam frutice ex Ilicis genere, quæ glandem fert, fine pediculo inhærens illius fruticis ftipiti, colore ex cinereo albicante. Quoniam vero iftius fruticis folia fpinis horrent, uti Aquifoliæ, paftores furculam finiftra geftant, qua ramulos deprimunt & inclinant, dextera autem falcem putatoriam, qua illos demetunt, a quibus rotundas veficulas exigui pifi magnitudine auferunt, qua parte ligno adhærefcunt, apertas & biantes, pufillis rubris animalculis lente minoribus plenas, quæ per biatum il-*

12. Curiosa combinazione si è questa che in sì pochi anni, cioè dal 1546 in cui *Bellon* intraprese i suoi viaggi, che durarono tre anni, al 1550 in cui il *Quinquerano* scrivea la sua Storia, siasi fatta in due luoghi diversi in Candia e in Linguadoca quasi contemporaneamente questa scoperta, di questa moltitudine di vermicciuoli che si sviluppano nel Cocco! Il *Quinquerano* dice precisamente, come dicono i nostri più moderni Scrittori, che raccolto il Cocco in Tele, o Sacchetti, ed esposto per poco al Sole, si vedono subito formicolar da ogni parte que' minimi insetti, i quali in poco più tempo spiegate l' ale se n' anderebbero, se spesso scuotendo la tela non si facessero ricadere, o se, come ora si pratica, non si uccidessero spruzzandoli coll' Aceto. Ma un tal costume di tali insetti era dunque noto ai fanciulli, e ai villani che ne facevano la raccolta. Possibile che da età immemorabili raccogliendosi il Cocco in tutti i climi caldi a noi noti, nessuno mai si fosse accorto di questa proprietà, e che nessun l'avesse notata fino al *Quinquerano*, e al *Bellonio*? Io riporterò qui alcuni tratti di un lungo passo di *Gervasio Tilleberiense*, da' quali apparisce che la Storia de' vermicciuoli ch' escono dal Cocco si sapeva anche al suo tempo; poi lascerò che in fatto d'erudizione per rapporto alle scienze, ognun la discorra a suo modo (*a*).

13. Ma noi non ci siamo proposti di dare l' Istoria naturale del Cocco tintorio; perciò non entreremo a discutere, se *Dioscoride* sia stato un po' negligente nel descrivere questa

lum effugiunt, & vesiculam inanem relinquunt. Pueri Coccum jam collectam ad Quæstorem deferunt, qui ex dimenso ab illis redimit. Is animalcula a vesiculis cribro segregat, deinde ea summis digitis leniter prehendendo, in pilas efformat ovi gallinacei magnitudine: etenim si nimium comprimeret, tota in succum resolverentur, & color periret. Itaque duo infectionis genera, unum pulpæ, alterum vesicularum: quoniam autem pulpa ad inficiendum commodior est, ejus pretium quadruplo majus quam vesicularum. Aliud præter jam commemorata, genus adhuc invenitur, cujus neque veteres neque recentiores meminerunt: excrementum est, eadem qua superior ratione, in Myrtis nascens, unico animali vivo vesicula incluso præditum. P. Bellon. Observat. Lib. 1. C. 17.

(*a*) *Vermiculus ex Arbore ad modum Ilicis . . . . nodulum faciens mollem ad modum Ciceris, aquosum, & cum exterius colorem habeat nebulæ, & roris coagulati, interius rubet &c. . . . . Cum enim tempus Solstitii æstivi advenerit, ex se ipso vermiculos generat, & nisi coriis subtiliter consutis includerentur, omnes fugerent, aut in nihilum evanescerent. Hinc est quod Vermiculus nominatur propter dissolutionem, quam in Vermes facile facit ex natura roris Madialis, a quo generatur. (De Otiis Imper. Decis. 3. ap. Du Cang. Glossar. Voc. Vermic.)* Parla anch' egli del Cocco di Linguadoca; e ne rileveremo fra poco alcune altre particolarità.

Droga, di che il *Quinquerano* lo accusa; se *Plinio* ne abbia descritto tre specie o due sole; se il Cocco di Pausania si attenga piuttosto a quel di Galazia, o a quel di Polonia; se quest' ultimo del *Bellonio* corrisponda più a quel di Provenza o a quel di Pausania. Le questioni di questo genere una volta forse troppo applaudite, sono ora forse un po' troppo poco considerate; l'erudizione scientifica, benchè a ciascuno nel suo genere quasi essenziale, è tuttavia caduta in dispregio a que' servidi ingegni, che anelando alla gloria delle scoperte, temerebbero bene spesso di trovarsi de' precursori. Così non istaremo nemmeno a contendere con *Salmasio*, perchè si contenti di credere che il color della Porpora è ben diverso da quel del Cocco; perchè permetta che *Plinio* abbia detto, come ha pur sempre voluto dire, *Coccum Granum*, e non *Coccum Gramen*, come e' pure si ostina di volergli far dire, a dispetto del suo contesto, della cosa, della parola: nè molto meno per ridurlo d'accordo con se medesimo nelle tante cose che dice, e misdice sopra questo particolare. Quanto alla particolare scoperta de' Vermi del Cocco, ben lungi che ella appartenga a *Reaumur*, ella era notissima da *Mosè* fino al *Quinquerano*, che numera quei Vermetti ad eserciti, da *Gervasio Tilleber.*, e dai Villani di Linguadoca fino al *Cesalpino*, al *Vallisnieri*, ed al *Redi* senza dir nulla de' nostri Botanici, che lo chiamarono perciò *Coccum Vermiculosum*. V. Jo. Bauh. Hist. Plant., Dalechamp. &c. La meno sospetta sarà la testimonianza dello Scaligero. *Ajunt ea granula, quæ in folliculo insunt baphico, esse animata. Emigrare sponte, atq. vacuos relinquere parietes. Ex illis autem constare pastillos ad tingendi usum.* (*De Subtilit. Exercit.* 194). Non posso citar qui nè a pro, nè a svantaggio la stimatiss. Dissert. sopra la Grana del Co: *Ferdinando Marsilj*, non essendomi riescito di poterla vedere. Al *Reaumur* si deve la lode di averne data la Storia, descritte le forme e i caratteri, di averlo in somma classificato (*a*).

(*a*) Mr. *de Francheville* in quella sua Dissertazione sopra i colori antichi e moderni, che torneremo a citar qui poco dopo, avendo riferito come poteva, quel che gli Antichi hanno detto del Cocco e della Porpora, passa a parlare delle scoperte de' Moderni sopra questa materia, e parlando di *Reaumur* asserisce, che egli solo in que-

14. Quanto al colore che gli Antichi ritraevano dal Cocco bisogna stabilir questa idea; che il Cocco fra i colori artefatti sembra essere il vero tipo del Rosso, estendibile per una scala d' infinite graduazioni dal rosso cupo sanguigno, scendendo verso i più chiari ed aperti, fino al più languido della Rosa o del cruor dilavato. Nel mezzo di questa scala sta il Coccineo rutilante ed acceso, che è il fior del Cocco finissimo, simboleggiato dalla natura nella bragia candente, nella rosa vermiglia, nel cruor puro arterioso, nel Cinabro raffinatissimo, ed imitato dall' Arte presso di noi nello Scarlatto di Cocciniglia. Come però questi estremi del rosso nereggiante, e del rosso languente non sono proprii del Cocco, se non in quanto il nero o ceruleo vi si meschia per oscurarlo, o il bianco dilavandolo estenuandolo lo rischiara; così il tono proprio del Cocco è quello del puro rosso schietto e vivace, determinato dalla intensità, e dalla copia della parte sua colorante, dalla maggiore elevatezza del suo spirito o lampo, figlio dell' etere colorante, in proporzione della forza de' climi, che nel Cocco, come nella porpora e nelle altre naturali colorazioni, segue la forza predominante dell' azion viva e costante del Sole: onde è notato che tutti i colori ne' Climi più prossimi al Sole, si accendono più vivamente. Quanto all' effetto vario del Cocco ridotto in tinta

sto secolo ha fatte più scoperte che gli *Aristotili* e i *Plinii* non ne avevano fatte nei loro. Due delle grandi scoperte attribuite a *Reaumur* sono certamente quella de' Vermetti del Cocco, e quella che pubblicò sopra le Porpore da lui cercate nel Mare Occidentale della Francia. Della prima di dette scoperte ne abbiam detto forse qui quanto basta; della seconda saremo costretti di parlarne forse altra volta. Per ora rifletteremo di passaggio all' opportunità di questo elogio fatto da *Francheville* a *Reaumur*; pel qual d' altronde nessun elogio può essere soverchio. Ma *Francheville* avendo premesso che le Porpore si credevano già perdute per sempre, riflette, che essendo *impossibile* che un tal *secreto sfuggisse alla sagacità de' moderni*, *noi non abbiamo ora più nulla a desiderare sopra questo particolare*. Quindi passa all' elogio, e descritta poi la scoperta di *Reaumur*, v'intralcia uno squarcio di un suo poema sopra le porpore stesse; poi conclude con dire, che i barbari ci hanno pur troppo tolta anche quest' arte di tingere colle porpore, „ que l' on n'a pas encore bien trouvè, *malgrè* les recherches & les *decouvertes* que Mr. de *Rèaumur* a *prètendu* avoir faites a ce sujet ". Per quanto diversa questa seconda dichiarazione possa parere dalla prima, egli è credibile tuttavia che il nome ch. di *Reaumur* non sia per tenersene offeso: perchè quanto è vero che in materia di porpore le scoperte di *Reaumur* sono nulle; altrettanto è certissimo a giudizio del celebre Sig. *Amati*, che il *Francheville* occupa un luogo distinto fra i Moderni Scrittori, che in materia di porpore e di Cocco non hanno capito nulla.

tinta nelle materie tingibili, dipende egli nell' atto pratico dalle ſpecifiche qualità della grana, dalle doſi che ſe ne impiegano, dall' attività de' Mordenti, dagli aggiunti che vi ſi uniſcono, che ne eſaltano e ne avvivano, ne offuſcano o ne degradano l' attività. E l' eſſer forſe egli ſemplice di ſua natura, e di ſoſtanza affatto omogenea potrebb' eſſere la cauſa principale o forſe unica, che non può il Cocco, per quanto acceſo e infuocato, vibrare un lampo di doppio lume ſcintillante e cangiante come la Porpora; e l' iſteſſa ragione ſarà forſe eziandio nel Cinabro.

15. Che poi il perfetto color Coccineo foſſe il Vermiglio più rutilante ed acuto non può dubitarſene, atteſa la ſcrupoloſa preciſione degli Antichi; ond' è che il Cocco da *Silio Italico* ſi chiama *ardente* (*a*), da *Lucano* ſi denomina *igneo*, e così pure da *Marziale*, e da *Stazio*, e quel che vale ſopra tutti, da Orazio, che chiama il Cocco non ſolo Roſſo, ma di quel roſſo, che è proprio del fuoco e del ferro infuocato, che è l' eſpreſſione più viva del più acceſo vermiglio (*b*). *Plinio* lo paragona al vivo color della Roſa (*c*); ſopra il qual luogo il *Salmaſio* ſempre confuſo ed incerto fra il color della Porpora e del Cocco, con manifeſto errore applica al Cocco ſteſſo il color della Roſa *nigrante* uſato da *Plinio* altrove per la dibafa Tiria. *Salmaſ. ad Tertull. de Pallio pag.* 138. Ma di conſimili equivoci ne vedremo altri eſempj qui poco dopo, come anche ſull' interpretazione di alcune fraſi della Scrittura.

16. Come però non ogni clima era atto a dare una

(*a*) *Ardenti radiabat Scipio Cocco. Lib.* 17.

(*b*) . . . . *rubro ubi Cocco Tincta ſuper lectos canderet veſtis eburnos. Satyr. 6. lib.* 2.

(c) *Unum* (*colorem*) *in Cocco, qui in Roſis micat: gratius nil traditur aſpectu: lib. 11. c. 7.* E di queſte teſtimonianze ſe ne potrebbe riunire una lunga ſerie da tutti i Claſſici.

Trovo che i Maeſtri dell' Arte tintoria riconoſcono ſette toni, che noi diremmo atti o lampi di Roſſo, cioè ſette Roſſi fondamentali diviſibili ciaſcuno in una lunga graduazione che chiamano Scala; e par che convengano che il più perfetto ed acuto di tutti ſia quello dello Scarlatto di Olanda, ora direbbeſi quello della Cocciniglia più pura e perfetta, o quello di Gobelin. Con ciò intendiamo di dir ſolamente, che molti atti o lampi diverſi di Roſſo oltre al Vermiglio candente, ſi cavano e ſi ſaranno cavati dagli Antichi dal Cocco corriſpondenti alle diverſiſſime denominazioni del Roſſo che s' incontrano preſſo gli Autori ecc E' molto notabile infatti, che anche gli Antichi conoſcevano ſette generi di Colori roſſi, e ſi lagnavano della lingua, che non aveſſe termini proprii per eſprimerli ben chiaramente. V. Gell. lib. 2. cap. 26.

Grana o Cocco di egual finezza e valore, e noi non abbiamo lo Scarlatto, viviſſimo color di fuoco, ſe non con fatica e ſottiliſſimi raffinamenti ſopra la Cocciniglia, che è la belliſſima e la ricchiſſima Grana o Kermes, che ci viene dall' America; così mi perſuado, che anch' eſſi gli Antichi dalla Grana o Cocco comune ne ricavaſſero varj gradi di color roſſo e roſſoſcuro, che noi ſimilmente ricaviamo nel Damaſco e nel Cremiſi comunale: e che poi dalla finiſſima di Galazia, o di quella di Emerita in Luſitania, coi più ſottili artificj ne ritraeſſero il vero vermiglio dello Scarlatto acceſiſſimo, degno dei Paludamenti e delle Clamidi imperatorie, e di quegli altri abbigliamenti prezioſi, che gareggiavano colle Porpore. Così l' abito Roſſo o Ruſſato, che uſarono in guerra gli Spartani, e poi anche i Romani, che furon quindi chiamati ancora Ruſſati, il qual diceaſi Pheniceo dai Greci, e da' Latini Coccineo, perchè tinto in Cocco, poteva eſſere di un atto o lampo diverſo, e non del roſſo più ardente e finiſſimo. *Ruſſata. Iſid.*

17. Ma un terzo colore è pur certo, che ricavavaſi dal Cocco unendolo colla Porpora; e il nome d' *Hyſgin* che ſecondo *Pauſania* dai Gallo-Greci ſi dava al Cocco nella Galazia (*Pauſan.* Phoc.) divenne il nome di un color miſto chiamato Iſgino, come *Plinio* lo inſegna, e il ch. Sig. *Amati* lo dichiarò nel ſuo Libro (*a*).

18. E' noto per l' Iſtoria, e dev' eſſerlo molto più pel dottiſſimo Libro del cel. Sig. *Amati*, ſiccome la Porp. nella declinazione dell' Imp. perſeguitata con leggi penali, anguſtiata ogni dì più, e finalmente rinchiuſa dentro i recinti del Palazzo Imp. in Bizanzio, andò ivi languendo per molti ſecoli, e vi perì finalmente inſieme cogli ultimi avanzi dell' imperio medeſimo. *De Reſtit. Purp. cap. 56. ad 60.* Ben lungi però che il Cocco foſſe compreſo in queſta ſciagura, comincia anzi di qui il tempo delle ſue glorie e della ſua maggior fortuna. Liberato dalla ſuperiorità delle Porp., preſſo le quali non potè mai ottenere che un grado inferio-

(*a*) *Coccoque tinctum Tyrio tingere, ut fieret Hyſginum. Plin. lib. 9. c. 41. Colorem quemdam medium inter rubidum & Rubicundum, & inter purpureum & Coccineum, qui Hyſginus color eſt. Amat. de Purp. c. 25.*

re di riputazione e di ſtima, cominciò quindi a primeggiare, e rimaſe nel primo luogo di prezioſità fra tutte le tinte, che rimanevano.

19. Dopo la legge di *Teodoſio Seniore* le Porpore non appartennero più che ai Sovrani, cioè alla Famiglia imper., alle Cariche, e alle grandi dignità dell' Impero. *Amat. cap.* 56. Le Officine porporarie proibite ſeveramente ai privati, furono ridotte ad un numero determinato per l' uſo particolar della Corte, *Notit. Imp. vid. c.* 38.: Ma le tinture Coccinee furono eſenti da queſta legge; il Coccino, il Coccineo rimaſe libero come prima, e diventò più prezioſo nella pubblica eſtimazione.

20. Nè ſolamente occuparono il luogo e la dignità delle porp., ma poco a poco ne uſurparono ancora la denominazione ed i titoli. *Elio Lampridio* nella vita di *Elagabalo*, e *Vopiſco* Siracuſano, che ſcriſſero a tempi di *Diocleziano*, ſembrano eſſere fra primi, che abbiano chiamata la Porpora col vocabolo Blatta: la qual voce uſata fra i greci de' baſſi tempi per indicare la lingua o roſtro delle chiocc. Porp., e poi per l' operculo delle chiocc. iſteſſe, come ſi vede preſſo *Attuario* e *Mirepſio*, e nei ſeguenti fino all' *Aldrovandi*, *Mattioli* ecc., paſsò ben preſto ad eſprimere anche le tinte e veſti purp. Si poſſono vedere preſſo il ch. Sig. *Amati* le teſtimonianze di *Venanzio Fortunato*, di *Sidonio Apollinare*, di *Eutropio*, di *Oroſio*, di *Alcimo Avito*, che *Blatta* e *blattea* chiamano la tinta e le veſti purpuree; e del Cod. Giuſtinianeo che lo dichiara con preciſione (*a*). Io vi aggiugnerò ſolamente che oltre a *Simmaco* e *Caſſiodoro* (*b*), negli Scrittori più baſſi, fra' quali può ſervire di eſempio *Anaſtaſio* Bibliotecario, ſono comuni e quaſi perpetue le fraſi di *Serica ornata Blatto*, *Vela de Blattin*, *Cortina de Blattin*, e tante altre ſimili, colle quali inteſero ſempre di nominare la Porpora.

21. Peggio è che mancate più e più le Porp. e creſciu-

(*a*) Ved. Amat. cap. 18. Riferiremo però qui i due ſoli ultimi, perchè ſembrano deciſivi. „ *Aureus ordo Crocis, violis hinc blatteus exit* “. *Coccinus hinc rubicat, lacteus inde nivet.* „ *Ven. Fortun. Poem.* 7. “ *Fucandæ atque diſtrahendæ Purp. vel in Serico vel in Lana, quæ Blatta vel Oxiblatta, vel hyacinthina dicitur. Cod. Lib.* 40. *L.* 1.

(*b*) *Cum Blatta, quam noſtro Cubiculo dare ſingulis annis conſueviſti, venire feſtina. Epiſtol.* 2. *lib.* 1.

to più sempre l'uso e la stima del Cocco, cominciò questi a tenersi in luogo della Porpora stessa, e il nome di Blatta passò dalla Porpora al Cocco, e divenne sinonimo di tutte due. Quindi in que' tempi Porpora, Cocco, Vermiculo, Blatta, e il *Coccineus*, *Puniceus*, *Phœniceus*, *Vermiculus*, *Vermiculatus*, non solo diedero luogo al *Blattein*, *Vermil*, *Vermelatus*, *Vermelus Vermeilum*, che poi finì nel nostro Vermiglio; ma dalla parte degli Arabi il Kermes fece nascere il *Carmil*, e poco dopo il *Karminum*, *Kermisinum*, *Kermisi*, *Carleto*, *Ecarleto*, *Escarlato*, *Scarlata* e *Scarleto*, e infiniti altri, che dal tempo de' bassi Secoli a tutto il tempo della barbarie si trovano promiscuamente per lo Scarlatto, e per la Porpora nelle Carte, ne' Documenti d'ogni maniera, e molto più fra gli Scritturali e gli Interpreti, e portarono la confusione del linguaggio delle idee, e delle cose fino fra i nostri dotti Eruditi (*a*).

22. Il maggior male però si fu dell'errore, che venne quindi a stabilirsi, che il color della Porpora fosse il Rosso; perchè avvezzati a veder Rosso il Vermiculo o Cocco, che già chiamavano e credevano Porpora o Blatta, si radicò l'opinione, che Cocco, Porpora, Conchiglio, Blatta, Vermiculo fosser tutt'uno, cioè tutti Sinonimi di un color Rosso purchè risplendente, fino e prezioso. Aggiunser peso a questo falso concetto gl'interpreti Scritturali e i Commentatori dei Classici, che sempre titubanti ed incerti nel contrapposto di tante diverse frasi e espressioni, non giunsero mai a stabilirne il vero significato per rapporto alla vera graduazione de' colori preziosi, nè molto meno a mettersi d'accordo con se medesimi. Invano il *Pitisco* corresse il *Turnebo* e il *Ferrari*, perchè avevano interpretato per Blatta il Vermiculo, *Diction. Voc. Blatta*; in vano il *Du-Cange* avendo prima sull'autorità di *Paolo Diacono* interpretato egli stesso Vermiculo il Blatta, si corresse da se medesimo, e riconobbe coi buoni Autori nel nome di Blatta la vera Porpora. *Du-Cang. Gloſsar.*

(*a*) Più incerta di tutte è l'Etimología della voce Scarlatto: fortuna che ciò poco importa, o forse anzi nulla, ma ognuno si è forzato di fare onore di questa bella parola alla lingua che favoriva, quindi i Commentatori l'hanno derivata dalla lingua Giudaica e dall'Arabica, alcuni dalla Greca, gli Oltramontani dalla Tedesca, i Francesi dal Celtico: abusi non mancano nemmeno agli studj di erudizione.

in Blatta. Invano il *Braunio* correſſe l' errore del Cocco διπλῦν (*a*), del Cocco dibaſo, e fin del τρίβλαττον, che era corſo preſſo i rozzi Scrittori, e inteſo per Cocco tinto due volte come la Porp., o tinto anche tre, come non fu mai tinta nemmen la Porpora; perchè l' error dura ancora, e fu rinnovato anche a dì noſtri (*b*); Poi Egli medeſimo cadde in altri errori non meno gravi, concludendo che ogni Porp. è di color roſſo igneo ſecondo *Plinio*, che il Cocco è il ſecondo genere della Porpora, e che intanto il Cocco ſi chiama Porpora, in quanto il Cocco e la Porp. ſono entrambi di color roſſo (*c*).

23. E chi potrebbe citarli tutti? o a che ſervirebbe dappoi che il ch. Profeſſore *Amati* dopo un eſame infinito ha deciſo, che neppur uno fra' moderni ha inteſo nulla in queſta materia? Tuttavia *La-Cerda*, *Bochart*, *Salmaſio* per la loro celebrità e grande dottrina pare non ſi poſſano dimenticare. *La-Cerda* avea prima deciſo, che color Porpora non inchiude il Coccineo; ma poco dopo conchiude al contrario, che quando diceſi Porp. Tiria, ſi deve intendere Coccinea (*d*). Non vi è forſe paſſo di Claſſici proſatori o Poeti, che non ſia dal *Bochart* paſſato in reviſta e ponderato con

---

(*a*) *κόκκινον διπλῦν* è detto nella Scrittura per panno o filo, teſſuto doppio, o per *Coccum retortum*, nè il *diplum* o *duplum* ha avuto mai alcuna relazione alla tinta: il dibaphum appartiene alla Porp. di doppia tinta, nè mai è ſtato detto del Cocco. il Triblatton poi è ſpiegato con maggior fondamento per veſte purpurea di tre colori.

(*b*) *V. Braunium de Veſtit. Hebreor. lib.* 1. *cap.* 14. 15. *præcipue a n.* 212. *ad* 214. *Deſinant igitur Lexicographi impoſterum in ſuis Lexicis, cæterique interpretes omnes ſcribere* Coccinum dibaphum, *& ſic abſque purpuræ Tyriæ proprio epitheto, ſolo Coccino contenti ſint.* „ *Braunius de Veſtitu Hebreor. lib.* 1. *c.* 15. *n.* 214 „. Dopo queſta dichiarazione vi è ſtato tuttavia Mr. *Franchebville* che in quella ſua Differt. ſopra la Tintura degli Ant. e de' Moderni fra le altre molte ineſattezze ha ſpacciata anche queſta del *κόκκινον διπλῦν*, ch' Egli traduce *Ecarlate double* en Cramoiſi, pretendendo che queſta ſia la migliore ſpiegazione, che poſſa darſi al *διπλῦν*. Ma egli è l' iſteſſo che dice che la Porpora *ètoit une teinture de la couleur d' une roſe parfaitement rouge*, dal qual paſſo ſolo s' intende con quanta diligenza egli abbia ſtudiati gli Antichi. Ved. Accad. de Berlin. T. 23. Ann. 1767.

(*c*) *Sane omnem purpuram ignei coloris fuiſſe docet* Plinius. *Braun. L.* 1. *c.* 15. *n.* 199. „ *Vera igitur Purpura, quæ hoc nomine maxime venit apud Auctores, colore rubra eſt* “. *Id. l. c. cap.* 14 *n.* 187. „ *En Coccus Purpura dicitur, ſcilicet quia rubet uterque color* “. *Id. l. cit. Secundum genus* (*Purpuræ*) *Coccus eſt magis, quam Purpura. Id. ibid. n.* 188. „ *Secundum genus* (*Purpuræ*) *quod Antiqui Coccum vocabant* ... *noſtrum eſſe Coccineum* “. *Id. ibid. n.* 189.

(*d*) *Significatione Purpuræ non includi Coccineum colorem .... tamen excipio purpuram Tyriam .... Itaque cum audis Tyriam Purpuram de Coccinea accipe ac ſumme ſplendida.* „ *Cerda* (forſe il più dotto Commentator di *Virgilio*), *ad Virg. Georg. lib.* 2. *v.* 505. *N.* 6.

attenzione dovunque ſi nomina Porpora, o Cocco; ond' è che dopo un lunghiſſimo eſame ſi riſolve col dire, purpureo chiamarſi da' Poeti tutto ciò, che grandemente roſſeggia, come il Sole, e l' Aurora . . . . che la Porpora ſia roſſa, dimoſtrarſi da quelli, che per Porpora dicono Coccineo e puniceo; e finiſce col dire, che Cocco e Porpora ſi dice promiſcuamente quaſi da tutti *(a)*. Del *Salmaſio* per ragione di brevità e di riſpetto non riferiremo che alcune ſue ultime concluſioni, dalle quali per via di una infinita argomentazione riſulta, che il Colore Coccineo riſplende come quello della Roſa *nigrante* (che noi chiamiamo Damaſcena), e che la Porpora Tiria gareggia colla Roſa *Vermiglia*: propoſizioni al certo, di quante ne ſono mai ſtate dette in queſta materia, le meno aſpettate, e della più aperta contraddizione *(b)*.

24. Qual meraviglia ſe in mezzo alla confuſione di tante perpleſſità, e manifeſte contraddizioni nemmeno il Ch. *Muratori* non ha potuto sfuggir dall' errore? affermò egli pertanto che „ il colore blatteo, tuttochè talvolta appellato purpureo, col proprio nome nondimeno era chiamato Coccineo, oggidì *Chermiſi* o *Cremiſino* " : il che è ben lontano dal vero per tutto quello, che abbiamo dimoſtrato qui ſopra. Quindi ſegue egli a dire „ oggidì ſanno gli Eruditi, che la Blatta è una ſpecie d' inſetti chiamati Kermes dagli Arabi, che naſcono dai grani di certe Elci *(c)* ". Ma la Blatta, come abbiam dimoſtrato, non è che la lingua o l' operculo della chiocciola porpora, e divenne poi ſinonimo di Porpora per l' abuſo e per l' ignoranza de' tempi.

(a) *Purpureum Poetæ dicunt quicquid inſigniter rubet, ut Solem & Auroram . . . . . Sed purpureum rubri coloris eſſe genus, ii maxime docent, qui pro purpureo coccineum & puniceum uſurpant . . . . cujus exempla paſſim occurrunt.* „ *Hyerozoic. Part.* 2. *lib.* 5. *c.* 10. " *Coccum & Purpuram paſſim promiſcue ſumi abunde probavimus. Id. Ibid. cap.* 11.

(b) *Cocci color puniceus, hoc eſt coloris rubri acutiſſimi . . . . Purpuræ quoque rubræ tale lumen ad Cocci ruborem accedens.* „ *Exercit. Plin. pag.* 935 ". *Omnium colorum micantiſſimus Coccineus, qualis in nigrante Roſa conſpicitur.* „ *Id. ad Tertull. de Pall. p.* 138 „. *Tyria Purpura ex omni genere maxime rubet . . . Roſæ Poetis aliquando coccineæ, interim purpureæ vocantur . . . alii contra Coccineas, & Coccum commendant a Roſæ colore. Utrumque verum eſt. Tyria purpura coccinea & Roſarum maxime æmula.*

(c) Diſſert. XXV. *Tingevaſi allora* (lo Scarlatto) (ſegue egli a dire poco dopo) *col ſangue della Blatta, oſſia de' Vermicelli sopradeſcritti*, (cioè del Kermes) ecc. ſegno evidente della generale confuſione, che regnava anche fra gli Uomini più dotti intorno a queſta materia.

25. Bensì è preziosa fra le tante altre, e fa al nostro proposito la notizia, che l'istesso ch. Uomo ci serba in questa medesima Dissert. di *Gervasio Tilleberiense*, per cui sappiamo che fin del 1215. raccoglievasi il Vermiculo o grana nel Regno Arelatense; Notizia di cui faremo buon uso fra poco. Per ora ci è sembrato necessario di rammentarla per rilevare un errore di più, commesso, come crediamo, dal volgarizzatore e redattore delle stesse Dissertazioni. Egli è, che dicendo ivi il *Tilleberiense*, che la raccolta di questa grana facevasi nel Regno Arelatense, il testo italiano soggiunge „ credo che sia errore o di lui, o di stampa " la qual riflessione non ritrovandosi nel testo latino del *Muratori*, ne viene che non a lui, ma al Redattore sia da imputar l'ignoranza di una cosa a tutti sì nota (*a*).

26. Fin qui abbiamo veduto il Cocco trionfar del tempo e delle Porpore, e nelle varie vicende de' Secoli ora assumerne i titoli, ora cambiarli con nomi barbari e sconosciuti, conservando però sempre la più alta stima di preziosità e di bellezza; facendo perdere in molti, e fino a' dì nostri, per la mancanza del paragone, il desiderio della impareggiabilità delle Porpore. Nè può certamente torglisi il vanto di essere il solo fra tutti i colori, che da una antichità affatto immemorabile, non già per concetto tradizionale, ma per un uso continuato e non mai interrotto, attraverso delle vicende e de' Secoli della barbarie sia fino a noi pervenuto, e senza dar luogo al minimo dubbio sopra la sua identità e naturale costituzione.

27. Nè può mettersi punto in dubbio, che la tinta di Grana dai primi tempi del così detto Vermiculo fino ai pre-

(*a*) Benchè la dilatazione sempre maggiore del commercio della Cocciniglia fin dal principio di questo secolo avesse di molto abbassato il credito, e fatto cessar quasi l'uso della Grana di Linguadoca nelle tinture, durava però ancora il commercio di quella Droga, e del Pastel di Montpellier per la Medicina nella Confezione e nello Sciroppo di Alkermes, e per le Arti nella Lacca, e nel Carmino che se ne cava; cosa che dagli Speziali, e Droghieri d'Italia non poteva ignorarsi. A giustificazione però del Ch. *Muratori* aggiungiamo ben volentieri, avendone fatta particolare ricerca, esserci stato asserito, che nella traduzione Autografa del *Muratori* delle sue Dissertazioni (essendo certo che furono tradotte da lui medesimo), quelle parole che accusano di errore il *Tilleberiense*, si trovano solamente notate in margine d'altra mano, d'onde poi colla Stampa passarono nel Testo; appunto come avevamo già sospettato. Ma di errori di questo genere, ne vedremo uno ben presto molto più rimarchevole.

ſenti dello Scarlatto ſia ſtata fra gli uomini di un uſo continuato ſenza alcuna aſſegnabile interruzione: perchè anche ne' tempi più barbari dovunque trovanſi documenti di pompe di veſti, di adornamenti ſacri, o profani, ivi trovaſi coſtantemente ſotto qualunque denominazione ricordato mai ſempre il Cocco, Blatta, Vermiglio o Scarlatto fra le coſe più prezioſe. Può vederſene per eſempio una ſerie ben lunga nella ſucceſſione de' Pontefici di *Anaſtaſio* Bibliotecario, il quale non manca di ricordare i preziosiſſimi Arredi, che ciaſcun d'eſſi fornì alle Baſiliche di Roma; di che abbiamo noi dato un ſaggio nel noſtro Libro ſopra le Porpore, (Ved. §. 199.) e molti altri eſempi di varj tempi ed età ne ha riuniti il Ch. *Muratori*. *Deſſert.* 25. *& alibi*.

28. Qualunque foſſe per eſſere la tintura, di cui nel noſtro libro riportammo le formole o almen gl' ingredienti, e chiunque ne ſia l'autore *(a)*, ella è pur diretta a dare una tinta miſta di Porpora e di Cocco: vi è nominata prima la Porp. e il Cocco ſemplicemente; poi nuovamente il *Verme porporario*, *il Verme di Galazia*, *il Conchiglio*, *il Cocleoconchiglio libico*, *e il Cocco Egizio*, *che ne' luoghi marittimi ſi chiama anche Pinna*, il qual fraſario così mancante di preciſione e chiarezza ci ricorda però replicatamente il Cocco per uſo di tingere; ed appartiene aſſai chiaramente a que' tempi, ne' quali mancata l'arte delle vere tinte di Porpora, vi ſi ſuppliva alla meglio con que' guazzabugli per averne una tinta di qualche pregio. Di tempi ancora più barbari, di ſtile più incolto anzi zotico affatto, e per lo più ineſplicabile, ſono quelle formole d'arte tintoria, che il Ch. *Muratori* ci ha riprodotte. Sono in numero più di cento; in molte di eſſe ſi nomina *bermiculum* (invece di Vermiculum), (ſiccome *labas* in vece di *lavas*) ora ſolo, ora ſinonimo col *Coccum*; e queſte ſervono per tingere pelli in Roſſo, o per far tinte roſſe, delle quali non determina l'uſo *(b)*.

29. Se

(*a*) Delle Porp. pag. 193. viene attribuita comunemente a *Democrito*; ma evidentemente è lavoro de' tempi baſſi e proſſimi ai barbari.

(*b*) *Compoſitiones ad tingenda Muſiva*, *pelles & alia &c.* Il primo Titolo e „ *De Tictio omnium Muſivorum* " Il Vermicolo comincia ad eſſere nominato nella Form. 9.

29. Se queste formole appartengono all'ottavo Secolo, o al nono, come opina il Ch. *Muratori*, ci rimarrà di vedere, se ne' secoli susseguenti, venendo a tempi più prossimi a noi, si continui a trovare altre tracce di questa Droga, o come tinta di Stoffe e di altri Utensili, o vestiarj, o almeno come semplice mercatanzia: il che servirebbe ancora per l'altra parte della ricerca proposta, cioè qual ne fosse la provenienza.

30. Veramente dal secolo nono al duodecimo sarebbe cosa meravigliosa il trovar monumenti di questo genere; sono i secoli dell'alta barbarie e della universale ignoranza. Tuttavia si sa pure, che nel vestiario de' Longobardi, e poi in quello della Corte di *Carlomagno* vi entravano le *fasciole Vermiculate* (a); e sembrano essere delle età susseguenti, cioè del mille o poco più, oltre le tinte e le Opere di *Ecarleto* e *Scarleto*, ed appartiene al Secolo duodecimo l'introduzione in Italia dell'arte della Seta portatavi di Grecia dal Re *Ruggiero*, (*Otto Frising. de Gest. Frider. ad Ann.* 1148.) colla quale è ben certo che dovettero venire di nuovo, o rianimarsi anche le tinte preziose; e di opere tali e di tinte Coccinee si trovano pur molti vestigi nelle Differt. del *Muratori*, (*Differt.* 23. 24. 25. *& alibi*. E' certo che queste Arti in Grecia si erano conservate, e che di là venivano le vesti preziose anche a Roma e per l'Italia. „ *Cocco bis tincto* (cioè tinctos) *Urbi dat Græcia pannos* " *Gualfr. de Visenauf ad ann.* 1202. *V. Diff.* 25. tuttavia gli è difficile di persuadersi che tutte le vesti *molli* e *preziose* che si veggono nominate in que' tempi presso i privati, dovessero essere tutte di Grecia), che sarebbero di troppo lunghi e nojosi per

che ha per titolo „ *De pelle alitbina etinguere* " *Tolles hermiculum & teres in Mortario* „ la 16. è " *de tertiis Pandiis* „ e v' entrano questi ingredienti " *Corallus tenuis boni coloris, rubeis, marinis; tritis libra una Lacca; Conquilium libra una &c.* „ la seguente è " *de Porphiro Melino* „ e porta " *labas & tingue Melino. Post hæc temperas Coccum* „. Dopo molte ritorna ancora " *Alia compositio Vermiculi* „ *Vermiculum lib. dimidia: alii Vermiculi* 1. . . . *Coccum delabas in urina, & iterum pistas. Delabas urina, donec expandatur ipsud Coccum.* „ Non molto dopo ne viene " *De Conquilium* „ *Conquilium nascitur in omne mare &c.* " che può vedersi riportata per intiero nel Libro del Sig. *Amati*. „ Questo Ricettario sta nella Differt. XXIV. del *Muratori*.

(a) Bisogna aggiungervi „ *Tibialia ac coxalia linea, quamvis ex eodem colore* " *Mon. Sangall. de Reb. Gest. Car. M. lib.* 1. *c.* 36. *Apud Murat. Differt.* 25. *ad calc.*

chi li voleſſe qui riferire: ed io inoltre tengo per certa l'opinione dell' iſteſſo ch. Autore, che non ſolo le più groſſolane manifatture, ma nemmeno le più fine e prezioſe in Europa e ſpecialmente in Italia, non ſiano mai venute meno del tutto, neppure in que' tempi infelici.

31. Frattanto dobbiamo agli Arabi, ed appartiene a queſt'epoca l'uſo del Kermes, cioè della grana, richiamato nella Medicina ed eſteſo anche all'interno, parendo che gli antichi Greci e Latini non l'aveſſero uſato che eſternamente: (*Ved. Dioſcor. Plin. Gal. &c.*), e a queſta epoca ſteſſa appartiene, come a quella del generale inſelvaggimento dell'Italia quaſi deſerta, la ſpontanea moltiplicazione del Cocco, o ſia dell' Elce Coccifera, che il *Cluſio* e il *Ruelio* trovarono poi eſteſo a tutte le ſpiagge del Mediterraneo; il *Pena* e il *Lobelio* nella Provenza, nella Toſcana e fin nell'Agro Romano; il qual perduta la gloria di quella nobile decorazione nell'uſo de' paludamenti Coccinei, diede ricetto alla pianta ſilveſtre che lo alimenta (*a*). Altri il trovarono dappoi ſulle ſpiagge dell' Epiro, di Cefalonía, della Grecia. Il *Liſter* trovò il Cocco o Kermes in varie parti dell'Inghilterra, e ne deſcriſſe le proprietà con molta preciſione e chiarezza. V. *Tranſ. Anglic.* T. 3. ann. 1671. Altri hanno trovato un Kermes, o Cocciniglia alle Bermude, e in altre parti dell'America Settentrionale.

32. Antica forſe fin di que' tempi fu la cognizione anche del Cocco Polonico venuto poi a maggior uſo nelle età ſuſſeguenti. Ella è una ſpecie di Pimpinella, o Centinodia, o Poligono, che dà nelle terre della Polonia un Cocco, o Grana tintoria, che fra le altre raſſomiglianze con quel di Galazia ha anche queſta, che non vien dall'Elce ſpinoſo, e

---

(*a*) Mentre gli Scrittori Oltramontani aſſerivano nel Secolo decimoſeſto l'eſiſtenza dell' Elce Coccifera nelle ſpiagge marittime dell' Italia, e ſpecialmente nella Maremma Saneſe, il cel. *Mattioli*, che pubblicò la ſua grande Opera nel 1568. profeſſava di non ſapere „ che l' Arbuſcello della Grana ſi ritrovi in alcun luogo d' Italia, " e di averne fatto venire un eſemplare da Coſtantinopoli per poterlo rappreſentare: dal qual errore o oſcitanza, come la chiamano, appena credibile in un Botanico sì rinomato, come pure di quell' altra ſua aſſerzione di aver veduto nelle Querce della Boemia gran copia di detta Grana, i ſuſſeguenti Naturaliſti, e *Rotan*, il *Dalecamp.* il *Bauhino*, e fino l' *Aldrovandi*, l' hanno alquanto più acerbamente rimproverato di quello ſi conveniſſe al riſpetto di un Uomo sì benemerito.

si raccoglie non da fuscelli, ma alle radici della sua pianta (*a*).

33. La Grana o Cocciniglia Polacca non è più ora in grande uso; ma s'egli è vero, che ne' secoli addietro fosse Ella stata in sì gran credito fra Turchi, Armeni, e Giudei per tingerne lane e sete, e i loro bei Marocchini, e pei belletti delle lor Donne, parrebbe lecito di sospettare, che molto antica fosse in Polonia la stima e l'uso di questa droga; e che forse ab antico l'avesser ivi usata a tingere, e riguardata forse e tenuta anche in conto della Porpora, che non avevano: e che tal concetto e tal uso fosse comune alle vicine Provincie; poichè leggiamo che *Wladislao* Re di Polonia impose a *Valacchi* un tributo di quattrocento Porpore all'anno, che in tai paesi e tai tempi non è credibile, che fossero di vera Porpora.

34. Che che ne sia, la Grana che commerciavasi fra Bologna e Ferrara nel secolo dodicesimo è verisimile, che ci venisse da luoghi marittimi più vicini, piuttosto che di Polonia. E riflettendo che Genovesi e Pisani da Caffa fino allo Stretto di Gibilterra teneano allora il Commercio del Mediterraneo, diventa molto probabile, che da Genova, o da Pisa venisse tal merce verso Ferrara.

35. Vero è, che dall'Atto da noi citato al principio non apparisce, se da Bologna a Ferrara, o non piuttosto da Ferrara a Bologna, nel qual ultimo caso s'intende, che dal Levante per la via di Venezia avrebbero i Ferraresi tratta

(*a*) Intorno alla Grana Polacca io non dirò se non un fatto asserito dal *Cornario*, e riferito dal *Dalechampio*; avergli raccontato un dotto Viaggiatore suo Amico, che la detta Grana nasce in Podolia alla radice di una pianta simile alla piantagine; quel Grano chiamarsi dai Polacchi *Ischirbitz*: quindi parla della raccolta, e degli usi, che se ne fanno per tingere quello, che i Tedeschi chiamano *Schalach*, che par voglia dire Scarlatto. Poi soggiunge che al tempo della Raccolta „ la quinta parte di un Talento, che noi chiamiamo un Centinajo (dice il *Cornaro*) si vende cinque o sei *Aureis Rhenanis*; ma fra il seccarla e prepararla riducendola in polvere, tanto se ne perde (o cala di peso), che portata a noi a Francfort, una libbra di peso ci vale trenta, e quaranta aurei in circa ". E parla anch'egli il *Dalechampio* de' Vermetti, ne' quali anche la Grana Polacca, come qualunque altra, se non sia bene custodita e seccata, facilmente si risolve; onde crede che l' antico Scolecion voglia dire *Vermiculoso*. Si raccoglie anche codesto Polonico in Maggio, e Giugno, come quello di Provenza, di Spagna ecc. *V. Dalechamp. Hist. Gener. plantar. lib. 1. Cap. 8.* Ci attesta il *Cardano*, che del Cocco di Pimpinella, che egli credeva di Germania, ne veniva in Commercio anche in Italia: ed essere una massa di Vermetti sanguigni impastati con del Butiro ecc. *De Subtilit. Lib. 9.*

la grana, e quindi ſparſala nel vicinato. Ma a toglierci queſta difficoltà, e a rendere più credibile il corſo di queſta droga da Bologna a Ferrara piuttoſto che al contrario, ſembra ſervire mirabilmente un' altra Carta conſervataci dall' iſteſſo benemerito *Muratori* nella medeſima Diſſertazione, intitolata *Concordia fra Modeneſi e Luccheſi* firmata l' Anno 1281. *(a)*. In queſta Carta fra le merci taſſate a Dazio ſi trova egualmente la *Grana*; ma nominandoſi i luoghi del pagamento, ſi viene a deſcrivere paſſo paſſo il viaggio da Lucca a Modena, da Modena a Bologna, oppur da Modena al Finale e al Bondeno; e viceverſa da Modena a Lucca, e da Lucca a Piſa, da Lucca a Firenze, o alla Lunigiana; onde pare che l' Emporio di queſto traffico foſſe Piſa medeſima, donde le merci poi ſi traeſſero di quà da' monti, ed altrettante ne tranſitaſſero per Modena nuovamente per Lucca e per Piſa; nè in queſta contrattazione ſi vede Venezia mai nominata. Sembra anzi, ſe ſi riflette, la coſa meſſa fuor d' ogni dubbio, poichè la Grana è nominata fra quelle Merci, che pagano Dazio giungendo a Modena; e a ragion di Moneta pur Modeneſe; e perciò a carico di quelli che dalla Lunigiana, o da Piſa per Lucca a Modena le conducevano. E perchè queſto traffico non pareſſe un caſo fortuito e tranſitorio, un altro bel Documento ci ha pur fornito il Ch. *Muratori* dell' Archiv. di Modena e del 1306. in cui *Braſile* interpretato da lui medeſimo per Grana, ſi trova pur nominato fra le Merci ſoggette a Dazio. Id. ibid. pag. 997. ſegu.

36. E qui appunto è dove il dottiſs. *Muratori* avendo trovato per ben tre volte dal 1193. al 1306. nominata la *Grana Braſile*, cioè fin da tre Secoli almeno prima della cognizion dell' America, ſi ferma alquanto a riflettere ſopra queſto curioſo fenomeno, cioè come e donde ſia provenuto alla Grana quel nome Braſile, ſotto cui ſi conoſce una vaſta provincia del nuovo Mondo, in que' tempi non conoſciuto? E ſi appiglia ben preſto alla ſpiegazione più ſemplice e naturale, cioè che non dall' America a noi veniſſe il nome

---

(a) Concordia inita int. &c. Commune Mutinæ, & Commune Lucæ Ann. 1281. *Murat. Diſſert.* 30. *p.* 899.

Brafile; ma anzi da noi, fia da Portoghefi o Italiani, fi portaffe in America, e rimaneffe ivi a quella Provincia per la gran copia trovatavi di quel legno, che quafsù fopra nel vecchio mondo fi nominava Brafile, quell'ifteffo che ci vien ora da quel paefe, e volgarmente fi chiama anche Verzino. Sopra di che nè il Ch. *Muratori* s'impegna più oltre, nè io trovo chi fappia fondatamente decidere quefto dubbio (*a*). Vero è che Monf. *Huet* fondato full'afferzione del Portoghefe *Banor*, ftabilifce per fatto che la cofa fia realmente accaduta così, cioè che il legno Brafil conofciuto ab antico nel vecchio Mondo, ritrovatofi dagli Europei in gran copia in quella parte del nuovo, fia ftato caufa che quel paefe affuma il nome del fuo prodotto, e venga a chiamarfi Brafile. Ved. *Huetiana* n. 106. Se però foffe lecito di riflettere full'opione di due grandi uomini, fi direbbe che in vece di fciogliere quefta curiofa difficoltà fembra che l'abbiano raddoppiata. Perchè infatti come fi prova che il legno Brafil efifteffe ab antico nel vecchio mondo? chi ne ha fcritto, chi mai lo conobbe, qual monumento ce ne afficura? Se foffe vero che l'*Algumin* ricercato da *Salomone* ad *Iramo* Re di Tiro foffe il *Brafil*, o *Verzino* di cui fi tratta, è egli credibile che il legno, e il nome fi foffero perduti ne' Secoli che fuffeguirono, così colti di cognizioni e d'induftria? (*b*) Che fe fi ammetta, che nel Secolo duodecimo per qualche ftrana combinazione il legno ricompariffe fotto tal nome; fi chiederà nuovamente, dove egli ne fia ito dappoi, fenza lafciar traccia o memoria, che almen ci afficuri la fua paffata efiftenza? Poi nafce da quefta prima una queftion più diffici-

(*a*) On lui donna dans la fuite le nom de *Brefil*, d'une forte de Bois qu'on y decouvrit en abbondance, & qui étoit connu trois Siecles au paravant fous ce nom ". Così fe ne sbriga il Compilatore della Storia Gener. de' Viaggi ecc. T. 54. p. 5.

(*b*) Ella è fondata full'afferzione di un Rabbino l'opinione, che il Legno Brafil ferviffe alle fabbriche di *Salomone*, e che il medefimo Brafil foffe conofciuto ab antico ai confini dell'Iudia. Un tal legno non è mai ftato conofciuto nè dai Negozianti, nè dagli Scrittori di Europa; e lo ftato attuale della navigazione, e del commercio finifce di fmentire una tale diceria, ancora meno fondata di quella, che nella Storia generale de' viaggi ci racconta, qualmente prima dell'anno 1463. da una delle Cofte Meridionali dell'Africa era ftata portata in Europa la prima Cocciniglia, alla quale gl'Italiani, conofcendone l'importanza, diedero il nome di Grana del Paradifo. I pofteriori Naturalifti hanno interpretato, che quefta fuppofta Cocciniglia poteffe effere il Cardamomo: ma Cocciniglia dell'Africa non fi trova chi l'abbia mai conofciuta ecc. *Ved. Boch. Braun.*

le, alla quale quei due celebrati Scrittori non ſembrano aver fatta attenzione. Perchè ammeſſa anche l'agnazione del legno *Braſil* dell'America con un ſuppoſto legno *Braſil* noſtro antico, e la filiazione del *Braſil* dell'America tratta dal legno alla provincia che lo produce; qual parentela ne naſce egli poi fra il legno e la Grana, per cui l'aggiunto di *Braſil* dato all'uno debba renderſi comune, o quaſi cognome anche all'altra? Le tre Carte da noi citate qui ſopra nominano *Grana Braſilis*, *Grana Braxilis*, *Grana de Braxile*, legno Braſile non è nominato giammai: e ſembra quindi mancar del tutto la forza dell'argomento dei due celeberrimi Autori, che l'identità del legno trovato ne' due Emisferj abbia fatto reſtare il nome del legno antico alla patria, che lo poſſiede nel mondo nuovo; perchè il nome *Braſil* nel mondo antico ſi trova dato alla Grana, e non al legno, che non vi eſiſteva, e legno e non Grana fu trovato nel mondo nuovo, dove pur Grana non ſi ſa che vi ſia. Chi pur voleſſe ſoſtener dunque la congettura, che il nome *Braſile* ad un Paeſe d'America foſſe ſtato portato dagli Europei, dovrebbe accertar prima l'eſiſtenza a que' tempi nel vecchio mondo di un legno *Braſil* tingente in roſſo; o lo dovrebbe dir derivato non già dal legno (detto Verzino), ma dalla Grana, che fin dal Secolo dodiceſimo troviamo chiamata *Braſil*: e che forſe o l'uſo grande de' color roſſi, o la gran copia di un legno tingente in roſſo trovata ivi dagli Europei, (ſo di aver letto in qualche luogo della Storia gener. de' Viaggi, che appunto una gran copia di piume, e di altri ornamenti tinti in roſſo, fu uno de' primi oggetti oſſervati dagli Europei nel Braſile) foſſe cauſa, che lo chiamaſſero il paeſe del *Braſil*, cioè il paeſe abbondante di quel colore sì riſplendente e ammirato, che ſapeano cavarſi in Europa da una Grana chiamata *Braſil*. Ma tutto codeſto a che ſerve egli poi? Sia il nome *Braſil*, o da un legno, come è ſuppoſto, o dalla Grana, ſiccome trovaſi nel Secolo dodiceſimo, paſſato d'Europa in America, ed ivi rimaſto a quel legno medeſimo, o in altro modo appropriato a quella vaſta Provincia. Ma queſto nome medeſimo donde nacque egli, quando nel vecchio mondo ſi attribuì o a quel ſuppoſto legno, o a quella grana che troviamo nel Secolo dodiceſimo? Fra i tanti

nomi che abbiam trovati del Cocco nelle varie epoche della Storia e delle nazioni, questo *Brasil* non è comparso che nelle Tariffe mercimoniali del Secolo duodecimo, e de' più prossimi. Sarebbe egli strano, che questo *Brasil* fosse un rozzo idiotismo degli Arabi, de' Saraceni, de' Mori, portato a noi colla merce, come tanti altri, dalla Soria, dall' Egitto, dall' Africa, dalla Spagna, e come caratteristico di qualche specie o qualità della Grana ricevuto ne' Contratti, nelle Tariffe, che allor correvano fra le Città commercianti? Il Brasil legno, che non esiste ora, non esisteva nel vecchio mondo, come la Grana non ha esistito mai nel Brasile, ed un legno non si è potuto confonder mai colla Grana. Se dunque non voglia ammettersi la congettura data qui sopra, che la parità del colore ritrovato nel nuovo mondo richiamasse l' idea di un vocabolo attribuito già alla Grana nel mondo vecchio, ci rimarrà di restringerci alla combinazione di un azzardo, raro forse, ma non al certo impossibile, che un vocabolo barbaro, e di origine sconosciuta, si sia ritrovato in tempi distanti, in paesi assai disparati, fra lingue e nazioni molto diverse, attribuito alla Grana dello Scarlatto, poi alla patria di un legno rosso, ed attissimo a tingere in quel colore.

37. Ma ritorniamo dal Brasile alla Grana. Se dunque appare, che la Grana tintoria con altre merci marittime, fino dal Secolo XII. venisse da Pisa per Lucca, a Modena, a Bologna, e forse anche a Ferrara, piuttosto che da Venezia, che pur era ricchissima di ogni commercio; vi sarà stata una ragione, forse ignota, ma molto probabilmente di qualche risparmio economico, o di altra maggiore facilità: ma tuttavia non ci si rende più chiaro, di quale specie si servissero a preferenza, potendo trarne i Pisani da tutti i porti e paesi d'attorno al mare Mediterraneo egualmente che i Veneziani.

38. Tuttavolta se si considera, che forse anche allora i Mercadanti, e fabbricatori, e Tintori potevano essere molto allettati dal basso prezzo, che suol nascere dalla vicinanza de' luoghi, e molto più dalla copiosità de' prodotti, verremo tratti assai facilmente a pensare, che forse a quella di Linguadoca, e Provenza, che era allora in gran voga, dassero i nostri la preferenza; e potrebb' essere la ragione eziandio

perchè da Pisa la ritraessero piuttosto che da Venezia, cioè per maggiore economia nella spesa.

39. Che poi la Grana fin da que' tempi in Linguadoca, e in Provenza, che era il Regno Arelatense; somministrasse un copioso prodotto al Commercio, l'abbiamo da un testimonio contemporaneo, che abbiam già citato altra volta, (Ved. n. 12.) *Gervasio Tilleberiense* dell'anno 1215. scrivendo della Grana, o Vermiculo, che dall' Elce spinosa si raccoglieva nella parte marittima del Regno d' Arles, della qual Grana conosceva i Vermetti, come abbiam già veduto; racconta la quantità del prodotto, che quegli Alberi somministravano, e i varj prezzi che in ragion di soma, e di libbra se ne ritraevano: ed essere codesto il Vermiculo, del cui colore, in Lana, ed in Seta, ma non già in Lino, si tingevano i preziosissimi panni dei Re; con qualche altra riflessione per cui crediamo, che anche questo suo tratto meriti di essere riportato qui per intiero (*a*). Deve essere presso a poco di quell'età la memoria di quel Co: *Guglielmo*, che spese Lire 13. di Parigi in 20. Aune di Scarlatto per li Capucci a' Canonici di S. Maurizio di Savoja (*b*); e questo fatto con alcuni altri simili servirebbe alla Storia delle Manifatture di que' tempi, se potesse farsi un giusto ragguaglio delle misure, e delle valute di quelle età. Ma noi ci contenteremo de' documenti, che provano, che la Grana di Linguadoca era fin da quell'epoca un oggetto considerabile di commercio; *Grana Vermelli* si dice, nominata più volte in una Carta del 1268. fra le Schede del Pres. di Mazagues; e in essa si dice eziandio, che nel tempo della *Vermellata*, (cioè della raccolta del Kermes) la Curia d' Arles dichiara ogni anno con un Proclama, che chiunque coglie la Grana nel detto

(*a*) *In Regno Arelat. & in confinio maritimo est arbor, cujus Sarcina pretium habet 12. nummorum Mergoriensium: ejus fructus in flore pretium 50. librarum, ejus cortex ad onus vestis pretium habet 5. solidorum. Vermiculus hic est, quo tinguntur pretiosissimi Regum panni, sive Serici ut Examiti, sive Lanei ut Scarlatæ Et est mirandum, quod nulla vestis linea colorem vermiculatum recipit, sed sola vestis, quæ ex vivo animanteque, vel quovis animato decerpitur* „ de Ot. imper. decis. 3. c. 57. Ap. Murat. Differt. 25.

(*b*) *Contuli . . . . 13. libras Paris . . . . 20 alnas Scarlata . . . . ad facienda Caputia, quæ prædicti Canonici . . . . gestare rubea dinoscantur.* „ *Vid.* Du Cang. *V.* Scarlatum.

detto *Cravo*, posſa venderla liberamente. *Du-Cang. Voc. Vermellum*, *Vermell'ata &c.* Non mancano documenti di quelle età di Abbati, Monaſteri, o Signori, che avevano il diritto del *Vermello*, della *Grana* ecc., ma uno dell'Anno 1379. c'inſegna, che pagando un denaro per libbra, era libero il venderla, dove piaceva (*a*).

40. Dovette andar proſperando nelle età ſuſſeguenti queſto prodotto in tutta la parte marittima della Linguadoca, e Provenza; poichè il *Pena*, e il *Lobelio* da noi già citati altra volta, dopo aver detto, che il Cocco ne' varj luoghi d'Italia che il producevano, non valea nè per copia, nè per bontà, ce ne deſcrivono la raccolta nelle pianure di Narbona, e di Frontignano, inſegnandoci, che ſi vendeva fino a venti ſoldi di Francia per libbra (*b*). Ma il *Quinquerano*, e il *Rondelet*, autori contemporanei, e alquanto anteriori alli due ſopraddetti, ci dicono qualche coſa di più preciſo; il *Rondelet*, che la grana ſi raccoglie in Linguadoca in copia aſſai grande (*c*); il *Quinquerano* vi aggiunge, che la Provenza riſente, a dir vero, un ricchiſſimo beneficio da quel prodotto, cioè della Grana, principalmente dalle campagne di Arles trarſene gran copia, e andarne fino in Iſpagna, che a' tempi antichi n' era sì ricca: in quell'Anno (1550.) le dette Campagne d'Arles averne dato il valore di undicimila Ducati d'oro (*d*).

(*a*) *Item habet jura granæ Vermelli, pro quo jure ſolvitur pro qualibet libra unus denarius, & ipſi homines portant vendere, ubi volunt.* „ *Id. loc. cit.* ". Nel Secolo decimoſeſto le coſe dovevano eſſere cambiate perchè il *Corti*, o *Curzio Simphoriano* nel ſuo rariſſimo libro intitolato: *Hortorum libri triginta Lugdun.* 1560. ci informa, che alla Raccolta del Vermiglione nella Gallia Narboneſe al ſuo tempo vi concorrevano in gran numero vicini, e lontani, v'intervenivano i *Legulei* per conſervare il buon ordine; e i Mercadanti andavano a comprarlo ſul luogo; e pare anzi che lo compraſſero da que' Legulei Lib. 26. C. 17.

(*b*) *Valet ſingula libra Cocci* 22. *interdum vicenis aſſibus gallicis*. Scrivevano del 1575., ed alla fine del Secolo.

(*c*) *Satis magna copia colligitur in Gallia noſtra Narbonenſi*, *vocaturque* Vermillon *a Gallis* graine d'Eſcarlate. „ *De Teſtac. lib.* 2. *c.* 4. 1554.

(*d*) *Certe Provincia noſtra uberrimum ejus fæturæ beneficium ſentit &c. . . . . Obſervatum eſt hoc anno* (1550.) *ex campo lapideo Arelatenſi agro hunc proventum undecim aureorum millibus æſtimatum* „ *De Laudib. Provinc.* " Il medeſimo *Quinquer.* ci dà un'altra notizia aſſai più importante e preciſa circa i prezzi, a cui ſi vendeva ivi la grana: cioè, che il fiore, o ſia i vermetti sgranellati, cioè uſciti dalla veſcichetta, o pallicula, che forma la grana; quel fiore dico, ſi vendeva a parte, e il ſuo prezzo era per ogni libbra *Aureus ſolatus*: la grana poi così sfiorata, cioè le Veſcichette con quel che vi reſtava di vermi, ſi vendeva la quarta parte dell'Aureo. Converrebbe ſapere a quante lire d'allora corriſpondeſſe quell'*Aureo ſolato*. (Id. ibid.)

41. Se questa fu forse l'epoca più ricca e più lucrosa per il Commercio della Grana di Linguadoca, le antecedenti erano state più celebrate: non dirò già, se il lusso, e le pompe in quelle Provincie siano state nel Secolo decimoterzo e decimoquarto maggiori ivi, che altrove, o nelle età posteriori: ma pur sappiamo, che il color Cremisi, il Vermiglio, o Scarlato vi si usava in gran copia, e fino ne' funerali; e i Poeti principalmente non rifinivano di cantare il bel *Cramossy*, e il Velluto Vermiglio,

Fresc, & biu de ses coulouretos
Coumo las rosos hermeilletos (*a*).

42. Le grandi Città dell'Italia avevano già in que' Secoli le loro Fabbriche di panni in Lana, ed in Seta di molte guise, come rilevasi da gran numero di Documenti, e dal medesimo *Muratori*, e si distinguevano fra le altre Firenze, Genova, Roma, Verona, Padova, Milano, ed erano fornite egualmente di Tintorie. E il gusto deciso di quelle età pei colori fondamentali, e fra tutti gli altri pel rosso, ci dee far credere, che infinito fosse il consumo di questa Droga, non solo pei Cremesi e Scarlatti, colori fin d'allora considerati come toni diversi del rosso (*b*), ma ancora pei Violati, e Morelli, con tutte le loro degradazioni, ne' quali entrava egualmente la Grana: e che in conseguenza, anche in riguardo della vicinanza de' luoghi, grandissima copia dovesse trarsene di Linguadoca, e Provenza. E se si considera che in que' tempi nacquero, o crebbero almeno, e si diffusero per tutta l'Italia i Torneamenti, e le Giostre, e gli altri spettacoli pubblici, i solenni festeggiamenti per nozze, o per altre straordinarie occasioni, ne' quali oltre agli altri corredamenti del lusso, usavano Signori, e Principi di regalare grandissimo numero di vestimenti, dee rimanerne necessariamente ammirato, massime in tempi stimati altronde rozzi, e meschini. La sola Relazione conservataci dal sempre

(*a*) Una raccolta di simili testimonianze può riscontrarsi presso il *Redi* nelle Annot. al suo Ditirambo; ed ivi pure il gran lusso usato in que' tempi non solo in Provenza, e nel resto della Francia, ma anche in Firenze ne' funerali de' ricchi, e nobili per ogni genere di acconciamenti, e vestiti in Panni, Velluti, Sciamiti di Scarlatto, e Vermiglio, ecc.

(*b*) Cioè non fatti, e denominati all'azzardo, ma con regole particolari determinati, e distinti nella pratica de' Tintori.

ch. *Muratori*, dell'*Ordine* e *Magnificenze*, che da Magistrati, e pubblici Rappresentanti teneasi in Roma ne' solenni ricevimenti di Ambasciatori, e gran Principi, che vi capitassero nel tempo, che i Papi sedevano in Avignone; per il gran numero non solo de' Signori, e de' Corpi, ma delle Comparse, e Corteggio, distinti per varietà di Vestimenti, e *Divise*, combinate a molti colori, in Lana, ed in Seta, ne' quali lo Scarlatto, e il Rosso Vermiglio per lo più campeggiavano sopra tutti, può darci una vasta idea dell' estensione di codeste Manifatture, e del consumo che dovea farvisi di questa Droga *(a)*.

43. Può dirsi, che le Arti in que' tempi, e fino al Secolo decimosesto per riguardo all' Europa si trovavano ristrette quasi nella sola Italia, nella quale ricrebbero di mano in mano, che nella Grecia piegarono alla totale rovina: e dal momento che quivi cominciarono a coltivarsi con maggiore attenzione, comparve in loro soccorso anche la Stampa, e da qualche monumento, che essa ci ha preservato anche sopra l' arte tintoria, riconosciamo la grande varietà delle tinte, e delle droghe che fin d' allora vi s' impiegavano.

44. Il Veneziano *Giovan Ventura Rosetti* verso la metà del Secolo decimosesto pubblicò un Libro sopra l' Arte Tintoria, che è un trattato pratico de' più accurati processi dell' arte, da lui raccolti con molto studio peregrinando nelle Città di Napoli, Roma, Genova, Firenze, ed altre d' Italia, dove quest' arte era in più alta riputazione *(b)*: ed è mirabile il numero, e la varietà de' colori nella Scala de' rossi principalmente, rosati, rossi, scarlatti in grana, Cardi-

(*a*) I documenti di tutte le cose asserite in questo paragrafó possono vedersi raccolti nella Dissertazione XXIX. del *Muratori*. Noi ne addurremo d' altronde due soli fatti per prova: nelle nozze di *Galeazzo Visconti* con *Beatrice d' Este*, mille persone furono regalate di vestimenti. V. *Corio* Stor. di Mil. Part. 2. p. 367. ad Ann. 1300., e v' è chi scrive, che non mille, ma settemila furono le vestimenta *pannorum bonorum* distribuite in quella occasione. Così nelle feste fatte da' Genovesi per la vittoria contro Savona (1227.) *innumerabilia indumentorum paria a Potestate . . . . fuerunt . . . . laudabiliter erogata.* „ La detta Relazione dell'*Ordine e Magnificenza* si trova ivi pure. Differt. 29. p. 855.

(*b*) Ne daremo qui il titolo per esteso. „ Plictho de Larte de Tentori. che insegna tenger Panni, Tele, Banbasi, et Sede, si per Larte maggiore come per la comune ". In fine. „ Composto per *Gioanventura Rosetti* provisionato nello Arsenà dello Illustrissimo Senato Venitiano. In Venetia per Francesco Rampazetto. 1540 (in piccolo 4to).

naleſchi, Vermigli, poi i compoſti violetti, Pavonazzi, Morelli, ne' quali entrava o in tutto, o in parte la Grana, ſia in lana, o in ſeta, o in ogni genere di pelli, di pelami, e di piume, trovandoſi bene ſpeſſo unito ad eſſa, o anche ſolo il Verzino, che era già in uſo ſin da quell' ora.

45. Io ho voluto citar qui queſto Libro, che eſſendo il primo, o certamente il migliore uſcito in Italia ſu tal materia ſin da tal tempo, può riguardarſi come il modello, o la baſe di tutti quelli, che ſono ſtati ſcritti dappoi in Europa, e ci ſomminiſtra molte notizie relative al noſtro argomento *(a)*. Primieramente egli parla dell' arte tintoria non ſolo come già molto antica, e coltivata in Venezia, ma ancora come diffuſa, e molto perfezionata nelle più coſpicue Città dell' Italia, come Mantova, Milano, oltre alle già nominate qui ſopra, e quaſi in ognuna di eſſe ricorda i nomi de' Tintori in quel tempo più accreditati. E come egli fu il primo teſto, ſu cui i Franceſi nel principio di queſto Secolo ſtudiarono le vere regole di queſt' arte, che furono poi da loro medeſimi colla Chimica perfezionate ed eſteſe; così può dirſi, che quanto al ſoſtanziale de' metodi, e delle coſe pochiſſimo vi ſi è aggiunto finora: bensì alcuni generi più perfetti fra le materie tintorie, e fra i mordenti, poi un' eſattiſſima preciſione, e molto più lume, e ſicurezza di Teoría.

46. Quanto all' antichità dell' arte in Italia, e ſpecialmente in Venezia per tutta prova baſterà queſta ſola, che fin dall' Anno 1429. trattandoſi di riformare la *Mariegola*, cioè Matricola della Scuola, o Compagnia de' Tintori, ſi trovò eſſere queſt' arte di una antichità immemorabile nella Repubb.; e furono motivo della riforma *molti Capitoli*, *ed*

(a) Queſto libro del *Plictho* fu poi tradotto in Franceſe, e ſtampato in Parigi l' Anno 1716. con approvazione e privilegio del Re, e gli fu dato il titolo di „ Suite du Teinturier parfait . . . . Ou l' art de teindre les Laines, Soyes ecc. . . . . comme il ſe pratique a Venis ecc. . . . traduit de l' Italien “. Il Traduttore nel ſuo Avvertimento ripete queſta dichiarazione che il Libro è Italiano, e nel dare il contenuto di tutta l' opera, loda molto il metodo del *Roſetti* per alluminare le Stoffe, cioè per dare i Mordenti, confeſſando eſſere un ottimo metodo per fiſſare i colori „ ceque nous n' avons point en France “ Mr. *Hellot* celebre trattatiſta di Tintoría ſi è vendicato di queſto Traduttore chiamandolo un ignorante, che non conoſceva nè i principj, nè i termini dell' Arte, e che ha fino copiato male i proceſſi buoni e cattivi ecc.

Ordini per eſſere antiqui reſi inutili e inoſſervati. Ved. Janon. T. 3. lett. 6.

47. Fra le coſe poi che impariamo da queſto Libro, noteremo queſte due ſole: la prima che la Cocciniglia non gli era nota. Fra tante ſpecie di Grana, che Egli diſtingue, la Cocciniglia non ſi vede mai nominata; ſegno che fino all' anno 1540. ella non era ancora comparſa in Europa, o almeno in Venezia, o che almeno non era ancora in commercio, benchè il Meſſico foſſe ſtato già conquiſtato fin dall' Anno 1521. (*a*). La ſeconda, che al ſuo tempo erano note e in commercio quaſi tutte le ſpecie del Cocco Antico; e ne veniva d'altri Paeſi non ricordati dagli Scrittori di queſta Droga. Nel ſuo Capitolo, che potiamo dir terzo, intitolato *della Grana, over Kermes*, volendo annoverare le varie ſpecie di Grana ſecondo il grado della bontà, nomina prima *la grana de Armenia, poi la ſeconda è de Aſia, overo Barbareſca di più Provincie, la terza è la Spagnola*: e ſembra poi che ne voglia diſtinguere le ſpecie, dicendo la prima eſſere rotonda *come la Lenticula*; (peggio è che le chiama *frutto de alcune ſermente.... come è il brazzo umano*) ma la Spagnuola dice naſcere *ſu' rami molto ſutili*, e la migliore eſſer quella raccolta di terra, cioè caduta ſpontaneamente, che *il Collegio de' Medici adimandano galates; e la ſecunda de Soria e Andabsì di Armenia, e dapoi queſta e quella di Soria, e di Licinia, e la Dredana, e quella che viene de Spagna*: e queſta ripete eſſere raccolta in arbori più piccoli; e dice che chi la coglie, la meſchia con foglie della ſua pianta, *le quali foglie* (per non eſſere forſe egli ſolo ad ignorare i Vermiculi, ſoggiunge) *genera alcuni Vermi, overo Lumaghe*. In tutto il qual tratto non ci ſarà maraviglia, che non abbia nominata la Provenzale, avendo traſcurata egualmente l'Africana, la Greca, ecc.

(*a*) Lo Spagnuolo *Lacuna*, che ſcriſſe dopo il 1550. fu uno de' primi, che ſcriſſero ſopra la Cocciniglia, poi gli altri Spagnuoli che vennero in ſeguito: ma *Gio: Baubino*, che viſſe fin verſo il 1615. non conobbe la Cocciniglia ſe non per quanto ne aveva detto il *Lacuna*: e i redattori della ſua opera grande *Hiſtoria Plantar. Univerſ.*, ſtampata nel 1651. non vi hanno aggiunto nulla di più; tanto è vero, che la Cocciniglia dovette tardar molto a divulgarſi in Europa. Vedremo tuttavia in qualche luogo, che ella ſi dilatò prima che altrove in Italia, e cominciò a comparirvi poco dopo il tempo del *Plictho*, e vi produſſe notabili cambiamenti.

48. Bensì nel corpo dell'opera, e dove tratta del tingere in Seta, ricorda molte e diverse specie di Grana, distinguendola secondo i gradi delle respettive bontà, per rapporto al fornir molto e più perfetto colore: le principali e più frequentate da lui si vedono essere la Grana di Corinto, Grana di Levante, Grana di Barbaría, poi Grana di Ponente, Spagnuola, Valenzana, Provenzale, item della Marca, Schiava, Ragusea, *e d'altri luoghi*, e in ultimo Grana da *Cimera*, che io non saprei dir cosa sia. Così ci dà Egli ancora le quantità, che di ciascuna di queste grane si esigono per aver buono e perfetto colore; determinandole una per una; d'onde risulta, che fra quelle di Levante, e le Spagnuole che tengono li due estremi, essendo l'ottima quella di Levante, la Provenzale sembra tenere il luogo medio di qualità, cedendo però di un grado a quella di Valenza, e pur di un grado vincendo quella di Barbaría. Al contrario parlando del *Cremesino*, che sembra essere un impasto di grana, corrispondente a quello, che i Francesi chiamano Pastel, e del quale sembra ch'egli si serva per preferenza nelle tinte fine di seta, è notabile che quel di Ponente, e della Marca sono anteposti, non solo al Raguseo, ma fino a quel di Levante, ridotto all'ultimo luogo.

49. Le quali differenze di bontà e di stima fra le grane, che in que'secoli si commerciavano, le ho volute qui riferire, parendomi che aggiungano qualche peso a quella mia congettura, che quella grana che commerciavasi fra Lucca, Modena, Bologna, e Ferrara, non solo venisse di Pisa, ma fosse probabilmente di Provenza piuttosto che qualunque altra: parendomi che quella sola e non qualunque altra potesse determinare le speculazioni economiche di questi nostri mercadanti mediterranei al mercato di Pisa, anzi che a quel di Venezia; perchè trovatasi codesta Grana di Linguadoca, e di Provenza di bontà media, come grana, e di prima come Cremesino, cioè Pastello fra tutte quelle, che erano allora in maggior corso, dovevano rivolgersi ivi senza esitanza, sia per averla di prima mano, sia quel che importa vie maggiormente, per averla molto più fresca.

50. Io ho un'altra Osservazione da presentare a V. E. da questo Plictho, che le parrà forse inaspettata e curiosa.

Abbiamo già osservato, che questo Autore non nomina la Cocciniglia, la qual di probabile fino a quel tempo non era ancora entrata in commercio: così è notabile, che conoscendo egli sì estesamente, e prescrivendo, ed usando in tanti modi la Grana, anzi pur tante Grane, e tutte le grane che si affollavano su i mercati, la sola Grana Brasile, che abbiamo trovata sì spesso ne' secoli antecedenti, non si trova pur una volta da lui nominata. Al contrario egli conoscea molto bene il Legno Verzino, e lo nomina, e lo adopera spessissimo, e talvolta anche unito alla Grana, in tutti i colori rossi, e in quelli che ne dipendono. Ora col Verzino egli conobbe anche il Brasile, che si trova da lui chiamato *Brasil*, *Brasilio*, *Braxilio*: ma quel che nessuno si aspetterebbe, quel suo Brasilio non è altrimenti il Legno Brasil Verzino, egli è un'altra cosa, che non è nè Verzino, nè Legno. Non è Verzino, perchè non sono mai nominati promiscuamente, come de' Sinonimi si usa, nè nemmeno nelle medesime composizioni, ma separatamente, e in diverse composizioni e colori, ciascun da se solo. Non sembra poi nemmen Legno, perchè laddove preparando il Verzino egli ordina „ *chel sia tagliato menuto come si solita* " e altrove „ *Vergino*, *e raspalo con una Raspa* " al contrario per il Brasilio si contenta che sia *pesto* „ *Braxilio pesto sottile* " : anzi non è legno sicuramente, perchè altrove lo chiama „ *Brasilio da Tentori*; *cioè del fiore*; *quando che è de quello*, *mettine un poco*, ecc. " (come se ve ne fosse di più qualità, o gradi): e altrove finalmente „ *Brasilio de Tentori*, *cioè fior de guado* " (*a*). E per levare affatto ogni dubbio ripeteremo, che del Verzino ei si serve a fare Scarlatti, pavonazzi, e qualunque altro rosso: ma del Brasilio, eccetto il caso di farne *Ace*, *over filo*, *o tela in rosso*, nel qual caso il Brasil bolle *con Lume de Rocca*, cioè con allume; in tutti gli altri il Brasil serve principalmente pe' Verdi, e sopra tutto *a far Verde sopra giallo*, che è la sua frase.

(*a*) Altra prova che il Brasilio di questo Autore non sia, nè Verzino, nè legno mi sembra questa, che dove tratta del tingere le pelli, *torrai*, dice, *tanto brasilio che basti*, *e daglilo con il penello*: operazione che non si può far col Verzinu senza una previa preparazione.

51. Dalle quali considerazioni risulta, s' io non m' inganno, che il nome Brasil, Braxile, o Braxilio, con cui noi ora intendiamo l' Americano Legno Verzino, qualunque ne sia la provenienza, e l' origine, ne' tempi andati non è mai stato in Europa aggiunto, o nome di un Legno rosso: bensì dal secolo duodecimo al decimoquarto si trova aggiunto al nome di Grana, che è rossa, ma non è legno; alla metà del Secolo decimosesto si trova nome del fiore, o fecula, o succo, o estratto, o impasto qualunque del Guado, che non è nè legno, nè rosso, e serviva anzi principalmente pe' verdi. Se dopo quel tempo lo troviam dato al Legno rosso di America, altrimenti detto Verzino, e al paese che lo produce, potrà ben essere, che ciò sia avvenuto perchè gli Europei portandol seco nel nuovo Mondo, gli ne abbiano per qualunque azzardo, o ragione attribuito: ma l' esistenza di questo nome per quanto antica in Europa, non formerà per se una prova, che l' America avesse in tempi anteriori comunicato col vecchio mondo; come nemmeno il passaggio supposto di questo nome dall' Europa all' America non prova la preesistenza quassù di quella pianta medesima, che intendiam ora col nome di Legno Brasil del Brasile.

52. Per finire di stabilire, se è possibile, l' opinione sopra questo particolare, vi aggiungeremo ancora una riflessione. Abbiam veduto nel testo del *Bellonio* riportato qui sopra (V. la Nota annessa al n. 11.), siccome in Creta si usava di scernere col Cribro la grana in due sorte; cioè nel pulvisculo rosso composto de' Vermicciuoli, che poi chiamavano fior di Grana, e nelle Vesciche che ne rimanevano vuote. Del fiore, pigiando leggermente insieme colle dita que' granellini, e leggermente schiacciando que' Vermicciuoli, perchè non nascessero, ne formavano delle pallottole, o globi della grandezza in circa di un uovo; il *Bellonio* la chiama polpa, cioè il fiore, o succo del color pretto, e dice che valeva il quadruplo dell' altra sorta, cioè delle vesciche, o bucce sfruttate.

Da un altro passo del *Quinquerano* abbiamo veduto l' istesso metodo praticato egualmente in Provenza, e anche ivi il fiore vendersi il quadruplo delle Vesciche (Ved. la N. al n. 40.). Egli è quasi costante, che in fatto d' arti, e di

speculazioni

ſpeculazioni economiche gli uomini in tutte le età, e in tutti i climi dalle medeſime oſſervazioni, in circoſtanze eguali, ſon ſempre giunti alle medeſime concluſioni ed induſtrie. Così in Candia, e in Provenza, e ſorſe per tutto altrove, l'iſteſſo metodo nel raccogliere la Grana, l'iſteſſa pratica nel prepararla, l'iſteſſo zelo, ivi del *Queſtore*, che ſarà l'Eſattore, o Finanziere, là de' Legulej deputati dal Magiſtrato, per mantener la quiete e il buon ordine, tirare a ſe la Grana raccolta, e dice il *Bauhino*, rivenderla a Mercadanti, cioè lucrare ſu quell'induſtria pel maggior bene di quella gente.

53. La Grana dunque anche prima di venire al Mercato trovavaſi aſſortita in due qualità, Vermetti in paſta, e Veſciche, fiore, e Membrane, cioè Cuſculio, o Scolecio, o Quiſquiglie; cioè con quella differenza che ſi è ſempre trovata ſotto diverſe denominazioni, e vocaboli nella Grana di Linguadoca, e Provenza, e che trovaſi attualmente nella Cocciniglia del Meſſico, diviſa ancora per ſue particolari ragioni in un maggior numero di qualità e differenze. Veniamo ora al Plictho, e vediamo ſe queſte ſpeculazioni mercimoniali abbiano veruna influenza nella manipolazione degli Artefici.

54. Abbiamo già detto, che il Plictho diſtingue le qualità della Grana ſecondo i luoghi che la producono (V. n. 47. 48.); ma ſiamo coſtretti di dire ancora, che ei la diſtingue ſecondo le qualità e le forme, in cui il commercio la rappreſenta. Quindi è, che volendo dare una norma delle *bontà* della Grana ſecondo i varj paeſi, la divide in due Claſſi, cioè la prima col titolo di Grana di Levante, di Ponente, di Corinto, di Barbaría ecc.; la ſeconda col titolo di Cremeſino, Cremeſino di Levante, di Ponente ecc., colla qual diſtinzione s'intende chiaro, che per Grana egl'intende il Miſcuglio più groſſolano della Grana intera e ſfiorata, cioè delle Veſciche più o meno vuotate del Vermiglio, e de' Vermi, e per il Cremeſino intende il fiore, o la Polpa ridotta in pallottole, o in Paſta, ſecondo la conſuetudine de' Paeſi. Può eſſere che alcuni la conſervaſſero forſe anche in polvere più o meno groſſa, come ſembra che foſſe quella, che di Polonia, al dir del *Cornaro*, paſſava in Germania a Franc-

fort (Ved. N. 32. not. 28.), ma però libera dalle Membrane, e come risulta dal Plictho stesso, in cui si vede il Cremesino d'ogni paese distinto anch'esso di nuovo in due Classi, cioè Cremesino di Levante, e Cremesino grosso di Levante, e così pure di tutti gli altri.

55. Che poi una tale distinzione non sia nell'arte di puro lusso, e precaria, apparisce, e dalla cosa in se stessa, e molto più dalla diversa preparazione, e dall'uso ch'egli ne fa. Abbiam già notato, che il Cremesino in generale è più forte, e più nobile di colore che la grana sua respettiva, e può esser colpa della prima separazione, che un Cremesino sia più o meno ricco in confronto della sua propria Grana, o di un'altra. Or quanto all'uso egli è certo, che della Grana ei se ne serve promiscuamente, ma ne' colori più fini, e nelle opere più delicate, pare che il Cremesino abbia sempre la preferenza. La preparazione poi sembra decidere affatto della differenza, che passa fra l'una e l'altro; la Grana si pesta, e *si fa che la sia ben masenada*, e quindi si bolle; *ma lo Cremesino vuol essere smogliato, e vuol stare a moglia secondo la stagion, e massime la instade che si lavora, fa chel sia ben mogliato sopra tutto, e chel sia ben masenato similmente d'avantaggio* ecc.

Altre frasi da lui usate altre volte farebbero pensare, che il Cremesino fosse un composto del detto fiore della grana, e di qualche terra impastatavi per conservarlo, o aggiuntavi nell'atto per affinarlo, perchè dopo la macinatura, e una lavatura, con cui si vuole che passi *per una pezza* affine di defecarlo, si dee di nuovo pestare in un Mortajo di marmo *sì chel sia disfatto*: e allora *piglia dicta pasta di Cremesino* ecc., e similmente, *fa di terra lire vinti di pasta di Cremesino, overo altrettanto, secondo che fosse cresciuto, et abbi una strazza, e cola ditta pasta di Cremesino* ecc. (*a*). Le

(*a*) Questa operazione entra in uno de' suoi metodi per tingere seta in perfetto Cremesino. Ve n'ha pure un altro intitolato *a tenger Seda in color Cremesino perfetto*, che dice essere di Maestro *Mathio Diodato* da Venezia, nel qual vi sono due cose notabili; la prima che in questo vi entra l'*Endego* in ragione di mezz'oncia per ogni libbra di seta; ond'è che questo Cremesino doveva avere un lampo più scuro, o forse erano tutti a tal atto entrandovi il *poppo*, che io non so cosa sia; l'altra è un Canone, che Egli dà, che da quattro a sei libbre al più di Cremesino si

quali operazioni benchè forse non possano essere ben intese, che da quei del mestiere, ci dimostrano però tuttavia la differenza fra la semplice Grana, e il Cremesino; che è appunto quello che c'importava di dimostrare.

56. Dal fin qui detto parrebbe ne conseguisse, che siccome il Brasilio in mano dell'Artefice si è trovato non essere nè Legno Verzino, nè color rosso, ma un succo, o fecula, o composto qualunque di Guado, cioè dell'Isatide, o Glasto, che sin da que' tempi era copiosa nella bassa Romagna: così potrebb' essere, che anche il Cremesino presso i medesimi Artisti non fosse stato altro che una diversa preparazione della Grana, cioè il fiore, o polpa della grana medesima separato dalle membrane, che contengono i Vermicciuoli: parendo, che i varj toni del color rosso, cioè il Vermiglio infocato, e i rossi più cupi dipendessero dalle composizioni, e dai metodi più che dalla sola materia *(a)*. Alla quale distinzione se avessero badato i Comentatori di Mesue, e gli altri Arabisti, ed egualmente i Naturalisti, e Botanici loro riprensori, e fra tutti il *Mattioli*, il *Dalechampio*, il *Baubino*, avrebbero risparmiate reciprocamente a se stessi, ed al pubblico le tante inutili, e recadiose leggende, quante pur troppo ce ne hanno lasciate sul Kermes di Serapione, sul grano Kermes de' Tintori, che voglion essere l'istesso, che il Cremesino, mettendo a conflitto i Greci cogli Arabi, li Scrittori co' Mercadanti, i Tintori cogli Speziali.

57. Se fosse possibile di rintracciar la vera epoca, in cui il Glasto, o Isatide, o Guado ricominciò in Linguadoca, e Provenza ad essere un oggetto di economica speculazione, e di commercio, la qual'epoca potrebbe forse coincidere con quella dell' iniziale decadimento della grana tintoria, ritro-

fa buon colore. Ma *vuole essere Cremesino menuto, et Todesco, e farà perfetto colore*. Fosse mai quel Cremesino Polacco, che vedemmo andare a Francfort? V. N. 32. Not. 28., e N. 60. N. 48., di cremesino Todesco io non ne ho incontrata altra specie.

(a) Li toni de' colori astrattivamente dipendono senz' alcun dubbio dalla perfezione e squisitezza della materia colorante, come professano tutti i Maestri dell' Arte; ma siccome le materie prime prendono un tono diverso secondo il metodo, con cui si preparano, come si vede nella Grana, e nella Cocciniglia, e fino nel Cinabro, il cui tono cupo o acutissimo dipende dalla maggiore o minore raffinatura della Macinazione; così effettivamente, ed in pratica diventa vero quello, che qui si asserisce, che l'effetto ultimo dipende dal metodo, e molto più dalle diverse composizioni e ingredienti che vi si aggiungono.

verebbesi forse ancora negli Scrittoj mercantili il momento della trasfigurazione de' vocaboli, che non avvertita dai rari Scrittori di quelle età, è stata la cagion vera delle incertezze, in cui tuttavia ci avvolgiamo *(a)*; seppure non vorremo essere del numero di coloro, che descrivendoci con minuziosi dettagli le forme, e gli arbitrarj caratteri dei naturali prodotti, ne trapassano con aria disprezzatrice tutte le vicende, e la storia; come se l' esperienza de' secoli trapassati non fosse degna de' nostri sguardi, e le vicende della cultura, e delle arti non fosser parte della tanto vantata filosofia, nè appartenessero alla Storia dei varj ondeggiamenti dello spirito umano.

58. Vedrebbesi forse, che quella inesplicabile forza per cui le opinioni, le costumanze, i gusti, e i linguaggi per gradi impercettibili perpetuamente declinando si mutano, avendo fatto che la parola *Brasil* (comunque nata e introdotta) dal secolo duodecimo al decimoquarto servisse ne' Mercati, e nelle Officine ad esprimere l' impasto del fior della grana, per distinguerlo dalle grane in membrana, o vescica, cominciò quindi a cambiarne l' uso, e il valore; e furono forse i progressi dell' arte tintoria non meno, che quei delle Lettere, che motivarono un tal cambiamento. Tentati di mano in mano, e felicemente introdotti nuovi metodi di tintura, nuove combinazioni nella degradazione, e varietà de' colori, andò crescendo anche il numero delle materie tintorie, e bisognò aver nomi nuovi per distinguer con precisione, e le materie, e i lavori. Gli Artefici avranno o riflettuto da se, o imparato dagli eruditi, che il nome di Kermes, e Creme-

(a) Antichissimo è l' uso del Glasto, ora Guado, per tingere le lane in ceruleo cupo, i Galli ne faceano grand' uso, e *Cesare* trovò che i Britanni se ne macchiavano in guerra; *Plinio* vi aggiunge, che le lor Donne se ne tingevano tutto il corpo, e in alcune feste anche nude, per imitare gli Etiopi: ne' secoli oscuri non se ne trova menzione alcuna, ma nel secolo decimosesto se ne trova la coltura nella Spagna, ove chiamavasi Pastel, nella Provincia Brettagna sotto il nome di Vouede, nella Provenza, ove le Pastiglie o Glebe del Guado già preparato adottarono il nome di Pastel come quelle della Grana: In Italia si chiamò sempre Guado, o Gualdo, come vedremo nella Nota seguente. Può essere che la gran copia del Guado pregiudicasse alquanto alla Grana; ma il vero decadimento di questa devesi principalmente all' introduzione della Cocciniglia, che andò crescendo di mano in mano; come quello del Guado seguì all' introduzione dell' Endaco, color più copioso, e più splendido, che trovasi già nominato anche nel *Plictho*.

ſino era più adatto ad eſprimere, o una parte della materia, o uno de' roſſi che cavanſi dalla Grana, e quindi al fior della Grana avranno abituato col tempo invece del vecchio, e inſignificante *Braſil*, il Kermes, e Cremeſino, che facilmente divenne promiſcuo fra la materia tingente, e la tinta, come vediamo verificato nel Plictho. Se l'arte intanto eraſi arricchita di un nuovo genere, ſe il Guado, o Glaſto creſcendo già nella Marca, nella Romagna (*a*), nella Provenza, ſi era già affacciato ai mercati, ed era entrato nelle Officine, ſe il nome di *Paſtel* datogli dagli Spagnuoli, e adottato dai Franceſi non piacque forſe a tutti i Mercadanti, o Tintori, ſe la ſua forma era tuttavia di una paſta, o di una ſoſtanza preciſamente manipolata, e impaſtata a ſomiglianza appunto delle pallottole, o paſtiglie del Cremeſino; qual meraviglia che gli Artefici trasferiſſero a queſta paſta il nome tolto a quella di Grana, e mutaſſero in Braſilio la nuova paſta del Guado, come il vecchio Braſilio del fior di Grana era ſtato mutato nel Cremeſino?

59. Ma io mi abuſo ſoverchiamente della di lei ſofferenza. La rarità del Plictho, Libro claſſico nel ſuo genere, primo Maeſtro dell'Arte tintoria Italiana, e Franceſe, le importanti e nuove notizie in eſſo ſcoperte ſulle varie ſignificazioni della parola Braſile, mi hanno ſedotto a ripigliare in queſto luogo, cioè fuor di luogo, la diſcuſſione di queſta ricerca, dall'iſteſſo ch. *Muratori* riputata curioſa e intereſſante. Intereſſanti ſono ſempre le vicende delle coſe tutte, che ſervono all'Uomo, al quale tutte ſi riferiſcono, e ne dipendono direttamente. Curioſa è queſta di un Vocabolo eſotico, eſtraneo all'Europa, e a tutte le lingue note; predeſtinato con tutto ciò all'Arte tintoria e ai colori: che in Europa ſervì prima alla Grana, indi al Guado; portato in America, divenuta teatro delle Conquiſte, vi conquiſtò un ampio

(*a*) „ Guado (dice il *Plictho*) ſi fa d' un'erba, che naſce in Romagna, e nomaſi Erba Gualda " di queſt'erba ſe ne ſervivano in maſſa per fare la Tina, che è il bagno madre, o matrice di tutte le tinte; Ma quel che chiamavano Braſilio, era, come è ivi ſpiegato, il fior de Guado, cioè il Paſtello. Coltivavaſi copioſamente non ſolo in Romagna, ma ancora nella Marca, e trovaſi ancora nell'una, e nell'altra di dette Provincie una Terra col nome di Gualdo, derivato dalla coltivazione del Guado.

Regno ancor egli, e una pianta ricchissima di colore. Salito a tanta celebrità e fortuna, le sue vicende però non cessarono di essere per l'Istoria un Mistero. Regnava egli già nell'America, ma non aveva però abbandonata l'Europa; nell' Officina del Plictho il fior di Guado chiamavasi ancora *Braxilio*; e quello che è anche più strano, il legno Rosso Americano, che venia dal Regno Brasile, nell' istessa Officina, che è quanto dir nel Commercio, chiamavasi Vergino, e Verzino, non mai Brasil, nè Brasilio. Tanto è lontano, che il legno Brasil dell' America debba il suo nome ad un Legno Brasil dell' Europa, che fino al 1540., cioè quarant' anni dopo quella Conquista, per Brasile in Italia intendevasi il Guado; e il Legno Rosso, che ci venia dal Brasile, portava seco il nome *Verzino*; nome probabilmente italiano piuttosto che portoghese; e Dio sa mai di quale significato ed origine! Ma tutto questo potrebbe far sospettare, che il nome Brasil in America dato da prima al paese, non si fosse se non molto tardi comunicato al suo Legno Tintorio, cioè per la ragion del Commercio, come vediamo de' Nanchini, delle Batavie, che ritengono i nomi delle lor patrie: Il che però quanto al Brasile, sarebbe al contrario di ciò che erasi creduto comunemente. Peggio è per la gloria di questo legno così famoso, che i nostri grandi Botanici non l'hanno ancora stimato degno di essere ammesso nelle loro Classi; il Legno Brasile nella moderna botanica è non ancora classificato. *Brasilium J. B. Cæsalpinia? (signum dubitantis) Arbor Brasilia dicta. Linn. Gen. plant.*

60. Del rimanente fra le cose bastantemente provate parrebbe potersi tenere almen questa, che il Cocco basico, Vermiculo, Kermes, or Grana da tingere, di tutte le droghe nobili di antichissima Data per le tinture, sia fra le prime; antica almeno quanto le porpore: e se deve essere stato più facile di accorgersi di codeste bacche su gli arboscelli, che non di quelle chiocciole nel mare, potrebbe credersi la sua tinta più antica ancor delle Porpore: nella Scrittura si trovano contemporanee, per lo più anzi accoppiate, Porpora, Bisso, Giacinto, e Vermiculo. Col tempo il Cocco divenne Blatta, poi Kermes, ed era confuso già colle porpore, o ad esse piuttosto sostituito, quando fra' Mercadanti, e

Tintori cominciò ad eſſere *Grana Braſil*, *Vermillon*, Cremeſino, con tutte le altre vicende, che ne abbiam già toccate, e fu ſotto quel nome ſtrano di Grana de Braxile, che V. E. la vide mercatantando fra Bologna, e Ferrara: Da lungo tempo la Scuola Arabica lo aveva inſinuato nelle officine de' Farmaciſti, de' profumieri, de' Seplaſiarj, quando la Cocciniglia, ſpecie ancor eſſa di quella razza, o genere almeno della famiglia, ma di un ſangue più delicato, di un color più ricco e vivace, venuta fin dall' America ritraſſe a ſe l'ammirazione, il concorſo degli Artefici, de' compratori; fu accolta nelle officine, e trionfa ormai ſola per tutta quaſi l' Europa, non ſolo nelle tinture, ma buona parte in tutti gli altri uſi, che appartenevano ab antico alla Grana (*a*). La

(*a*) La ſcoperta della Cocciniglia nel Meſſico non ſaprei dire di quanto foſſe poſteriore a quella del Meſſico ſteſſo, fiſſata all' Anno 1521. Quanto alla ſua venuta in Europa abbiamo citato il *Lacuna* (n. 47.) che fu de' primi a ſcriverne; e ſe ſi deve riferire alla Cocciniglia un' eſpreſſione del *Mattioli*, converrà credere, che poco dopo la metà del Secolo decimoſeſto la Cocciniglia ſi trovaſſe già molto diffuſa nel Commercio, e nelle Arti d' Italia „ portaſi adeſſo (dice egli lib. 4. c. 50.) una ſorte di Cremeſino nuovo dall' Indie Occidentali per via di Spagna, la qual per eſſer già fatta copioſa in Italia, ha fatto di gran lunga calar di prezzo i panni di Seta di tal colore ". Un Cremeſino, che veniva a quell' età dall' America *per via di Spagna*, non può eſſere che Cocciniglia. Il qual fatto eſſendo pur vero ci da occaſione di maravigliarci due volte, la prima che il *Mattioli* avendo veduto la Grana in Boemia, dove non vi è, e non vedutala in Toſcana, dove pur n' era, riferiſca per Cremeſino la Cocciniglia, che ci venia dall' America, ſenza forſe neppur vederla: l' altra, che i Botanici Oltramontani così rigidi riprenſori di queſti nei del *Mattioli*, non aveſſero per tutto il Secolo XVI. avuta notizia di tanta copia di Cocciniglia, che avea già nell' Italia ribaſſati i prezzi alle tinte di Seta. Che che ne ſia del *Mattioli*, e degli altri, trovo che anche *Cardano* ci racconta l' iſteſſa coſa: *Advehuntur ad nos nunc animalia pro purpureo colore ſerici conficiendo, ſimilia Cimicibus, a quibus ſublata ſunt capita, unde precium ſerico rubenti imminutum ferme ad dimidium*: e dopo altre coſe ſopra il roſſo della Pimpinella ſoggiunge: *quatuor libræ ex hac materia* (cioè di quel roſſo di Pimpinella) *in ſingulas ſerici libras exiguntur: ex Indica vix ſelibra, quod pura ſit & ſicca: atque ideo* minus tenax hic color, minusque vividus. *Cardan. de ſubtilit. Lib. 9.* Ved. qui ſopra n. 31. N. 28. n. 55. Not. 44. Dalle ultime parole di queſto teſto biſogna inferirne, che quella Cocciniglia foſſe male preparata in America nel raccoglierla, o che qui i noſtri non ſapeſſero ancora l' arte di trarne bene il colore. Ma ne riſſulta però ad ogni modo, che la Cocciniglia (giacchè nemmen queſto teſto non ſi ſaprebbe riferire a neſſun' altra droga, e *Indica* in queſto luogo non vuol dire che Americana), era già accreditata in Italia prima dell' Anno 1560., nel qual anno fu ſtampata la prima volta queſt' opera del *Cardano*; e che fu introdotta nell' intervallo dei venti anni che corſero fra la Stampa del *Plictho*, e dell' Op. del *Cardano*. Sarebbe coſa lunga, e troppo fuori del noſtro propoſito il rintracciare le vicende della Cocciniglia del Meſſico in tutto il corſo del Secolo decimoſettimo; perciò accenneremo ſoltanto lo ſtato, in cui trovavaſi il ſuo commercio dopo la terza parte del Secolo preſente. Dicono eſſerſi calcolato nel 1736., che 880000. Libbre franceſi di peſo di Cocciniglia entravano ogni anno in Europa dal Meſſico, e che queſto Commercio ſi valutava a quindici millioni di lire parimenti di Francia: biſo-

Grana presso che abbandonata, si ricovrò a pochi vasi degli Speziali, e a pochi Manipolatori dell'Unguentaria, e della Cosmetica. E già gli Alchermes, le Giacintine, nomi al presente quasi più celebri per l'antichità che per l'uso, le essenze, le Tinture, i Giulebbi, sia di Cocciniglia, o di Kermes, accreditati alquanto più per la grazia, che per merito di valore; così pur le Lacche pei Dipintori, i Carmini, o Rossetti, son tutti oggetti estranei egualmente al presente argomento: e di questi ultimi in quanto ajutano, o mentiscono la bellezza, abbiamo dovuto in altra occasione dirne pur qualche cosa *(a)*.

61. Così non forse avessi io trasceso anche in questo, e parlato forse assai troppo sopra la Grana, di cui Ella non mi cercò che un sol fatto, o accidente della sua Storia! Che ardirei forse di aggiungerle qualche altra mia congettura sul proposito di quelle membrane porporiformi, delle quali mi disse Ella trovarsene alcuni esempj attualmente superstiti in qualche Archivio in Bologna; all'occasione delle ricerche statemi fatte sopra il celebre Codice Auripurpureo della Biblioteca Elettorale di Monaco per determinare l'età, e la natura di quel colore, supposto generalmente di Porpora; perchè avendone finalmente potuto avere un segmento, e tentatolo con tutti gli agenti chimici, mi è sembrato di potere determinare, che quella tinta non solo non sia fatta del succo Porpora, ma che molto probabilmente si debba credere fatta di Grana. (Esperimenti sopra la Tinta di una Membrana porporiforme).

62. E veramente furono in uso codeste Pergamene, e Membrane,

---

gna aggiungere, che un'altra notabile quantità se ne racccoglie al Perù (*Ulloa* l. cit.). Queste somme nei cinquanta e più anni che sono decorsi dopo quell'epoca saranno forse smisuratamente crescinte. Chi volesse però fare un ragguaglio del consumo presente di questa Droga col prodotto, che dava la vecchia Grana di Linguadoca alla metà del Secolo decimosesto (V. n. 40.) dovrebbe riflettere, che la Grana di Linguadoca non era forse la decima parte del consumo che allora se ne faceva, avuto riguardo alle tante piazze, e Provincie che ne mandavano; considerando poi l'accrescimento del lusso, e in conseguenza delle manifatture, e delle arti, e l'immensa consumazione che ora si fa della Seta in paragon di que' tempi, intenderebbe la ragione della grande ampliazione di tal commercio, con tutto che inoltre la Cocciniglia sia ancora di tanto più ricca nella produzion del colore.

(a) In una Memoria intitolata „ Del Purpurisso, e de' sei colori detti preziosi presso gli Antichi “.

Membrane, e forse anche altre materie tinte in Porpora vera fino da' tempi non tanto bassi, poi più, e più ne' più bassi, come mi sembra di avere dimostrato in quella occasione con valevoli documenti. (*Del Codice Auripurpureo ecc. ecc.*). Ma tolta poi la possibilità delle Porpore, e durandone tuttavia il desiderio, pare si continuasse anche ne' tempi infimi e barbari ad imitare somiglianti tinture porporiformi, alle quali sembra nissuna cosa potesse essere sì atta, quanto la Grana. (*Id. ibid.*). E ce ne restano in fatti le prove non solo ne' monumenti qui sopra accennati, e in altri moltissimi da me altrove citati, ma eziandio ne' precetti dell' Arte, che duravano tuttavia: perchè non solo nel Plictho il terzo libro è tutto occupato dei metodi di tingere in pelli, e membrane, e le rosse vi si tingevano in Grana. Ma in quel barbaro Ricettario da noi citato qui sopra presso il Ch. *Muratori*, (Ved. N. 28. not. 23., e N. 55. not. 44.) dove non parlasi mai di vestiarj nè in Lana, nè in Seta; vi sono le Tinte dei *Pargamina* (Pergamena), e i *Pandii*, e gli *Alithini*, che sono sempre rossi, ed in pelle; poi la formula generale „ *Tinctio Ossuorum, & omnium Cornorum, & omnium lignorum* " che semba essere per lo più in rosso, e i rossi in *Hermiculo, e in Porphire*, che sono i rossi suoi principali.

63. Adunque di Carmini, e di altri arnesi della cosmetica, e delle tinte porporiformi, forse di Grana, Ella ne avrà di meno la noja. Ma io le ne debbo ad ogni modo aggiungere un'altra; e cercherò almeno di restringerla in poche parole. A quel mio Libro sopra le cose attinenti alle Porpore, Ella sa che io vi aggiunsi una Tavola contenente alquante figure di Chiocciole porporarie, al solo oggetto *di dare agli inesperti di queste cose un' idea generale della forma, e figura di queste chiocciole*, come fu dichiarato nella Pref. del Libro stesso; aggiungendo di più, di non pretendere, che tali figure *fossero di alcun peso nella determinazione delle specie, e de' nomi*, o di queste, o di altre Chiocciole porporifere (Prefaz. pag. 16. 17.): e per maggior prova della mia sincera intenzione, non mutai pure una sillaba alla nomenclatura aggiuntavi da chi me ne avea favorito la scelta, e il disegno, assicurando semplicemente, *che della loro identità colle antiche non ci rimanga alcun dubbio* (ibid.). Due

illustri Scrittori, e l'un d'essi autore d'un'opera insigne; autorizzata da una insigne Accademia, volendo trattare delle chiocc. porpor., e delle loro forme e figure, resero prima onorata giustizia alla mia dritta intenzione; ma torcendo alla negativa la mia positiva asserzione, l'un d'essi mi attribuì questa dichiarazione „ *non già perchè si creda la loro identità colle antiche* " (p. 154.): poi poco dopo correggendomi direttamente, mi suggerisce, che avrei „ *potuto anzi dir solamente un' idea di chiocciole, giacchè realmente in tal modo* (quella mia Tavola) *non ne offre altra* ". (ibid. p. 158.) Se le figure non mie, ma da me date al pubblico, non appartengono ai generi porporarj, io lodo, anzi ringrazio codesti dotti Scrittori, che ripetendo l'uno, e l'altro questa avvertenza, e moltiplicandola nei Giornali anche con replicate edizioni, hanno cercato di preservare il pubblico da un errore; del quale protesto che l'avrei prevenuto io medesimo, se mi fossi accorto di averlo, benchè involontariamente ingannato.

64. Ora dappoichè essi hanno dato saggio, anzi hanno pur confessato spiegatamente di non conoscere le vere porpore; se, gentilissimi come sono, mi avessero interpellato per sapere, se io persisteva nel sentimento già espresso, di credere genuine quelle Chiocciole „ *senza che della loro identità colle Antiche ci rimanga alcun dubbio* " avrei loro risposto quello che credo di dichiarare ora a Lei; che le Chiocciole figurate in quella mia Tavola, se se ne eccettui una sola, (entratavi, e rimastavi per una vera inavvertenza), sono specie genuine dei due generi Porpora, e Buccino, e per conseguenza appartengono ai due soli generi riconosciuti, e descritti dagli Antichi per Chiocciole porporifere.

Ma a V. E. io voglio dire una cosa di più; la lusinga che ho nudrita fino a questo momento di poterle accompagnar queste Carte con una serie di Chiocciole originali antiche, e moderne di vere Porpore, e veri Buccini, (o almeno coi loro esatti disegni) tratte da tal luogo, dove esistono ancora i vestigj delle antiche celebratissime porporarie, e dove da forse venti Secoli in quà non si è cessato mai di conoscere le vere Chiocciole porporifere, di saperle pescare ed uccidere, di conoscerne la vera parte colorante, e l'inu-

tilità del reſtante, di ſaperne i tempi, le proprietà, ed i coſtumi; dove in fine ſi ſaprebbe prepararle per la tintura, ſe vi foſſe chi a ciò penſaſſe, e compatir quelli che fantaſticando a lor modo, e peſcando per via di ſiſtemi, ſcambiano le porpore colle lumache, e fin coi bivalvi.

65. Ma queſte Chiocciole originali, con qualche Saggio della loro tinta purpurea, ſpedite già da ſei Meſi, e grazie alla felicità delle noſtre comunicazioni, e commercj, non ancor pervenute, rendendo vana queſta mia luſinga almeno per ora; e non volendo d'altronde laſciar V. E. più lungamente in ſoſpeſo ſopra la veracità di quella mia Tavola, mi prendo la libertà di ricordarlene un tal criterio e confronto, in forza de' quali Ella potrà ſempre giudicarne, e riconoſcere queſte Chiocciole da ſe medeſima, e niuna ſtranezza di nomenclature, o di ſiſtemi ne potrà far mai perdere la cognizione. Non le voglio parlare che delle Porpore, e nominerò con Lei *Plinio* ſenza ribrezzo, ſapendo come Ella conoſce e ſtima la ſua inimitabile preciſione, e eſattezza „ *Concharum ad Purpuras duo ſunt genera . . . . . Buccinum minor Concha . . . . rotunditate oris in margine inciſa. Alterum Purpura vocatur*, 1.° *cuniculatim procurrente roſtro*, 2.° *& cuniculi latere introrſus tubulato, qua proferatur lingua*. 3.° *Præterea clavatum eſt ad turbinem uſque, aculeis in orbem ſeptenis fere; qui non ſunt in Buccino* “. *Plin.* lib. 9. C. 36. Ci avvertì *Plinio* ſteſſo, che „ *tractamus genera in ſpecies multas ſe ſe ſpargentia* “; ora i generi porporiferi ſono due ſoli: le ſpecie e le varietà chi ardirebbe di ſtabilirle fra noi, che abbiamo confuſi e ſnaturati i generi ſteſſi? Se Ella però con queſti pochi caratteri qui ſopra ſiſſati cercherà nella Claſſe de' turbinati, non potrà a meno di riconoſcere dagli aculei, e dal Roſtro le ſpecie principali di porpore rettiroſtre, o curviroſtre, o a roſtro tronco, ad aculei lunghi ed acuti, brevi, breviſſimi, e ottuſi; e vi troverà fra le prime le mie rettiroſtre (n. 2. e 3.), che troverà perciò analoghe a quella del *Rondelet*, e del *Colonna*, che ne ſono forſe una varietà, e ſe vorrà fidarſi, in queſto genere, piuttoſto di qualunque altre, delle Tavole del *Kirkero*, che ebbe le Porp. da Taranto, dal Levante, e dalle Coſte dell' Africa, vi troverà con molte altre le mie ſteſſe due ſpecie

esattamente rappresentate; poi di altre porpore, e di Buccini una lunghissima serie, senza pretendere, che vi sian tutte, o che tutte vi siano senza controversia od equivoco. *Kirker. Class. 12. class. 3.ª Testaceor. a n. 270. ad n. 284., & de Buccin. deinc.* Rimarrà quindi facilmente persuasa, che le tre Kirkeriane 282. 283. 284. rappresentano le curvirostre echinate, come le mie rappresentano le rettirostre, e che le une, e le altre sono le porpore vere, riconosciute e descritte per tali fino dal Veneto *Cappello*, che le trovò nelle acque pur di Venezia, dove non mancano, e dove per la figura, e pel colorito del succo le avea conosciute fino il *Filandro*, che non era Naturalista. *Ved. Capp. Diss. d.ᵉ Porpore, & Philandr. ad Vitruv. Lib. 7. c. 15.* Siccome poi la denominazione di Murice Echinato, o Echinoforo è erronea, perchè il Murice non è Echinato *(a)*; e d'altronde è egli ora dimostrato, che Murice non è altro che il Buccino, giacchè questi due nomi sono scambievolmente Sinonimi, nè l'uno nè l'altro può confondersi, o prender per la Porpora *(b)*; così Ella si persuaderà egualmente, che la prima figura della mia Tavola non è altrimenti Murice Echinato, nè Trunculo ecc., benchè erroneamente chiamato tale; ma è una delle Porp. vere, o pelagie, ed è quella che il *Cappello* chiamò giustamente *clavata Clavis brevioribus*, e se gli piace *brevissimis, proboscide præmorsa & convoluta;* e che Ella troverà in *Kirk.*, per non citarle qui altri Autori, notata al n. 270. della quale specie non sono forse, che semplici varietà le 272. 274., e 286. 287., benchè queste ultime anche da Lui notate per il medesimo errore fra i Murici. E ciò sia detto per ora della mia Tavola. Siccome poi fra gli antichi che ci rimangono, non abbiamo chi si sia preso il pensiere, se pur alcuno sel prese mai, trattandosi di cose allora notissime, di descriverci tutte le specie,

(a) Ce ne assicura la definizione di *Plinio: Clavatum est (genus Purpurarum) aculeis . . . . . qui non sunt in Buccino.* Loc. cit.

(b) Nel mio Libro sopra le Porp. ho dimostrato ancor io questo dubbio sopra il valor vero del vocabolo Murice, ma il confronto dei testi, e le ragioni del ch. Sig. *Amati* mi hanno convinto, che sia precisamente Sinonimo di Buccino, anche contro l'autorità di *Fabio Colonna*, e di quasi tutti i nostri Naturalisti, che anche in questa parte si sono evidentemente ingannati.

e le principali varietà nei due generi delle Chiocc. porporifere: così noi non potiamo, e non dobbiamo pretendere di poterle determinare se non per la via dell'esatta osservazione e sperienza. Ciò sarà allora, quando convinti che a forza di vocaboli, e di sistemi si può pur troppo confondere la scienza, ma non costringere, nè contraffar la natura, sommetteremo le nostre immaginazioni alla ragione ed al fatto; e secondo i caratteri certi e costanti, che ce ne hanno lasciati gli Antichi, che conosceano le Porpore, e sapeano descriverle con poche ed efficaci espressioni, cercheremo le Chiocc. porporifere, non già alla rinfusa nello svariato regno delle Conchiglie, ma nella Classe de' turbinati ne' due soli generi Porpore, e Buccini, cioè ne' due veri e soli generi porporiferi. Quindi nel genere de' Buccini, o Murici, poichè è tutt' uno, genere notissimo per la figura, e per l'uso, non cercheremo gli Aculei, perchè gli *Aculei non sunt in Buccino*, ma cercheremo che sia turbinato, *rotunditate oris in margine incisa*: così nella Porpora cercheremo che sia rostrata di un rostro cuniculato, e interiormente tubulato, e in varj modi aculeata, o clavata, secondo le varie fogge, e bizzarre invenzioni della natura. Quanto all' animale Porpora abitator di quel guscio, ne rintracceremo prima la lingua, che è lunga *longitudine digitali*, e non rideremo al sentire, che se ne serva *perforando reliqua conchylia*, perchè la vedremo a due punte armata di due forti calli attissimi a traforare ogni chiocciola. Dopo la lingua sarà facile di vedere una *Candida Vena* obliquamente distesa fra la cervice ed il corpo, ed è quella Vena che contiene, non una goccia, ma una piccola quantità del ricercato liquore porporino, che secondo la varietà degl' individui, e delle specie, e delle Stagioni, e de' mari, e de' fondi varj del mare, e de' climi troveremo o bianco latteo, o gialliccio, o verde, o rossigno, o violetto, cioè in istato o colorato, o colorabile, all' aria, al Sole, ed al fuoco: e se dopo lungo travaglio dell' Animale ci avvenisse di trovar la Vena, ma vuota del succo, ci sovverremo del precetto immancabile di tutti gli antichi, di uccidere la Porpora di un colpo solo, acciò il liquor pel tormento non si disperda. Nè c' invogliasse qualunque muco, o miccaggine, o glutine

uſciſſe ſpontaneo, o poteſſe ſpremerſi con arte, o col ſuoco dal reſto del corpo, che ogni penſier ſarà vano, ſendo deciſo dall'eſperienza, che il ſucco utile della Porpora *liquoris minimi eſt in candida Vena . . . . Reliquum corpus ſterile.* Così trovato, e riconoſciuto nelle ſole Porp., ne' ſoli Buccini il liquor vero ed unico delle tinte purpuree, deſiſteremo da' noſtri deboli tentativi per imitare in altri muchi, o glutini inerti, ſia delle Porp., ſia di qualunque altro teſtaceo, queſto liquor prezioſiſs., che per le ſue inimitabili ed uniche qualità ſembra eſſere nel genere de' colori l' ultimo sforzo della potente natura. Più utilmente ci applicheremo a rintracciare gli antichi metodi della peſca colle Naſſe, o co' Cirti, de' quali, oltre al già detto, da quei medeſimi che hanno aſſunto queſta materia, ne avremo altri nuovi riſchiaramenti, unitamente ad altri importantiſſimi punti. Ma ſopra tutto nella grande opera del porporificio ſaremo attenti di ſeguire colla maggiore eſattezza tutti i proceſſi fortunatamente rimaſtici dagli Antichi: perſuadendoci, che allora finalmente ſi potrà giungere a riſtabilire queſt'arte maraviglioſa, quando convinti della inutilità di brancicar nel bujo all' azzardo, o dietro a guide che ci deviano, ci arrenderemo ai precetti de' grandi Scrittori che ne conoſceano il ſecreto, e l' effetto; che ſtabilita ſull' eſperienza, ſull' oſſervazione, ſullo ſtudio de' Secoli, la credettero fra tutte degna di conſervarcene i dogmi fondamentali, non forſe indegni di eſſere meditati, non forſe inutili o impenetrabili; nè credo, intriſi di quella ingrata ruſticità, e barbarie, che V. E. ebbe pur forza di ſuperare, quando dai laceri monumenti del Secolo ottavo, e del decimo riordinava con iſtorica gravità, ed eleganza gli avvenimenti della ſua Patria.

Modena 19. Febbrajo 1794.

MEMORIA

SOPRA LE MEDUSE FOSFORICHE

Del Sig. Ab. Lazaro Spallanzani.

NEll' ordine di quegli animali, che per la tenerezza del corpo da' Sistematici si appellan Mollufchi, è assai cognito un genere singolarissimo, dagli Antichi e da qualche Moderno denominato Ortiche di mare, dal *Linneo* Meduse, e dal *Reaumur* Gelatine di mare. Appellazioni tutte allusive a qualche esterior carattere di tai viventi, essendo stato osservato, che in toccandoli pungono come le ortiche terrestri, che brancicati spappolansi fra le dita a guisa di gelatina, e che per la stranezza della forma quasi somigliano il capo della favolosa Medusa. *Aristotele* che scriveva in Grecia, e dopo lungo intervallo *Plinio* che lo copiava in Italia, sono stati i primi nell' adombrare qualche tratto della vita, e delle abitudini di questi curiosi animali. Dopo di essi non so che altri ne abbia scritto, fuori del *Reaumur*, che negli Atti della Reale Accademia delle Scienze di Parigi dell' anno 1710. si arresta singolarmente a considerar la maniera, onde alcune specie di meduse si muovono localmente, e del *Dicquemare*, che nel Giornale del *Rozier* esamina in più Memorie l' organica loro struttura, e diversi de' loro andamenti. Ma nè l' uno nè l' altro ragiona di una bellissima qualità, che nobilita certe meduse, quella voglio dire d' esser fosforiche. Nè so che questa specie da altri sia stata descritta, e solo mi è noto, che *Leflingio* asserisce di averla veduta, secondo che nelle sue *Amenità Accademiche* riferisce il *Linneo* in queste parole: *Doctissimus Lœflingius inter Hispaniam, & Americam vidit in alto mari medusas, aliaque zoophyta, pacata aqua, dispersa per æquora, & noctu instar totidem candelarum lucere, & exortis ventis sensim subsidere, & lucem suffocari.*

Ma questo racconto è troppo tenue cosa per istruirci, e

può ſolleticare al più la curioſità, ſenza punto appagarla. Nè io ſtupiſco della mancanza di oſſervazioni particolarizzate intorno a un tal ſosforo, pochiſſime eſſendo le meduſe, che ne vanno adorne rimpetto a quelle che ne ſon prive. Nel mare Liguſtico mi ſi è aperta l'occaſione di eſaminarne moltiſſime, così nell'Adriatico, nell'Arcipelago, nel Bosforo Tracio: ma neſſuna vi era che di notte appariſſe ſplendente. Solamente queſta fortuna mi ſi è offerta nello Stretto di Meſſina. Qui adunque dimorato avendo più ſettimane, ebbi tutta l'opportunità di ſtudiare le ricordate meduſe, abbondantiſſime in quel canale di mare. Ma non è poſſibile il dare a' miei Lettori qualche idea chiara e preciſa di ſiffatto ſosforeggiamento, ſenza prima adombrar l'organiſmo di queſti animali, e il modo onde nuotan nell'acque, e ſi trasferiſcono da luogo a luogo, giacchè l'uno e l'altro hanno rapporti troppo diretti, e immediati con la loro luce.

E per accoſtarmi al primo, la forma del corpo di queſte meduſe ſi può comparare all'ombrello di un fungo, conveſſo per di ſopra, e concavo per di ſotto, la cui circonferenza abbia il diametro di due, tre, o quattro pollici, ſecondo la grandezza dell'animale, E a quel modo che l'ombrello in più funghi ſi aſſottiglia verſo i lembi, tale aſſottigliamento ſi oſſerva nell'ombrello di queſti animali (giacchè quindi innanzi mi varrò di tal voce) il quale anzi ne' lembi è trinciato di ſottiliſſime frange. E laddove la concavità dell'ombrello nei funghi è per di ſopra attaccata ad una coloncina centrale, a quella dell'ombrello delle meduſe ſono aderenti verſo il mezzo quattro corpi allungati, e cilindrici, che coi Siſtematici chiameremo tentacoli, oltre ad altri otto laterali, e più ſottili inerenti longitudinalmente alle interne pareti dell'ombrello. Ma queſte nozioni generali abbiſognano di qualche particolarizzato dettaglio.

L'ombrello d'ognuna di queſte meduſe nelle parti eſteriori è leggermente conveſſo, e qui la ſuperficie è levigatiſſima, e ſempre coperta di un umido velo, ancorchè l'animale ſia fuori dell'acqua. La maggior craſſizie dell'ombrello è nella parte più alta; va poi ſcemando nelle parti inferiori. L'incavo dell'ombrello preſenta nella parte più elevata un'apertura, che mette in una ſpecie di borſa gelatinoſa,

comunicante

comunicante con quattro fori laterali. Per essi adunque entra l'acqua marina, ne esce per l'apertura, e vicendevolmente l'acqua che penetra per questa, attraversata la borsa, ne scappa pei quattro fori. Nè sono punto restío nel pensare, che tale apertura sia la bocca di questo vivente, e che la borsa faccia le veci di stomaco, almeno di ricettacolo, dove si digeriscano i cibi; quantunque poi non ve gli abbia mai trovati dentro, ma mi sia sempre apparita vuota.

La sostanza dell'ombrello è così dilicata, così tenera, che un filo agevolmente la taglia; ed insieme è dotata di tale trasparenza, che non la cede al più terso cristallo. Nella massima parte di lui il coltello anatomico, e l'occhio armato di lente non vi scoprono vasi, nè fibre, nè altre parti dissimilari, che si manifestano nei più degli animali. Presenta l'aspetto di una semplicissima gelatina omogenea. Solamente alla sommità dell'incavo si scoprono quattro picciolissime matasse di lunghi e sottili corpicelli aggrovigliati, e intestiniformi, aderenti ad un intralciatissimo ammasso di tubetti trasparentissimi, di colore argentino, e di pareti abbastanza elastiche, per conservare la rotondità del lume, qualora vengano per traverso tagliati. Più esami su loro intrapresi mi hanno mostrato, che non conducono liquore di sorta. Tanta analogía con le trachee degl'insetti sarebbe ella bastante a farci pensare, che tai tubetti fossero per avventura destinati al medesimo uso? Comecchè sia, non sarà disdicevole l'appellarli *tubetti tracheiformi*.

Nella guisa che alla parte più alta dell'incavato ombrello si mirano i descritti organizzati corpicelli, osservasi ai lembi interni del medesimo un'altra organizzata struttura, consistente in un sottilissimo tessuto musculoso, che dall'imo fondo ascende per lo spazio di mezzo pollice, ed anche d'un intiero pollice, secondo la grossezza delle meduse; e dove esiste cotal tessuto, la somma trasparenza dell'ombrello rimane alquanto oscurata.

Ora parliamo dei tentacoli, e primamente dei più grandi, che detto abbiamo esser quattro. Questi con la parte inferiore sporgono dai lembi dell'ombrello, e con la superiore si attaccano alle parti più alte del suo incavo, prendendo in mezzo l'apertura, da noi creduta la bocca dell'animale.

Ognuno di essi ha un leggiero solco longitudinale, terminato da due appendici membranose, bagnate da un umore attaccaticcio. Esaminati internamente, si scorgon composti di cordoncini musculosi, strettamente combaciantisi, e per il lungo distesi, e nel mezzo chiudono un canaletto, che da cima a fondo corre la lunghezza dei quattro tentacoli. Sono abbastanza diafani per lasciar trasparire al di fuora il canaletto, il quale contiene più molecole globose, che con la pressione del dito su i tentacoli si possono mettere in moto, e fare uscire dalla parte inferiore di essi tentacoli, oppure da qualunque altro punto, ivi tagliandoli per traverso.

Gli altri otto laterali tentacoli sono di molto più sottili, ma più lunghi, e questi pure, oltre l' aspetto musculoso, sono per tutta la loro lunghezza nel mezzo forati. Adunque i tentacoli, così maggiori come minori, si possono considerare come vasi o canali, quantunque, come vedremo dappoi, ad altri usi siano destinati. Debbo però dire, che è stata inutile ogni più sottile ricerca, ajutata ancora dai più eccellenti microscopj per iscoprire circolazione o movimento di liquidi in queste meduse. Il corpo, e i loro tentacoli sono d'un bianco succeruleo trasparente, senza mescolamento d'altri colori, i quali vagamente dipingono alcune altre specie.

Presane una tra mano, non disciogliesi subito, siccome è stato scritto di altre. Rimane da prima intiera, eziandio brancicandola; e le dita nel premerla sentono una mediocre resistenza. Solamente in seguito di alcuni minuti comincia a mandar acqua, e continua a farlo in appresso. E non è il calor della mano, o la pressione, che produca simile effetto; tutto al più questa ultima cagione lo accelera. Ponendola adunque su di una tavola, o sopra qualunque altro corpo, di lì a poco prende a gocciolare, e seguita finchè quasi tutta siasi convertita in liquamento trasparentissimo; il che accade dopo un giorno e mezzo, o due al più. Taluna di queste meduse ascende al peso di once 50, e tenuto esatto conto del liquamento, in che a poco a poco si è ridotta col farlo entrare in un vaso, il suo peso si trova mancar di pochissimo da quello delle once 50: e di questo calo a buona ragione si può accagionare la parte del liquore svaporata

durante lo ſcioglimento della meduſa. Quel che rimane di lei, ſono alcune ſottili ed aride pellicelle, che peſate montano a cinque o ſei grani. Guſtato queſto liquore, ha il ſalſugginoſo dell'acqua marina, e fatto ſvaporare a ſiccità, laſcia nel vaſo una quantità di muriato di ſoda, poco minore di quella che fornirebbe un pari volume d'acqua marina. Coteſto ſalſo ſapore ſi ſente egualmente, tocca con la lingua la meduſa nell'attuale ſuo ſcioglimento, oppure quando di freſco è tratta dal mare, e lavata nell' acqua dolce, purchè il toccamento ſegua, dove l'animale è ſtato allora tagliato. E' adunque chiaro, che l'acqua marina penetrando l'organico teſſuto conſtituiſce la maſſima parte del volume di queſti animali. Il qual fenomeno, ſecondo ch'io avviſo, è ſingolariſſimo. Almeno dei molti molluſchi marini da me eſaminati non mi ricordo di averne in tal genere trovato un ſimile.

Debbo dire che cotale disfacimento del corpo delle meduſe, oltre l'accadere tenendole in ſecco, ſuccede del pari nell'acqua marina poſta ne' vaſi, ove queſti ſiano anguſti, e l'acqua di ſpeſſo non venga rinnovata. La cagione in ambi i caſi è la medeſima, la leſione voglio dire, e la rottura delle parti ſolide, per trovarſi le meduſe fuori dello ſtato naturale, in grazia di che i liquidi non più imprigionati nel corpo, ſtretti ſono ad uſcirne. E però ſi rende chiaro abbaſtanza, che malgrado la niuna apparenza di organizzazione nella maſſima parte del corpo delle meduſe, queſta però non poſſiamo negarla, o almeno ſiam forzati ad ammettere una dilicatiſſima ſoſtanza ſpugnoſa e bibace, che attragga, e dentro ſe cuſtodiſca l'acqua del mare, quantunque per la traſparenza, e fors' anche per l'eſtrema ſottigliezza del teſſuto, ſi renda inviſibile.

Eſaminata tanto che baſti la forma e la ſtruttura delle noſtre meduſe, ragion vuole, ſecondo che abbiam propoſto, che paſſiamo a diviſarne i naturali movimenti, i quali dir poſſiamo il principale attributo, che le caratterizza per veraci animali. Tai movimenti non differiſcon da quelli delle meduſe non fosforiche, e conſiſtono in una quaſi continua reſtrizione, e dilatazione dell' ombrello. Se adunque ſtando chini ſu di una barca guarderemo attentamente una nuotante meduſa, allorchè il mare è tranquillo, ſcorgeremo por-

gere avanti con direzione obliqua al livello dell' acqua la convessità dell' ombrello, ed occupare il posterior luogo i suoi lembi: questi poi ad ogni cinque o sei secondi subitamente contrarsi, e un momento dopo allargarsi. La medusa, che sta sempre immersa nell' acqua, e che in conseguenza ne ha sempre piena la cavità dell' ombrello, ad ogni restrizione o sistole spigne avanti l' acqua rinchiusa, e l' obbliga ad urtare le interne parti di esso ombrello, e con tale urto la medusa fa un passo. Poco appresso fa nascere un altra sistole, per cui da un novello urto, che dall' acqua riceve, è spinta più in là, e ripetuta incessantemente cotal sistole, un momento appresso seguíta dalla dilatazione o diastole, l' animale progredisce localmente nel mare. Intanto i tentacoli sporgono dagli orli dell' ombrello, in lungo distesi, e insieme aggruppati. E questo reciproco movimento, che quindi innanzi per servire alla brevità chiamerò *oscillazione*, è necessario alla medusa per nuotare, e recarsi da luogo a luogo, altrimenti va al fondo, per essere specificamente dell' acqua marina più grave.

Quest' ultimo fatto, oltre all' esperienza avutane nel Canale di Messina, l' ho verificato anche meglio ne' vasi pieni d' acqua marina, dove rinchiuso avea più meduse. Qui poteva anche avvertire più circostanze relative all' oscillazione, che dato non mi era di notare nella nativa loro abitazione. Poteva a cagion d' esempio, marcare quanto ad ogni sistole si abbrevia la periferia dell' ombrello, la quale si accosta a quella di un circolo; e vedeva che l' abbreviamento era di due linee, di tre, o di quattro al più. Mi accorgeva che l' oscillazione risedeva soltanto nell' ombrello, e che era affatto indipendente dalla borsa, e dai tentacoli grandi e piccioli; conciossiacchè recise interamente tutte queste parti, l' oscillazione proseguiva nè più nè meno. Vedeva inoltre che quantunque ella si manifestasse per tutta l' ampiezza dell' ombrello, buona parte però di esso si moveva per consenso.

I seguenti tentativi me lo mostrarono chiaramente. Con sezion trasversale e parallela ai lembi io levava verso le parti superiori un pezzo circolare di ombrello del diametro d' un pollice. Quel pezzo più non oscillava, e rendevasi

sordo a qualunque stimolo. All' incontro l' oscillazione si aveva, e a lungo seguitava nel rimanente dell' ombrello. Questo rimanente lo sminuiva di più, col recidere trasversalmente dall' ombrello una novella circolare porzione. Neppure in questa porzione si manifestava alcun segno di oscillazione, intanto che essa continuava in quel residuo di ombrello. Con novelle recisioni venni in fine a scoprire la sede, e l' origine dell' oscillazione nelle meduse. Di sopra ho ragionato di un tessuto sottilmente musculoso, che dai lembi dell' ombrello s' inoltra per un dato spazio su l' interno delle sue pareti. Espiato alla lente si trova composto di un immenso numero di sottilissime fibre carnose trasversali, fra se parallele, e sommamente aderenti alla sostanza gelatinosa dell' ombrello. Dall' agire di cotai fibre trasversali, e dal loro rilassarsi dipende tutto il giuoco della oscillazione. Ogni qualvolta dunque elleno si accorciano, la porzione dell' ombrello, alla quale sono attaccate, è stretta a restrignersi, il che non può accadere senza che il restante dell' ombrello vada soggetto a restrignimento. Quindi si ha la sistole nella medusa. Dal che intendiamo anche la diastole, nata dal rilassamento delle medesime fibre. Finchè adunque si priva l' ombrello di una porzione, dove non esistono le fibrille musculose; in esso l' oscillazione sarà nulla: non così ove vada unito ad una porzione delle medesime, siccome l' esperienza, e l' osservazione me ne hanno ammonito. Levato di fatti un anello di medusa senza le fibre carnose, e a maggiore chiarezza e precisione del tentativo, postolo in asciutto su di una tavola, non era mai che oscillasse; ma oscillava bene, e per lungo intervallo, ove esso partecipasse attorno attorno di un giro di queste fibre. Se poi su la tavola stessa veniva collocato il solo anello, che dà ricetto a tali fibre, il quale nelle maggiori meduse ha di larghezza oltre un pollice, curioso era il vedere, come ad ogni sistole diveniva considerabilmente più angusto.

Da questi cimenti ne nacquero altri, che sarà bene accennarli. Tagliava per traverso in più pezzi l' anello dell' ombrello fornito di fibre musculari. Ciò non pertanto ogni pezzo oscillava. E qui maravigliosamente appariva il giuoco delle fibre in azione. Adunque esse di tanto in tanto im-

provvisamente si facevan più brevi, e allora il pezzo diveniva più corto, e più grosso. Un momento appresso ritornavano alla primiera lunghezza, e assottigliatosi il pezzo, faceva altrettanto. Tai movimenti ne' pezzi recisi emulano bellamente quelli di un verme, che strisciando si allunga e assottiglia, indi si accorcia, ed ingrossa.

Levava con delicatissime mollette il musculoso tessuto ad una porzione di anello. Di presente in lei veniva meno ogni oscillazione. Succedeva quasi lo stesso, se ne tagliava solamente in più luoghi le fibre.

Da questi esperimenti evidentemente raccolsi, primo che la sede della oscillazione è riposta nel sopra descritto musculoso tessuto: secondo che la parte gelatinosa dell' ombrello oscilla per la immediata comunicazione, che ha nelle parti inferiori con questo tessuto: terzo che l' oscillazione non vien meno ancorchè le meduse dall' elemento nativo si trasferiscano in terra. Per ore 24. le meduse più grosse poste in luogo asciutto, non lasciano di oscillare, malgrado il sofferto scioglimento, per cui ritengono appena un terzo del loro volume. Solamente verso la fine di questo tempo l' oscillazione diviene picciola, lenta, interrotta. E quando anche la crediamo affatto mancata, non lascia sovente di risvegliarsi per lo stropiccio, e per le punture fatte al tessuto musculoso dell' ombrello. Che anzi reciso l' anello gelatinoso della medusa, al quale è strettamente attaccato questo tessuto, e fattone in brani l' anello, ogni brano con tali artificj ripiglia per qualche tempo l' oscillazione. A far breve, questa allora soltanto finisce, quando quell' aggregato di fibrette trasversali o per mancanza di umidità si secca, o per soverchio di questa si corrompe, e si sface.

Tanta pertinacia di movimento nelle meduse moribonde, e nelle meduse a bocconi recise, sembrerebbe una incontrastabile pruova, che il medesimo è indipendente dalla volontà dell' animale, come lo è il ritmo del cuore in una rana, in una testuggine, in una serpe, ove strappato sia dal torace di simili amfibj. Pure non ardirei assolutamente affermarlo. Parecchie volte osservava in qualche basso fondo del Canal di Messina le nuotanti meduse. Taluna dopo l' essersi col mezzo della oscillazione sostenuta per qualche tem-

po a fior d' acqua, lasciato di oscillare, soavemente calava al fondo, tiratavi dal proprio peso. Quivi restava immobile un quarto d' ora, mezz' ora, ed anche più. Poi ripigliata l'oscillazione, si vedeva a poco a poco ascendere, e restituirsi alla superficie dell' acqua. Tale altra medusa, se la profondità, a forma d' esempio, stata fosse di quattro piedi, si sarebbe immersa fino a due, poi insorta la oscillazione, novellamente tornava a galla. La cessazione di questo moto, e la repristinazione di esso nelle addotte circostanze, non par che dipendano dall' arbitrio delle meduse? Lascio tuttavia all' illuminato Lettore il farne giudizio, a me bastando su tal proposito la schietta, e fedele narrazione dei fatti.

Non voglio preterire un movimento d' altra natura, che si osserva ne' maggiori tentacoli, e nei lunghi e sottili corpicciuoli intestiniformi. E per conto dei primi, possiam dire che cotal moto si scorge meglio, ove siano staccati dall' animale, che allora quando fanno un tutto con lui. Se adunque rasente la concavità dell' ombrello, alla quale si attaccano, vengan recisi, e ponghansi su la palma della mano, scorgesi in loro un lieve divincolamento, che rendesi anche più sensibile nelle membranose loro appendici, e che persevera in esse quantunque dai tentacoli staccate. Ma cotal moto in breve finisce, non ostante che questi corpi siano tratti dalle più vivaci meduse.

Più durevole, ed anche più forte si è il movimento dei corpicelli intestiniformi, che detto abbiamo formare come quattro matassine; le quali son poste presso ai fori laterali dell' ombrello. Se adunque o si lascino in luogo, o si levino dall' animale, e si stendano su qualche piano, o dentro l' acqua marina, presentano que' fenomeni stessi, che con piacere osserviamo negl' intestini, a cagion d' esempio d' un cane, se da lui tuttora vivo si strappino, e si osservino. Sappiamo che per qualche tempo non cessano di mostrare il moto peristaltico, per cui a guisa di vermi, o di onda placida ora in un sito, or nell' altro vanno, e ritornano. Sappiamo inoltre che cessato ogni movimento, per poco si risveglia (almeno per un dato tempo) mediante gli stimoli. Simili moti ho scoperti nei sopra descritti intestiniformi corpicini, i quali avendo io ritrovati internamente concavi, e conte-

nere nella loro cavità una liquidiſſima dilicata materia, non eſiterei molto a crederli veraci inteſtini. D'altronde la compoſizione delle loro tonache, come pur quella de' tracheiformi tubetti è d'indole diverſa dal rimanente del corpo. Almeno allorchè queſto per lo ſcioglimento è maſſimamente conſunto, quel doppio genere di piccioli tubi conſervaſi intiero; anzi negl'inteſtiniformi il movimento vermicolare ſuſſiſte ancora.

Dopo l'aver ragionato dell' organiſmo, e dei moti appartenenti alle noſtre meduſe, dobbiamo farci a deſcrivere la ſingolare proprietà che hanno di eſſer fosforiche. Il qual fenomeno forma il primario oggetto del preſente diſcorſo. Se adunque a notte incominciata fu di un baſſo legnetto entreremo nello Stretto di Meſſina, recandoci ne' luoghi preſſo terra, dove l' acque ſono in piena calma, le meduſe, che quivi ſogliono eſſere più frequenti, manifeſtano un principio di luce, che creſcendo le tenebre acquiſta intenſità, ed ampiezza, rappreſentando ogni meduſa unica fiaccola vivace, che ſi dà a vedere a qualche cento paſſi all'intorno, ed accoſtandoſi a lei, quel brillante fosforo laſcia diſcernere la forma del ſuo corpo. Cotal luce, ove il veſpertino crepuſcolo ſia eſtinto, è di un bianco vivace, che feriſce l'occhio, quando anche l'animale a 35. piedi giaccia ſott' acqua. Siccome egli oſcillando ſi trasferiſce da luogo a luogo, così il lume è errante, ed è più forte nella ſiſtole, che nella diaſtole. Talvolta per un quarto d' ora, per mezz'ora, e di vantaggio è continuato, ma qualche altra improvviſamente ſi eſtingue, ſenza più ricomparire, ſe non ſe dopo un traſcorſo intervallo. Queſta interruzione di lume mi induſſe a ſoſpettare, che eſſo dipendeſſe dalla oſcillazione delle meduſe, la quale per qualche tempo rimanendo ſoſpeſa, ſoſpendeſſe pure ogni fosforeggiamento. Così ſappiamo eſſere interrotto il picciol fosforo delle terreſtri volanti lucciolette, il quale ad ogni vibrazione del corpo ſi accende, e nei momenti di quiete ſi ſpegne. Somigliante alternazione è ſtata da me ſcoperta nelle lucciole marine. Ma dentro al canale di Meſſina non era ſi facile l' avverare o il diſtruggere le mie ſoſpezioni. Avviſai adunque di eſaminar le meduſe ne' vaſi pieni d' acqua marina, dove più giorni reſtan vivaci, quan-

do questa frequentemente si rinovelli, e la capacità de' vasi sia grande (*a*). Qui il fosforeggiamento per nulla essendo inferiore a quello, che in mare si osserva, potei perspicuamente vedere, che fino a quando le meduse non interrottamente oscillano, esso è continuo, e solamente più acceso nella sistole, che nellla diastole, siccome osservato aveva sul mare. Ma venendo meno o del tutto, o per intervalli l'oscillazione, il fosforo indebolisce sì fattamente, che da occhi men cauti si giudicherebbe spento interamente. Posso io stesso addurne la seguente pruova. Nella stanza, dove io dormiva nel mio Albergo in Messina, esistevano da più giorni in alcune secchie piene d' acqua di mare molte meduse. Dimenticato avendo di fare cangiar l'acqua in una secchia, le meduse rinchiusevi sofferto avevano moltissimo, nè più oscillavano quando le visitai; lo che fu una sera poco appresso il tramonto del Sole. Il fosforo allora più non appariva se non quando maneggiando le meduse, le faceva per un pò di tempo oscillare. Per tre ore seguite di quella notte io restai nella medesima stanza, sedente al tavolino per notare le cose osservate nella scorsa giornata; ed in quel tempo corso essendo due volte con l'occhio sulla secchia, la trovai pienamente oscura, nonostante che in altra camera fosse stato trasferito il lume della candela. Pure levato essendomi innanzi giorno, e nella oscurità appressatomi alla secchia, che giaceva in un angolo della stanza, non lasciavano le moribonde meduse di tramandare una pallida sì, ma patentissima luce, della quale mi accorsi innanzi di farmi sopra al vaso, abbenchè elleno fossero abbandonate ad una intiera quiete.

Era facile il ripetere l' esperimento in altre meduse, ed era importante il farlo; e l'esito di eguale successo fu coronato. Dirò inoltre, che non cessano affatto di risplendere, se non quando dopo morte cominciano a imputridire. Raccolsi adunque, che il fosforeggiamento in questi animali non possiam dire, che abbiasi interpolatamente, voglio dire quando oscillano, ma che nelle oscillazioni è massimamente

(*a*) Questa sperienza, e l' altre seguenti su i fosfori delle meduse sono quasi sempre state instituite nella oscurità della notte.

più grande e più vivace, rimanendo però negl' intervalli di quiete un debil lume, che non può essere avvertito, che avendo gli occhi purgati dalla luce de' circostanti oggetti, come conceduto mi era, quando appresso l' avere dormito in una stanza tenebrosa passava prima del punger dell' alba a questo genere di osservazioni. E cotal pratica imparata dall'esperienza, emmi stata fruttuosissima in più altri tentativi sul fosforeggiare delle meduse, i quali in seguito riferirò.

Che se in vece di affidar le meduse all'acqua nativa, si lascino in secco, il lume continua a manifestarsi assai chiaro, finchè persevera l'oscillazione, cioè a dire per non breve durata, decrescendo però insensibilmente in ragione della diminuzione di cotal moto; il che succede egualmente dentro de' vasi. E qui pure quella specie di barlume negl' intervalli all'oscillazione frapposti languidamente l' occhio ferisce.

Ma sul proposito delle meduse poste in asciutto mi si è offerto un fatto, che per la qualche stranezza sua giudicato avrei accidentale, se per replicate prove tornato non fosse l' istesso. Giaceva da 22. ore su d'un bianco foglio di carta una medusa, che cessato aveva di vivere, e che anzi per la maggior parte si era sciolta in liquame. Ogni traccia luminosa in lei era smarrita. Trovandomi avere sulla tavola un bicchiere d'acqua puteale, quasi senza riflettervi ve la cacciai dentro, e subito calò al fondo, dove rimase immobile: ma con mia sorpresa immantinente si fece splendida, e tale ne fu lo splendore, che io legger poteva i grossi caratteri. L'acqua altresì divenuta era chiarissima, ed immersovi un dito, lo vedeva con la maggior distinzione. Pensato avendo che altrettanto, e forse meglio avvenir dovesse nell'acqua del mare, lo empiei di questa, versata via quella di pozzo. Sull'istante ogni luccicamento disparve. Alla salsugginosa surrogai di nuovo la dolce, e ricomparì bellissimo il fosforo.

Analogo a questo fenomeno, di che non saprei render ragione, fu il seguente. Un'altra medusa già morta, e che da qualche tempo più non si scorgeva splendente, trovavasi in secco su d'una finestra delle mie stanze nell'ore notturne. Sopraggiunta allora una pioggia leggiera, ogni goccioletta che cadeva su lei, si trasmutava in un brillante lumicino, e in pochissimo d'ora ne rimase tutta vagamente vesti-

ta, ed ornata. Lo che non accadeva punto, imitando io la pioggia con ispruzzoli d'acqua marina.

Fin qui quasi sempre considerata abbiamo la luce delle meduse, quale si offre da se. Ora gettiam lo sguardo su quella, che fa nascer l'arte. Dico adunque che la commozione delle loro parti non solo è atta ad accrescerne il lume, ma ad accenderlo, ove apparentemente spento ne sia. Facendole passare dal mare ai vasi, brillantissimo ne è il fosforeggiamento: tuttavolta cresce d'intensità, se prese fra le dita si agitino dentro all'acqua, o veramente se il loro corpo senta lo stropiccio della mano. Similmente se pel lungo soggiornare dentro a' vasi ne infievolisca la luce, questa rinvigorisce per la fregagione. Ed il simile succede in asciutto. Ove poi perduta siasi ogni apparenza di luce, co' mentovati artificj si riacquista subitamente. Questi accrescimenti però, e questi risorgimenti di fosforeggiamento sono passaggieri, estendendosi poco più in là del tempo, in che da noi agitate vengono le meduse. Inoltre il ricomparire del lume non ha luogo, se non quando l'animale conserva qualche interezza nelle parti; altrimenti l'opera della mano, o di qualunque altro corpo torna frustranea.

Ma trattando dentro all'acqua le meduse, passa in lei questa proprietà del fosforeggiare; il che per altro si verifica ancora lasciandovele dentro immerse; e l'esperimento succede viemmeglio nell'acqua dolce, che nella salata, veduto avendo che in eguaglianza di cose, il chiarore della prima è quasi doppio di quello della seconda. Adunque con le nostre meduse possiam creare fosfori artificiali.

Emmi piaciuto di eccitarne alcuni con l'acqua di pozzo, siccome ai medesimi più accomodata, e di provare con essi alcuni curiosi tentativi. In tredici once di quest'acqua posta in un bicchiere di cristallo furono da me spremute due grosse meduse, pescate allora dal mare. L'acqua si fece torbidiccia, ma insieme talmente splendida che illuminava assai bene una stanza. Ma il fosforo non fu di molta durata. Dopo 22. minuti cominciò ad ecclissarsi, e scorsa un'ora e mezzo finì. Qui però l'agitazione fu valevole a restituirlo, come detto abbiamo, che fatto lo aveva nelle meduse apparentemente non più fosforiche: Se adunque con un bastoncello,

od anco con le dita commoveva l'acqua del bicchiere, lo splendore ricompariva, sempre tuttavia minore in proporzione del tempo trascorso. Vidi però, che quanto più l'agitamento dell' acqua era gagliardo, tanto più intenso brillava il fosforo. Il quale per altro, cessata l'agitazione, era poco più che momentaneo, nella guisa a un di presso che si è detto delle meduse.

Sebbene quando l'acqua per la commozione delle sue parti non è più atta a fosforeggiare, può divenirlo mediante il calorico. Quando mi esercitava in queste sperienze, la temperatura era tra il grado 21. e 24. del *Termometro Reaumuriano*. Se adunque dentro a questi gradi l'acqua ne' bicchieri, quantunque sommamente commossa, più non desse luce, la ripigliava però nel 30.mo, e rendevasi anche più vivida in una più alta temperatura, purchè non fosse troppo forte, giacchè allora del tutto estinguevasi.

Oltre l'acqua sperimentai altri liquori, e taluno che creduto avrei inetto ad imbeversi del lume delle meduse, lo scopersi opportunissimo. Tale si fu l'orina umana, che per l'intensità e per la durata del fosforeggiare non fu inferiore all'acqua dolce. Ma nessun fluido si portò meglio del latte. Questo era vaccino. Una sola medusa adunque, e questa di mezzana grandezza, brancicata dentro a 27. once di cotesto latte, lo rese tanto risplendente, che a 3. piedi si potevano leggere i caratteri d'una lettera. La durazione di questo fosforo fu anche maggiore di quella dell'acqua. Dopo undici ore, da che ve lo aveva instillato dentro, conservava qualche lucidezza. Ed ove questa veniva tolta, l'agitazione del latte la restituiva, come pure il calorico, quando l'agitazione a tale effetto era divenuta impotente.

Ripetuta nel medesimo latte l'esperienza, lo versai dal bicchiere, e lo lasciai cadere sul pavimento della stanza, ansioso di vederne le conseguenze. Quando era in aria formava una specie di cataratta bianchissima, e splendidissima, e quando toccava il suolo, creavasi improvvisamente un laghetto di luce, eziandio più forte, ma che pochi stanti dopo ecclissava, e fattasi sempre più pallida e smorta, a capo di cinque minuti o in quel torno del tutto finiva.

Se la mano venga immersa nel latte fosforeggiante, in-

di ne ſia eſtratta, ſi dà a vedere nobilmente inargentata, quantunque tal colore preſtamente ſvaniſca, ma toſto anche ritorna, ſebbene momentaneamente, o ſtropicciando la mano, o ſcaldandola. E cotal luce oltre le carni ſi appicca egualmente ai pannolini, come io l'oſſervava in uno ſciugamani, che con un ſuo lembo toccato aveva il latte luminoſo. E il ricomparire del lume già ſpento torna qui lo ſteſſo o col fregamento, o coll'accreſciuto calorico de' pannolini.

Quando m'interteneva in queſte fiſiche curioſità, mi avvidi quanto una forte percoſſa del latte contro di un duro oſtacolo ſia valevole a far rinaſcere in lui il fosforeggiamento perduto. Quel latte che al più forte ſcuotimento dentro a' vaſi ſi moſtra refrattario a dar luce, ſe ſi laſci cadere ſul pavimento, in quel che lo percuote, ſi fa riſplendente; e più vivace ne è il lume, ſe più violento ne ſia l'urto. Così nell'ore notturne ſe verſava cotal liquido da un'alta fineſtra, finchè rimaneva in aria, non laſciava diſcernere alcun chiarore, ma nel ferire la terra, brillava di vivaciſſima luce, che in breve però ſi facea morticcia, e diſpariva.

I fenomeni ſin qui ricordati non competono però al latte eſcluſivamente ad altri liquori. L'acqua, nominatamente la dolce, li manifeſta, ma il latte nella vivezza, e nella tenacità del fosforo è preferibile a tutti.

Ma un rilevante problema richiedeva da me ogni poſſibile attenzione per tentare di ſcioglierlo. Il fosforo nelle noſtre meduſe ſi eſtende egli a tutto il corpo, o ad alcune parti ſoltanto? Lo ſcioglimento non poteva ottenerlo da eſſe, allorchè nuotan nel mare. Oltre che i tentacoli per giacer ſottovia, rimangono allora in parte coperti dall'ombrello, l'agitazione ſpontanea delle meduſe, e quella che ſuole avere il mare, null'altro mi laſciavan diſcernere che un globo di luce. Mi reſtava dunque a far queſte indagini ſu le meduſe nell'acqua de' vaſi, che procurai che foſſer di vetro, potendo così veder tutto il corpo, quando l'animale brilla all'oſcuro. Sebbene da prima non mi fu dato l'avere quelle preciſe contezze, che io andava cercando. Tratta del mare una meduſa, e poſta vivaciſſima ed oſcillante in un vaſo ripieno di freſc'acqua marina, pareva che tutta quanta foſſe

luminosa. Solamente la luce era più viva ai tentacoli grandi, e ai lembi dell'ombrello. Io restava però dubbioso, se la minor vivezza nell'altre parti fosse una derivazione della maggiore, oppure se ivi risedesse più debole. Lasciai che finisse l'oscillazione per la vicina morte dell' animale. Detto abbiam già, che anche allora qualche luce si rende sensibile, purchè gli occhi nostri rimanendo a lungo nelle tenebre purgati vengano da ogni lume degli oggetti esteriori. Qui cominciai ad avere dei rischiaramenti. In quella total quiete della medusa lucevano debolmente i lembi dell'ombrello, non le altre parti di esso: e men debolmente lucevano i maggiori tentacoli. Avvisai adunque, che in queste parti fosse la vera sede del fosforo: e i fatti che or passo a raccontare mi mostrarono di non aver preso sbaglio. Se con forbice affilata a meduse allora pescate si recida attorno l'ombrello, e si separi da' lembi suoi, i quali allora vengano a formare un anello, che abbia di larghezza cinque o sei linee, e se su questo anello passi il dito, di presente fosforeggia nella parte, dove è toccato. Similmente se l'anello venga in pezzetti tagliato, ogni pezzetto in toccandolo manda luce, e seguita a farlo per un tempo non tanto breve, Per l'opposito il rimanente dell' ombrello spogliato dei tentacoli, e dell'altre sue appartenenze, quantunque di estensione incomparabilmente maggiore di quella dell'anello, rimane totalmente oscuro, per quanto si stropicci, si comprima, si tagli, o in qualunque altro modo si tormenti.

Ma tutto quel tratto dell'anello che fosforeggia, è vestito internamente di un tessuto musculoso, di cui abbiam già più sopra ragionato. Sarebbe mai questo l'autore del fosforo, o almeno concorrerebbe comunque a produrlo? Ho scoperto che nò, poichè staccatolo interamente, il fosforeggiamento si aveva come prima: ed ho altresì trovato dipender quella luce da un umore densetto, e tanto o quanto attaccaticcio, che bagna e spalma il fondo dell' ombrello: il che viemmeglio vedrem quinci a poco.

Ma non evvi parte che faccia di sè mostra più vaga, e più apparíscente di cotal luce, come i tentacoli più grandi. Se questi adunque o separatamente, o insieme uniti si prendano fra l'indice, e il pollice, e le due dita li scorra-

no da cima a fondo, generasi un vivacissimo solco di luce, che dura alcuni secondi; e l'esperimento medesimamente succede, ove dall'animale staccati siano i tentacoli. E possiam ripeterlo con buon successo le otto, le dieci, ed anche le dodici volte, purchè altrettante si rinovelli il fregamento delle dita, col divario però che la luce si fa sempre minore. E manifestissima ne è la ragione. Qui, come ai lembi dell'ombrello, il fosforo ha la sua sede in quell'umore alquanto denso e vischioso. Dal replicato fregare i tentacoli viene portato via dalle dita, alle quali si attacca. E da ultimo del tutto vien meno ogni luce. Altrettanto si avvera nei nominati lembi, e nella borsa attaccata all'interno superiore dell'ombrello, giacchè ella pure, toccata che sia, fosforeggia alquanto; nè questa tampoco lascia d'essere superficialmente bagnata da quel viscido umore. Per i molti e variati miei tentativi non ho saputo trovare altre parti in questi molluschi, che dotate siano di tale luminosa qualità. Queste adunque si riducono a tre; i tentacoli più grandi, che primeggiano nel fosforeggiare; a questi tengon dietro i lembi dell'ombrello, ed in fine la più scarsa luce si osserva nella borsa comunicante con quell'apertura dell'ombrello, che è forse la bocca dell'animale. E questi fosforeggiamenti si ottengon del pari dentro l'acqua marina, che fuori: brillano poi più nella salsugginosa.

Che poi detto umore, per quanto agli occhi nostri apparisce, sia l'artefice del lume nelle nostre meduse, si rende chiarissimo dai seguenti fatti. Se il pollice, e l'indice nell'ore notturne toccava or l'una, or l'altra delle tre parti indicate, ma in ispezieltà i maggiori tentacoli, vi si attaccava una porzione di detto umore, e allora vivamente fosforeggiavan le dita. Se la mano raccolta in se stessa afferrava le radici dei suddetti tentacoli, e giù ne scendeva fin dove finiscono, l'intera palma rendevasi brillantissima ed insieme vischiosa. E se replicava il medesimo giuoco, ricompariva su la mano il fosforo, finchè quelle parti ritenevano qualche porzioncella di siffatta appiccaticcia sostanza, ed ove spogliate se n'erano interamente, più non davan luce di sorta. Per l'opposito palpando io il rimanente del corpo di questi animali, non più l'umore mi si attaccava alle dita, e questeri-

manevano oſcure. Se poi con un coltello raſchiava detto umore, e lo faceva cadere in un bicchiere pieno d'acqua o di latte, e con le dita, o una ſpatola ve lo ſtemperava dentro, i due fluidi divenivan fosforici. Il che non accadeva, incorporando ad eſſi il ſugo eſpreſſo da altre parti delle meduſe. Qui adunque conobbi, che quando ſi ſpreme il corpo d'una meduſa in qualche liquido, non è già ogni ſoſtanza di eſſa, che gli comunica lo ſplendore, ma quella ſolamente di che abbiam parlato, che riſiede nei tentacoli grandi, nella borſa, e nei lembi dell'ombrello. Perchè poi dotato egli ſia della facoltà fosforica, gli è d'uopo che ſia recente, o tolto almeno da meduſe, che di poco ceſſato abbian di vivere. Altrimenti come è inetto ad ornarle di luce, lo è del pari a comunicarla ad altri corpi.

E qui noteremo in paſſando un divario rilevantiſſimo tra le preſenti meduſe, ed altre aſſai prima da me oſſervate in altri mari. Queſte ultime vivendo, o morte di freſco, non ſono punto fosforiche; lo diventan ſoltanto, allorchè infradiciano e impuzzoliſcono. Quelle per contrario di che or ragioniamo, producono, ſiccome abbiam veduto, effetti oppoſti.

Per le oſſervazioni, e ſperienze ſparſe in queſta Memoria ſi raccoglie baſtantemente, che il liquor generato dal disfacimento delle meduſe è diverſo da quello del fosforo, giacchè il primo ſi eſtende, e s'interna per l' intero corpo della meduſa, e il ſecondo ha la ſua ſede in tre ſoli luoghi. Tuttavolta gioverà avvalorare queſta pruova per i due ſeguenti breviſſimi fatti. Spremuto dai maggiori tentacoli il ſugo appiccaticcio, ceſſa ogni lume, come ſi è detto, ſenza che ceſſi però di gemer da eſſi novello liquore, che anzi ſeguita ad uſcirne fino all' intera loro diſſoluzione. Di più recisi per lo traverſo i medeſimi ad una freſca meduſa, e per conſeguenza brillantiſſima, il piano del taglio rimane tenebroſo, non oſtante che da eſſo venga fuori abbondante liquore: e il lume ſplende ſoltanto ſuperficialmente, cioè a dire dove riſiede l'umor fosforico. Sono adunque due ſoſtanze diverſe. E di vero non oſtante che per la mancanza di mezzi io non poteſſi analizzarle chimicamente, il ſolo ſenſo del guſto baſta a deciderne fondatamente. Il liquamento in

che

che ſi riſolvon le meduſe ſosforiche è notabilmente ſalſo, e la ſalſedine, come abbiam veduto, ſi ha in grazia del muriato di ſoda, di cui eſſo abbonda. Non è dunque a ſtupire, ſe non ſia incomodo all'organo del guſto, ſiccome ho ſperimentato in me ſteſſo. Ma lo è bensì moltiſſimo il liquido fosforico, che rieſce anche moleſto alle parti delicate della cute, ſe inavvedutamente giunga a toccarle. Due fiate la curioſità mi ha tentato a guſtarlo con la punta della lingua. Il ſenſo in me cagionato è ſtato quello di un urente bruciore, che ha durato più d'un giorno. Simile affezione, ma grandemente più doloroſa, l'ho a mal tempo in un occhio provata, per una goccia di eſſo caſualmente ſopra cadutavi. Il roveſcio medeſimo della mano ne ſofferiva ſempre alcun poco, ſe a lungo toccava queſti animali

Non vogliamo però pretermettere, che l'eccitamento di queſto moleſto prurito non è riſtretto a queſto umore fosforico, ſofferto avendolo ancora da meduſe non fosforiche eſaminate al Golfo della Spezia, come noto in un mio *Prodromo* ſtampato nella *Società Italiana*. Quindi intendiamo che Ariſtotile, e Plinio non avevano il torto di chiamare *ortiche* coſiffatti molluſchi, quantunque d' altronde ſia fermo, che alcune ſpecie di tal genere ſono affatto innocenti, come le eſaminate dall' illuſtre *Reaumur* alle coſte del *Poitù*, e le ſperimentate da me nel *Bosforo Tracio*, e altrove.

A compimento della ſtoria di queſti animali poche coſe mi reſtan da aggiungere. Faceva queſte mie oſſervazioni di ottobre. Allora lo ſtretto di Meſſina ne era abbondantiſſimo, ſingolarmente in vicinanza del Lazaretto, dove l'acqua era tranquilla. I ſiti del mare che ſono in calma, ſono i più favoriti per loro; certa coſa è almeno, che per quanto oſcillino le meduſe, non poſſono tener forte contra l'onde agitate, per cui vengon cacciate alla ſpiaggia, come ho veduto in altre parti del nominato Canale. A Meſſina ſi chiamano *bromi*, e da que' marinaj vengo accertato, che ivi ſi trovano in ogni ſtagione. Ne' marittimi miei viaggi attorno all'Iſole Eolie, non ne ho veduto che due in tempo di notte nel Canale di Vulcano, ſcoperto avendole dal loro fosforo, e le trovai eſſere della medeſima ſpecie delle già deſcritte. A Lipari ſono notiſſime, e con viva eſpreſſione *candellieri di mare* ſi appellano.

Una volta nel nominato Stretto ne osservai una, che per via di quell'umor viscido aveva un pesciolino attaccato ai tentacoli, e i pescatori mi attestano, che simil cosa si vede non infrequentemente. Opinerei pertanto, che tai minuti viventi, e forse altri analoghi servissero alle meduse di cibo, e quindi che i tentacoli fossero come una rete per impigliarli col loro visco, quantunque sieno destinati a qualche altro uso, come quello di dar luce. Questa veggo pure essere stata l'opinione di *Plinio*.

Ho qualche sospetto, che tai molluschi sieno ermafroditi, in quanto che ogni individuo abile sia a propagare la specie senza l'altrui commercio, come si osserva in assaissimi altri viventi di mare nella classe de' vermi. Lo congetturo non già per non averne mai vedute due insieme accoppiate, ma per aver trovata medesimezza di organismo in tutte quante le esplorate da me, che ascendono a più centinaja. La somma trasparenza de' loro corpi mi offeriva l'opportunità di poterne mirare l'interno, e cercare se nascan da uova, o da feti; ma nulla di sicuro emmi riuscito di apprendere. Solamente in taluna delle grandi mi sono appariti a pochissima distanza dai tubetti tracheiformi dei numerosi aggregati di palline, che non ho mai vedute nelle picciole meduse, ed in altre più corpulente queste palline mi si sono offerte maggiori; il qual fenomeno mi ha fatto correr per l'animo, se peravventura que' corpicciuoli fossero uova; ma la necessità di dovere partir da Messina, lasciò mio mal grado questa importante ricerca indecisa.

Questa novella specie di medusa potrebbe nemenclarsi così. *Medusa phosphorea orbicularis convexiuscula, margine fimbriato, subtus quinque cavitatibus, tentaculis quatuor crassioribus centralibus, octo tenuioribus lateralibus longioribus.*

LETTERA

Del Sig. Dott. Giuseppe Bonvicini

Al Sig. Professore Michele Girardi.

Allorchè mi stimolaste colla gentilissima vostra lettera a dirvi il parer mio intorno al sentimento della vista nelle Lumache nostrali, io era già per rispondervi ciò, che pur mi dite, avervi risposto tant'altri assai più di me capaci a contentare le vostre brame. Ancor io mi trovava in buona parte persuaso su la scorta di valenti Naturalisti, che queste bestiuole avessero su l'apice de' loro cornetti, o tentoni, se così chiamarli vi piace, occhi bastanti a distinguer bene gli oggetti, che le circondano; ma riflettendovi più seriamente in quelle poche ore, che in mezzo a studj più serj soglio con piacere donare allo studio della Zoologia, e da me instituite alcune picciole sperienze, m'hanno queste messo nell'animo più d'un dubbio; anzi ve lo confesso colla mia solita ingenuità, mi fanno piegare verso la contraria opinione. Io ve ne darò un breve dettaglio, e voi da saggio, che siete, ne farete quel conto, che si saran meritato.

Voi al certo non ignorate, che l'insigne filosofo *Aristotele* fu uno tra i primi, che cieche vollero le nostre chiocciole, e qualunque altra specie di animali testacei. Egli apertamente ce ne assicura nella sua storia degli Animali (lib. 3. cap. 22.); benchè a me sembri, d'aver egli gratuitamente ciò asserito senza forse discendere a replicate esperienze per investigarne la verità, giacchè nel luogo stesso cieche pur pretende le talpe senza ulteriore disamina, in tempo, che dai moltiplici tentativi fatti su questo picciol quadrupede, si sa, che la natura d'occhi bastantemente il provvidde. A siffatta opinione l'erudito *Plinio* si sottoscrisse senza cercar più oltre, o tratto a così pensare dall'autorità di quel grand' uomo, o non potendosi persuadere, che questi animaletti recassero nella cima delle loro corna, ed in luogo sì strano

quegli occhi, che gli altri animali in fronte portavano. Voi ben vedete, mio pregiatissimo Amico, quanta forza aver dovea l'opinione de' due citati Filosofi sul comun sentimento in un'età spezialmente, in cui per mancanza de' più acconcj strumenti l'anotomia, e le osservazioni su gli animali, e spesso ancor de' più piccioli, far non potevano que' progressi, per mezzo de' quali oggi si veggono a tanto onor pervenute.

A tempi assai di gran lunga posteriori, ed al nostro in ispezial maniera era riservato il discutere con più fondate ragioni, e con più decisivi cimenti, siccome tant'altri, anche questo argomento.

Il *Borelli* (*De vero Telescopii inventore Observ.*) è stato uno fra i molti, che ne hanno parlato, che dalla ocular ispezione di que' piccioli punti neri, e brillanti, che risaltan dall'apice delle corna delle nostre lumache, si fe' a credere, che andassero esse dell'organo della vista fornite. Così pure la pensò il diligentissimo *Lister* (tract. de cochleis.) tratto dalla medesima osservazione. Fuvvi però, chi non mostrossi tanto liberale colle nostre chiocciole, e l'illustre *Aldrovandi* fra gli altri, nel suo Trattato *degli Insetti*, circoscriver volle nelle medesime il sentimento della vista soltanto nelle due corna maggiori, lasciando all'altre due minori l'uffizio semplice di tentoni. Ne vi mancarono alcuni altri, che seguaci tenacissimi dell'antica opinione, le dissero affatto cieche, come avanzò fra non pochi il dotto P. *Bonnani* (*Recreatio ment. & ocul. Probl.* 33.).

Francesco Redi esimio Naturalista, come sapete, e che a ragione chiamar più volte vi ho udito il vero maestro nell'arte di osservare, volle anch'egli esaminare le lumache nostrali, ed i lumaconi ignudi, e pronunziò con tutta la sicurezza, che non macavano cotesti animaluzzi del benefizio della vista.

Ma nessuno, per mio avviso, spinse tant'oltre le sue ricerche su l'organo visuale delle nostre lumache, quanto il celebre, oculatissimo *Suamerdamio*, e il diligente *Muralto*, che molte di queste sacrificarono ad una rigorosa anotomia per sincerarsi di questo interessante punto di Storia naturale; anzi il primo di questi giunse a tanto, che ci assicura d'aver rinvenuto ne' menzionati punti nereggianti, e lucidi

de' loro cornetti la vera ſede degli occhi, ſcoprendovi la tunica chiamata *uvea*, e i tre umori dell' occhio noſtro, con un muſcolo, per mezzo di cui ponno entro la teſta ritirare le dette corna, ed a cui dà il nome di *nervo ottico*.

La ſola autorità d' uno *Suamerdamio* avrebbe forſe potuto trarre di dubbio molt' altri, che ancora in oggi riſolverſi non ſanno a creder dotate le noſtre chiocciole dell' organo della viſta, ſenza che vi ſi aggiungeſſe quella d' un *Bonnet*, e d' uno *Spallanzani*, a cui vi è noto, quanto la natura ama riſpondere ſenza velo ne' loro dotti queſiti.

Io riſpetto, quant' altri mai, il ſentimento di così eſimii Naturaliſti, nè totalmente ſo condannare que' molti, che l' hanno ſeguito ſenza prenderſi veruna briga di eſaminar più addentro l' affare, ma i moltiplici tentativi da me fatti a tale oggetto non mi permettono per ora di divenirne ſeguace. Eccovi ciò che ho potuto ſcoprire.

Ho preſe venti delle noſtre lumache terreſtri di quella ſpecie, che il cel. *Linneo* nel ſuo *Siſtema naturæ* chiama *Coclea teſtâ ovatâ quinque ſpirarum*, *Pomatia dicta*, e che ſpeſſo diviene una non ingrata vivanda delle noſtre menſe; ed attentamente eſaminatele ad oggetto di ſcoprire, ſe veramente foſſer dotate del ſenſo della viſta, i riſultati del mio ſcruttinio furono i ſeguenti.

Qualunque volta da me collocate le dette chiocciole ſu d' un piano, ſtraſcicavanſi ſu di queſto, e prendevano una qualche direzione, ho poſto in piccola diſtanza un oſtacolo ora opaco, ora diafano, talora d' un colore oſcuro, talora di un chiaro, talvolta molle, e cedente, e talvolta reſiſtente, e duro, rimpetto alle loro corna, ed ho coſtantemente oſſervato, che da queſto non deviavan mai le medeſime, ſe prima non giungevano ad urtarvi colle dette lor corna, e ſpezialmente colle maggiori, eſſendo quaſi ſempre le prime a toccarne la ſuperfizie.

Vero è però, che avendo qualche volta oppoſto loro nella guiſa ſteſſa un pezzo di carta affatto bianca, per vedere, ſe a cagione de' molti raggi di luce, che rifletteva, convincere mi poteſſi, che co' loro ſuppoſti occhi la diſtingueſſero, ſchivandola prima di arrivare a toccarla, e mutaſſero direzione, ho veduto, che talora così ſuccedeva, come ſe

avessero distinto l'ostacolo, che veniva alle medesime presentato; ma siccome il più delle volte il contrario avveniva, non posso, che attribuirlo ad un mero accidente.

Allorchè le mie lumache avevano nel loro viaggio ben allungati i loro cornetti, ho appressato alla cima de' medesimi un dito, o qualunque altro picciol corpo leggermente agitandolo per ogni verso, ma non hanno mai esse ritirati tai membri, e dato un sufficiente indizio d'accorgersene, come sembra, che avrebbero dovuto fare, se co' menzionati occhietti lo avessero distinto.

Ho posto a rincontro delle medesime, allorchè avevano un moto progressivo, una candela di cera accesa, eppure non hanno giammai mutata direzione, nè da quella deviato, se non quando il calore della fiamma giugneva ad offender la cima delle lor corna; anzi ho quasi sempre veduto, che, tenendo la primiera lor direzione, sono giunte persino a spingerle nella fiamma stessa prima di ritirarle, e mutar viaggio.

Il deviare da corpi, che loro metteva incontro, era costante, li toccassero esse colle corna maggiori, o colle minori, bastando, che coll'une, o coll'altre dentro vi urtassero. Io ho osservato, che colle minori sembrano scandagliare col loro allungamento, e ritiramento il piano de' corpi, su cui si stendono, tenendole quasi sempre rivolte a terra, ed in tal positura, che a chi ignora la struttura di simili animaletti, sembrar potrebbero a prima vista piuttosto due zampine. Colle maggiori poi, che tengono d' ordinario assai alzate, mostrano di esaminare, se v' abbia una qualche superfizie, che si rialzi dal piano, su cui ritrovansi, per ivi attaccarsi. Diffatti ho veduto, che ad urtare in qualsiasi corpo, che avesse un rialzamento, fermavansi tosto, e a più riprese toccavanlo, e rittoccavanlo co' loro minori cornetti, dopo di cui allungavansi esse, stendendo a un tempo stesso, ed alzando i maggiori, sollevavano la testa, e facendo un punto d' appoggio sull' ampio loro piede a quello appigliavansi, e proseguivano il lor cammino. Era un piacere l' osservare la somma irritabilità di siffatti cornetti, allorchè urtavano in qualche corpo, od anche qualora leggermente agitavasi l' aria, da cui eran cinte, e quel curioso ritirarsi

all'indentro ſino alla loro radice, imitante, dirò così, il roveſciamento d'un guanto; il qual giuoco ſcoperſi facilmente anche ſenza il ſoccorſo del microſcopio, per eſſere, come ſapete, quaſi onninamente diafani in tutta la loro lunghezza.

Da queſti fatti io ſarei tentato, per dirvi la verità, a trarne la conſeguenza, che le noſtre lumache provedute non ſiano dell'organo della viſta, oppur ſe l'abbiano, averlo debbano aſſai ottuſo, e ſommamente imperfetto, almeno qualor pretendaſi, che collocato ſia nell'apice delle più volte accennate loro corna; e che ſiffatte membra ſiano altrettanti tentoni deſtinati a ſervir loro di ſcorta per iſcandagliare la ſuperfizie de' corpi, ſu cui ſi ſtriſciano, ſupplendo alla totale mancanza, o all'eſtrema debolezza della lor viſta, come la penſarono tant' altri, e fra queſti il riſpettabile Naturaliſta Sig. *Adanſon*, che ha in gran parte illuſtrata la ſtoria fiſica di queſto genere d'animali.

E qui permettetemi, ch'io vi dica, che ſe replicate in buon numero non aveſſi le mie oſſervazioni, ed anche in compagnia di alcuni dotti miei amici, avrei creduto d'eſſer cieco in pien meriggio, o di ſognare nell'oſſervar ch'io facea quel continuo taſteggiare, che fanno le noſtre lumache, allorchè incontranſi in qualche corpo, o qualor prendono un moto progreſſivo ſoltanto, e che vi ho già ſuperiormente deſcritto, giacchè l'erudito autore del Dizionario degli Animali apertamente proteſta di non vederſi in queſti loro tentoni coſa, che poſſa far ſoſpettarne l'uſo, di cui parliamo, ſenza però farci partecipi degli argomenti, che il moſſero a decider così.

Io non ſaprei eſprimervi con qual piacere abbia io veduto confermata queſta mia congettura in una Lettera ſcritta all'eſimio Naturaliſta Sig. Ab. *Spallanzani* dall'illuſtre Anatomico Sig. Dott. *Michele Gerardi* profeſſore d'anotomia, e ſtoria naturale in queſta R. Univerſità, e che legger potrete nel tomo 2. par. 2. delle Memorie della *Società Italiana*. Ivi vedrete, che il dottiſſimo Autore, dopo d'aver ſuperato lo ſteſſo *Suamerdamio* nella più fina, e ſcrupoloſa notomia delle noſtre chiocciole, le ha cimentate in più maniere, e i ſuoi riſultati non differiſcon da' miei, ſicchè

l'opinion ſua colla mia perfettamente s'accorda. Così la natura in tempo, che tutta era intenta a ſvelarſi a un tanto di lei benemerito oſſervatore, mi luſingo non abbia sdegnato in qualche modo riſpondere ad un ſemplice ammiratore de' ſuoi prodigj.

Qualora veniſſe concludentemente provato, che ſiffatti teſtacei privi foſſero della viſta, non per queſto la provida natura ſarebbe ſtata loro matrigna, privandoli d'un ſenſo da lei conceſſo alla maggior parte degli animali, mentre ne furono ben compenſati, loro accordando una ſi grande irritabilità nelle loro corna, ed un tatto ſi ſquiſito, e ſi fino da non invidiare tant'altri vermi, ed inſetti, cui eſſa per tal mezzo reſe ſenſibiliſſimi: ed allorchè pe' ſuoi particolari diſegni, il più delle volte da noi ignorati, negò loro il vedere, moltiplicò in eſſi queſt'organo del tatto non ſolo, ma di queſto li corredò in grado eminente per tutta la ſuperficie del corpo, ond'eſſere prontamente conſcj di ciò, che toccavano, e li reſe capaci di ripararſi entro un ſodo ritiro d gli attacchi di molti loro nemici, ch' eſſi veder non potevano, e che continuamente aſſediavanli.

Nel corſo delle mie ſperienze, non ſo come, mi venne in mente il penſiero di cercare, ſe in queſti loro tentoni riſiedeſſe mai per avventura anche il ſenſo dell'odorato. Io ho voluto farne la pruova tanto più, che per quanto io mi ſappia, non è ſtato ciò da altri tentato.

Voi non porrete già in dubbio, che generalmente gli inſetti ſiano forniti del ſentimento dell'odorato forſe di gran lunga in eſſi più fino, e più dilicato, che in qualſiaſi altro animale. Le moltiplici eſperienze, che ſono ſtate inſtituite finora, meritamente ce lo perſuadono, benchè poi reſti ancora indeciſo, ove un tal ſenſo ritenga la preciſa ſua ſede. Le ſoſtanze ridotte a fermentazione, a cui da ghiotti van dietro moltiſſimi inſetti, e ſe ne cibano attirati dall' odore, che ne eſala, benchè ſiffatte materie ſiano in modo collocate, e coperte, che non ponno eſſere da loro vedute; l'allontanamento, e lo ſcomparir di molt' altri da certe ſoſtanze di odor forte, e cattivo, ne ſono tutti baſtanti, e ragionevoli indizj, cui non lice ſi facilmente di contradire. E ſe qui voleſſi adurvene ulteriori eſempj, vi accennerei i ſcarabei

acquatici,

acquatici, che ſentono ben da lungi l'odore delle beſtie morte, e vengon ſuori dell' acqua per farſene gradito cibo; vi potrei rammemorare le api, a cui ſapete quanto talora giovino i ſuffumigj, e quanto piaccia l' odore dell' apiaſtro, e del timo. Il ſagaciſſimo Oſſervatore *Lionnet* era portato a credere, che queſto ſenſo ſi rinveniſſe nelle barbe, di cui vanno ſpeſſiſſimo forniti nella bocca molti inſetti, ed il Cel. Naturaliſta *Bonnet* avea già ſoſpettato, che collocato foſſe nelle loro antenne: il qual ſoſpetto parmi, che avrebbe dovuto riſvegliare negli amatori della ſtoria naturale un viviſſimo impegno, onde verificarlo, o diſtruggerlo. Sembrava, che per una certa analogia dal penſamento ſoſtenuta di alcuni ſolenni Naturaliſti, non ne doveſſero eſſer privi i vermi, e i teſtacei, e fondato ſu queſta volli farne la pruova ſulle mie lumache.

Io aveva ſul mio tavolino una piantina di Satureja ancor freſca, ed accoſtandola pian piano a' tentoni di queſte beſtiuole, ora ai maggiori, ed ora ai minori, m'accorſi ben preſto, ch'eſſe velocemente li ritiravano, li contorcevano in varie guiſe, e volgevanli ad altra parte, quaſi che queſte membra tocche ſommamente veniſſero dall' odore, che continuamente eſalava dalla detta piantina. Sulle prime io la credetti piuttoſto un' accidentalità da non farne alcun caſo, ma replicando più volte l'eſperimento, ne ottenni coſtantemente il medeſimo riſultato. Io quì non mi riſtetti, ma le volli tentare con altre materie odoriſere, come ſarebbe il muſchio, al cui odore ſi moſtrarono ancor più ſenſibili di prima, non così però tanto, quanto all' odore della carta bruciata, ch' io loro preſentai, giacchè di gran lunga più pronte furono a ritirare i lor tentoni, e più tarde d'aſſai a nuovamente allungarli di quello, che fatto aveano per l' addietro.

Se queſti miei tentativi non ſono concludenti pruove, onde in loro determinar francamente la ſede dell'odorato, parmi almeno, che aver ſi poſſano per non leggieri indizj a ſoſpettarlo collocato nelle deſcritte lor membra, tanto più per avere oſſervato, che variando i miei eſperimenti col preſentar vicino a' loro cornetti alcune ſoſtanze inodoriſere, o che almeno un odor ſenſibile non tramandavano, teneva-

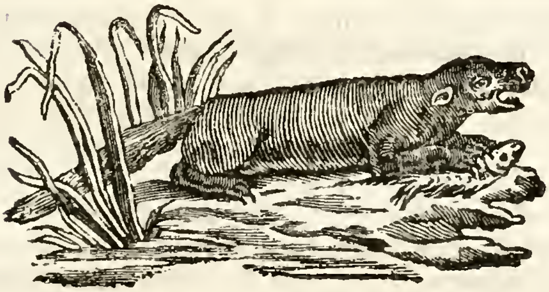
no esse siffatte corna quietissime, e nella naturale loro posizione senza mostrare d' esserne tocche in veruna guisa. Ed ecco, come non senza qualche ragione potrebbesi congetturare, che membra tali possan loro servire a un doppio uso; per conoscere cioè i corpi, in cui s' imbattono, e per ricever gli effluvj, che da essi ne partono. Così la natura sempre varia nelle mirabili sue opere sembra, che abbia voluto scherzare in cotesti curiosi animaletti, moltiplicando in un sol membro ciò, che in più ha distribuito nella maggior parte degli animali per una sorprendente economia, dietro a cui perdesi l' occhio il più acuto, e filosofico.

Nè le lumache sono l' unico esempio di animali, cui un sol membro serva a più usi. Voi vi ricordate benissimo, che molti insetti, e testacei ancora hanno talora sortito dalla natura un membro, o l' altro, che adoperan sovente a più cose. La mosca de' rosaj, di cui il celebre *Vallisnieri* ci ha lasciata una elegantissima storia, servesi a un tempo stesso della deretana sua parte a formare una picciola senditura nella pianta, su cui passeggia, colla compostissima, e mirabile sua sega, e per deporvi le uova. In molte spezie d' Icneumoni la loro coda assai lunga serve e per trapanare il corpo d' altri insetti, e per deporvi la prole. A molt' altri che vivon nell' acque, serve un tal membro e per isgravarsi delle loro uova, o de' feti, e a un tempo stesso per respirare. Il mitolo di fiume adopera la sua tromba destinata a succhiar l' umore, che lo alimenta, per alzar le sue valvule, e porle sul taglio, facendola pur servire di piede per intraprendere il tardo suo viaggio. Le stesse nostre chiocciole ve ne rinnovano l' esempio, di cui parliamo, giacchè, come abbastanza vi è noto, corredate sono di un foro nella destra parte del loro collo più vicina alla testa, che loro serve nel tempo medesimo di passaggio all' aria, che pur respirano, e di uscita alle lor uova.

Ma io oltrepasserei i limiti prescritti ad una breve letteruccia, se qui volessi farvene una più estesa nomenclatura, e sarebbe appunto spedir Nottole ad Atene il raccontarvi ciò, che meglio di me sapete. Io vi prego

di replicare questi miei tentativi, e di sapermi dire, s' io mi sono ingannato. Frattanto non tralascierò di studiare queste bestiuoluzze, con cui ho cominciato a rendermi famigliare, nè occasione alcuna di farvi conoscere a prova ch' io sono.

Parma 15. Giugno 1792.



OSSERVAZIONI
METEOROLOGICHE

Fatte in Verona negli anni 1792, 1793.

Dal Sig. Antonio Cagnoli.

OMettendo le spiegazioni già date ne' due precedenti Volumi, espongo il terzo biennio delle mie Osservazioni meteorologiche, compendiato siccome gli altri nelle seguenti Tabelle, con la giunta però questa volta del medio d'ogni colonna, desunto dagli anni sei; il qual mostra così a colpo d'occhio le varietà particolari d'ognun de' due ultimi.

Il numero delle volte, che lo spirar d'ogni vento mi venne osservato in ciascuno d'essi, è come segue.

Anno	T.	Gr.	L.	S.	O.	G.	P.	M.
1792	57	184	398	322	117	88	353	356
1793	95	191	357	326	124	77	246	259

Accoppiando queste quantità con le relative del quadriennio antecedente, si ricavan le medie, che vengono appresso.

T.	Gr.	L.	S.	O.	G.	P.	M.
131	237	402	295	124	114	274	289

La costituzione ordinaria de' mesi, raccolta dal sessennio, diversifica alquanto da quella che il solo quadriennio aveva somministrata, e però non tralascio di publicarla, sorpassando bensì que' mesi, i quali non vestono alcun de' caratteri distintivi, che ho presi a considerare.

Gennajo. Li venti da Maestro, Ponente, e Garbino, e li dì nubilosi regnano più che in ogni altro mese.

Febbrajo. Eguaglia l'Ottobre per la maggior frequenza dell'Ostro: ed ha poi meno pioggia, e manco giorni piovosi di qualunque altro.

Aprile. Ponente e Maestro spirano il più di rado.

Maggio. Quel che ha più giorni di pioggia,

Luglio. La maggior quantità de' giorni sereni, e la minore de' nuvolosi hanno luogo; col più soffiar di Levante, e Scirocco, e col meno di Tramontano.

Agosto. Riceve la massima somma delle altezze barometriche; ed il minimo alito del Garbino.

Ottobre. Il più piovoso di tutti. L'Ostro vi si diporta come in Febbrajo; il Greco n' è schivo.

Novembre. Ha il minor numero de' giorni sereni.

Dicembre. Toglie la minima somma delle altezze del barometro: più visitato da Greco e da Tramontano; meno da Ostro, Scirocco, e Levante d'ogni altro mese.

L'anno 1792 è stato notabilmente asciutto, col favor di Ponente e Maestro, che assai più frequenti, con l' absenza di Tramontano e Greco, che men dell' usato spirarono. In Gennajo 14 pollici di neve, 9 in Febbrajo, uno in Dicembre, poca in Novembre e di breve durata. In Giugno, tra li 28 e 29, lieve scossa di tremuoto, un' ora e mezzo dopo la mezzanotte. Li temporali, 2 in Giugno, e 2 in Ottobre.

L'anno poi 1793 è stato in totale più caldo che freddo, attesi i lunghissimi ardori della state. Dominato assai da Scilocco, sentì men del solito Levante, Greco, Garbino, e Tramontano. Ma se nel pieno non si discosta maggiormente dall' usato, nelle stravaganze particolari de' mesi è stato in vero stranissimo. Di fatti il Marzo fu il più piovoso, dov' esser soleva il meno: nel solo giorno 19 con la notte precedente, inaudita cosa, straboccarono pollici 3 $\frac{1}{2}$ d'acqua. All' incontro l'Ottobre, che della pioggia suol essere il più abbondante, ha tenuto il quarto luogo tra gli asciutti, con essere stato per la serenità e tepore dell' aria piacevolissimo. In Aprile insolita costanza ed intensità di freddo. Il Maggio pur freddo, piovosissimo. Freddi persino li due primi giorni di Giugno. In Luglio ed Agosto asciuttore e caldo pertinacissimi. Il massimo calor di Verona, gradi 28 $\frac{1}{2}$, che non avevo notato mai dopo i 10 d'Agosto, s' è ripetuto ai 14. Quindi il Settembre piovoso metà più dell' usato: così il Dicembre, e tepido assai. Di neve son

caduti tre pollici in Gennajo, uno in Febbrajo. In questo poi forte scossa di tremuoto ai 28, a sei ore della mattina, con bel tempo, barometro quasi altissimo, e vento da greco-tramontana. Ebbero un temporale l'Aprile, il Giugno, e l'Agosto, quattro il Maggio, un finalmente l'Ottobre nella mattina dei 31 con fragore e grandine.

1792	ALTEZZE DEL TERMOMETRO.			ALTEZZE DEL BAROMETRO.		
Mesi.	*Minima.*	*Media.*	*Massima.*	*Minima.*	*Media.*	*Massima.*
Gennajo.	— 5, 25 *li* 10	2, 20	7, 66 *li* 30	27 1, 48 *li* 21	27 8, 88	28 0, 70 *li* 21
Febbrajo.	— 4, 25 *li* 27	2, 60	10, 33 *li* 13	3, 93 *li* 18	10, 25	3, 64 *li* 2
Marzo.	— 0, 50 *li* 2	8, 20	16, 00 *li* 26	5, 06 *li* 10	10, 20	1, 81 *li* 21
Aprile.	5, 75 *li* 22	12, 00	22, 50 *li* 30	3, 75 *li* 4	11, 34	3, 09 *li* 21
Maggio.	8, 25 *li* 10	14, 33	24, 33 *li* 21	5, 89 *li* 5	10, 56	2, 66 *li* 19
Giugno.	12, 00 *li* 8	18, 17	24, 5; 15, 17	6, 81 *li* 20	10, 45	1, 27 *li* 16
Luglio.	13, 00 *li* 31	20, 20	27, 75 *li* 20	6, 63 *li* 28	10, 41	0, 95 *li* 10
Agosto.	12, 00 *li* 21	18, 66	25, 75 2; , 30	6, 06 *li* 15	10, 37	0, 03; 16, 28
Settembre.	7, 75 *li* 28	14, 50	25, 75 *li* 1	4, 41 *li* 22	10, 08	27 11, 86 *li* 9
Ottobre.	5, 00 *li* 31	12, 00	16, 50 *li* 8	7, 05 *li* 9	10, 67	28 2, 15 *li* 23
Novembre.	1; 20, 23, 29	6, 40	12, 50 *li* 3	4, 85 *li* 23	11, 51	3, 00 *li* 15
Dicembre.	— 2, 00 *li* 31	1, 60	7, 00 *li* 12	1, 92 *li* 24	9, 00	3, 84 *li* 9
Anno.	— 5, 25	10, 94	27, 75	27 1, 48	27 10, 31	28 3, 84
Medio.	— 6, 79	11, 03	28, 31	27 1, 44	27 10, 33	28 4, 33

1792.	Giorni	Giorni	Giorni	Giorni	Giorni	Quantità	Venti
Mesi.	*sereni*	*varj.*	*nuvolosi.*	*di pioggia.*	*di nebbia.*	*della pioggia.*	*dominanti.*
Gennajo.	4	4	13	15	8	pol. 4 2, 27	M. P. Gr.
Febbrajo.	11	7	11	2	6	0 7, 63	M. P.
Marzo.	8	10	13	3	2	0 8, 15	L. S.
Aprile.	16	8	6	7		0 6, 96	L.
Maggio.	8	9	14	11		3 10, 32	L.
Giugno.	12	11	7	7		2 1, 46	P. M.
Luglio.	11	16	4	7		1 1, 88	L.
Agosto.	11	12	8	6		1 5, 45	L:
Settembre.	8	13	9	9		2 6, 00	M. S.
Ottobre.	8	12	11	9	1	6 2, 58	S. M.
Novembre.	12	7	11	5	5	1 5, 03	P. M.
Dicembre.	12	9	10	4	5	1 10, 64	P. M.
Anno.	121	118	127	85	27	28 8, 37	M.

1793.	ALTEZZE DEL TERMOMETRO.			ALTEZZE DEL BAROMETRO.		
Mesi.	*Minima.*	*Media.*	*Massima.*	*Minima.*	*Media.*	*Massima.*
Gennajo.	— 4, 25 *li* 12	0, 92	6, 75 *li* 26	27 4, 42 *li* 14	27 10, 59	28 3, 86 *li* 22
Febbrajo.	— 2, 00 *li* 1	4, 04	11, 25 *li* 27	6, 10 *li* 11	10, 61	3, 21 *li* 23
Marzo.	2, 00 *li* 10	7, 29	13, 00 *li* 30	6, 05 *li* 7	9, 62	3, 07 *li* 13
Aprile.	3, 50 *li* 8	9, 08	17, 50 *li* 30	4, 81 *li* 28	8, 91	2, 22 *li* 7
Maggio.	7, 00 *li* 23	13, 28	21, 50 *li* 10	6, 94 *li* 2	9, 90	2, 47; 4, 5
Giugno.	7, 50; 1, 2	17, 42	25, 75 *li* 10	6, 35 *li* 28	10, 77	2, 35 *li* 29
Luglio.	15, 50 *li* 21	21, 51	28, 50 *li* 5	7, 29 *li* 29	11, 10	2, 12 *li* 5
Agosto.	13, 00 *li* 1	20, 44	28, 50 *li* 14	8, 28 *li* 16	11, 26	2, 14 *li* 22
Settembre.	8, 50 *li* 24	15, 47	23, 25 *li* 13	5, 23 *li* 21	11, 18	2, 16 *li* 9
Ottobre.	5, 75 *li* 26	12, 27	18, 50 *li* 14	2, 71 *li* 31	11, 58	2, 96 *li* 15
Novembre.	1, 25 *li* 30	7, 72	13, 33 *li* 27	3, 70 *li* 1	10, 41	2, 08 *li* 21
Dicembre.	— 3, 00 *li* 6	4, 62	9, 75; 21, 23	5, 46 *li* 22	9, 35	1, 07 *li* 2
Anno.	— 4, 25	11, 16	28, 50	27 2, 71	27 10, 44	28 3, 86

1793.	Giorni	Giorni	Giorni	Giorni	Giorni	Quantità	Venti
Mesi.	*sereni.*	*varj.*	*nuvolosi.*	*di pioggia*	*di nebbia.*	*della pioggia.*	*dominanti.*
Gennajo.	6	13	12	4	3	pol. 2 1, 86	M.
Febbrajo.	6	12	10	2	3	0 7, 11	P. M.
Marzo.	4	11	16	9		6 8, 22	L.
Aprile.	5	11	14	8		2 0, 83	L.
Maggio.	4	17	10	14		5 3, 27	L.
Giugno.	7	19	4	6		2 3, 43	S. L.
Luglio.	7	20	4	7		2 2, 78	L.
Agosto.	8	21	2	7		2 9, 47	L:
Settembre.	1	21	8	10		4 2, 84	M.
Ottobre.	8	16	7	5		1 7, 92	P. M. S.
Novembre.	5	12	13	7	5	1 4, 08	P. S.
Dicembre.	3	8	20	17	8	3 6, 52	Gr.
Anno.	64	181	120	96	19	31 9, 21	L.
Medio.	117	114	115	59	18	31 6, 78	L.

OSSERVAZIONI

Del Sig. Floriano Caldani

SOPRA LA TRASFORMAZIONE DI UN INSETTO, E SOPRA LE IDATIDI DELLE RANOCCHIE

PRESENTATA

Dal Sig. Cavaliere Lorgna.

§. I.

SE v'ha parte della Fiſica, nella quale le oſſervazioni iſolate e ſemplicemente annunziate arrecano de' lumi al ramo tutto della ſcienza, eſſa è certamente la Storia naturale; e ſe vi ſono oggetti, che ſomminiſtrino più frequentemente delle varietà, e de' non atteſi accidenti, converrà meco, lo ſpero, ogni Naturaliſta, che tali ſono gl' inſetti, de' quali non ſiamo ancor giunti a conoſcere l' intima animale economia, non oſtante le immenſe ricerche del *Reaumur*, e del *Bonnet* per tacere di tanti altri. Tutti gli Entomologi riferiſcono delle particolari oſſervazioni o circa il modo, in cui ſi moltiplicano queſti animali, o quello di vivere, o circa la loro ſtruttura, o finalmente ſu qualche non conoſciuta varietà: e ſe ſi accumulaſſero queſte oſſervazioni in un ſolo corpo, ci avvedremmo facilmente, quanto andaſſero lungi dal vero coloro, che prima di queſte ſi credevano di conoſcere a fondo l' Inſettología. Non dobbiamo però penſare anche noi in cotal guiſa per eſſere di tante nuove ſcoperte provveduti, ma richiamando ſovente alla mente il detto di *Seneca* aſpettar ci dobbiamo ogni giorno, che venga l' ignoranza noſtra vieppiù diradata per opera degl' inveſtigatori della Natura. Se le due oſſervazioni che ſono per eſporre, ſieno atte a concorrere in qualche modo ad un tant' utile ſcopo, lo giudicheranno i Dotti, ed io mi luſingherò di

non aver gettato e il tempo, e l'opera, se il loro voto mi riuscirà favorevole.

§. II.

Nella state del 1791, per non essere una stagione adattata ai lavori anatomici, mi venne in capo di osservare con iscrupolosa attenzione la metamorfosi di parecchi bruchi, affine d'istruire me stesso, e di verificare quanto sopra di essi era stato da altri pubblicato. Io aveva in pronto alcune piante di *Capsicum annuum Linn.*, e mi era avveduto, che le foglie erano quà e là corrose per opera d'insetti, e andando in traccia de' bruchi, che n'erano stati gli Autori, ne trovai un buon numero, e di varia grandezza. Quando un tal animale è piccolo, esso è verde di colorito, ed ha 6. od 8. punti neri assai visibili sul dorso, con altri più minuti sparsi sulla testa, ma non discernibili senza l'ajuto della lente. Da questi punti, che sono altrettanti tubercoletti rotondi, sorgono de' tenuissimi peli di colore oscuro. Crescendo l'animale, niente più si osserva di ciò, e (quantunque il bruco non si spogli della sua pelle), su tutta la superficie del dorso compariscono de' cerchj di colore più chiaro della sottoposta sostanza del bruco, e dal centro di questi cerchj sorge un pelo bianchiccio. Esso ha undici segmenti, ed ai lati della testa comincia una linea bianca, che giunge fino al principio del penultimo segmento; sotto questa linea nella protuberanza del segmento stesso si osserva una macchia di color giallo, di figura ovale *O*, e contornata da una linea nera. Ha finalmente dodici gambe, appartenendo perciò alla quinta classe del *Reaumur*, sei anteriori scagliose, quattro intermedie membranose al 7.° ed 8.° segmento, e due posteriori della stessa natura, incurvandosi egli allorchè si trasferisce da un luogo all'altro.

§. III.

Da una tale descrizione, e meglio ancora dalla Figura I., nella quale vedesi questo bruco rappresentato un poco

maggiore del naturale (*a*), non sembra ch'esso abbia delle notabili varietà da altri simili animali. Raccolti avendo molti di questi bruchi, ne posi parecchi in alcuni vasi di cristallo ricoperti da folta tela, e ne lasciai degli altri sopra una pianta di *Capsicum*, somministrando due volte al giorno il solito cibo a quelli, che si trovavano imprigionati. Dopo quattordici o sedici giorni (secondo la varia età de' bruchi), vidi ch' essi cominciavano a tessere il loro picciolo bozzolo, avvicinando l'una all'altra quelle foglie, che loro erano più a portata, e lo stesso intender si dee di quegl' individui, ch' erano chiusi ne' vasi, nel qual lavoro non impiegano che un giorno all'incirca, essendo però assai scarso di fila il bozzolo stesso, e di poca resistenza ed opacità.

§. IV.

Dodici giorni impiega questo bruco nella sua trasformazione, allorchè si rinserra nella seta da lui tessuta. Non tutti però i miei bruchi giunti a maturità si fabbricarono il bozzolo. Ne vidi alcuni, che avevano sul dorso una prominenza bernoccoluta a guisa di un frutto di moro; questi benchè fossero cresciuti alla grandezza degli altri, si rimanevano oziosi, non mangiavano, sembravan deboli, giacevano su qualche lato, si oscurava e si raggrinzava la loro pelle; e passati due giorni uscivano dalla prominenza posta sul dorso due o tre vermetti, li quali formavano in poca distanza altrettanti bozzolini separati, ne' quali si racchiudevano, e cangiati in crisalide comparivano poscia sotto la forma di una mosca. Di simile trasformazione ne parlano moltissimi Naturalisti, e merita di esser letta la Memoria XI. del secondo Volume della grand'Opera del Sig. de *Reaumur* (*b*).

(*a*) Le Figure I, III, IV, V, VI sono per metà più grandi del naturale, onde meglio se ne scorga la configurazione.

(*b*) *Memoires des Insectes*.

§. V.

Que' bruchi, che si racchiudono nel bozzolo, si cangiano in crisalide, come tutti gl' insetti di simile specie: perciò alcuni degli animaletti, che formavano l' oggetto delle mie speculazioni, divennero crisalidi di quella specie, che diconsi rotonde, e dal Sig. de *Reaumur* sono chiamate *feves*. La figura II. rappresenta questa crisalide lateralmente, ch' è di colore giallo-dorato, ed è facile il ravvisarvi li piccioli rilievi sul ventre, la testa dell' animale, e la figura conica acuta. Dopo dodici giorni venne alla luce da questa crisalide una bellissima falena (*a*) di colore oscuro, con due macchie triangolari dorate in vicinanza alla costa anteriore delle ali superiori, e che nella figura si scorgono di colore più bianco. Altri ritennero la forma di bruco ripiegandosi solo alcun poco; in tal caso il color verde si cangiò in bianco-giallognolo; non si videro più i tubercoletti, nè i peli, nè le divisioni o segmenti, ma protuberando la pelle quà e là, tutta la superficie apparve conformata in tante picciole vescichette di figura ovale, e distinte l' una dall' altra (*b*). Da questa trasformazione dopo dodici giorni uscirono de' moscherini del genere dell' *ichneumon niger pedibus flavis Linn.* in quantità prodigiosa: ed aperto il bozzolo vi rinvenni il corpo del bruco cangiato, come poco fa enunciai, con alcune vesciche forate da sottilissimo pertugio, per cui aveansi fatto strada gl' ichneumoni rinchiusi nelle vescichette. Sparai inoltre uno di questi bruchi, e vidi che l' interna sua sostanza era cangiata in minime vescichette (*c*), ciascuna delle quali conteneva una picciola mosca. Nel mezzo delle vesciche si osservò un grosso filamento di color nerastro (Fig. V. *c.*) ch' io giudicai essere il canale alimentare, tanto più che dalle osservazioni del *Reaumur* si sa, che questo canale non soffre cangiamenti dalle insolenze delle mosche ichneumoni. Nella detta figura si vede l' esterna superficie del bruco *A* corrispondente alla figura IV. e l' interna sostanza *B* cangiata come dissi in vescichette.

(*a*) Fig. III. (*b*) Fig. VI. (*c*) Fig. V.

§. VI.

Non tutti gl'ichneumoni, che si sviluppano nel bruco, veggono la luce, poichè aperto un qualche bruco così trasformato, e dal quale non si vedevano uscire altre mosche, osservai che nella sostanza più interna dell' animale si trovano delle picciole mosche morte prima di liberarsi dalla prigione. Breve vita godono anche que' moscherini, che giungono a svolazzare sull'esterna superficie del bozzolo, ciò che fu pure da altri osservato.

§. VII.

Comuni poi sono i caratteri della mosca *(a)*, ch' esce sì nella prima (§. IV.), che nella terza (§. V.) trasformazione. Essa ha la testa nera, la faccia bianca variegata, il dorso sanguigno, il petto nero con qualche sottilissima stria bianca, l' addome tutto nero, diviso in 7 segmenti l' ultimo de' quali è acuminato, le gambe giallo-rosse, co' piedi articolati, due antenne articolate e pelugginose, e finalmente quattro ali trasparenti, le superiori più lunghe delle inferiori, che sono angolate.

§. VIII.

Esposta in tal modo la triplice trasformazione del bruco da me osservato, conviene ch'io passi ora alla relazione di que' tentativi, che feci per assicurarmi della generazione de' moscherini per opera degl'ichneumoni. Vide il Sig. de *Reaumur*, come una mosca pianti il suo pungolo nel bruco per deporvi le uova *(b)* e da una tale osservazione sembra posta fuori d'ogni equivoco la generazione di quest' insetti. Io cercai di vedere lo stesso, sì tenendo per qualche tempo gli occhi ben fissi sopra una pianta di *Capsicum* carica di bruchi e d'ichneumoni, che racchiudendo in un vaso di cristallo parecchj bruchi con varj ichneumoni della specie sopra

(a) Fig. VI. (b) Op. cit. Tom. II. pag. 417.

indicata: ma per quanta attenzione io ponessi in opera, non mi venne fatto giammai di vedere le premure dell' ichneumone femina per deporre le proprie uova nel corpo de' bruchi, che anzi gl' ichneumoni vissero un breve tratto di tempo, benchè avessi loro somministrate molte foglie tratte dalla pianta, e ricoperto il vaso con un velo. La seconda ricerca fu di anatomizzare moltissimi bruchi, e di esaminare l' interna sostanza coll' ajuto di una lente di poco ingrandimento, ma non mi fu dato di scorgervi le uova, ch' io cercava: può però darsi, che tutti li bruchi da me anatomizzati fossero quelli appunto, che soggiaciuto non aveano alle violenze dell' ichneumone. In terzo luogo raccolsi alquante uova spettanti ai bruchi, e custodite gelosamente, vidi ch' esse si svilupparono, e che dopo il consueto intervallo di tempo si cangiarono in altrettante sarfalle, senza che neppur uno subisse alcuna delle trasformazioni indicate (§§. IV. V.) Finalmente passati quattro giorni, da che il bruco avea fabbricato il proprio bozzolo, lo anatomizzai, e vidi che tutta l' interna sua sostanza si era cangiata in moltissime cellette, ciascuna delle quali conteneva un primo abbozzo della mosca. Quantunque il verificare l' osservazione del *Reaumur* avesse stabilito con evidenza, in qual modo si producano le mosche nel corpo del bruco, pur tuttavia non avendo essa avuto quell' esito ch' io desiderava, credo che la terza mia ricerca possa persuaderci abbastanza, che un qualche ichneumone forando coll' estremità del suo ventre la pelle del bruco vi depose le uova, che si svilupparono dipoi nel corpo medesimo. Ma mi si dirà forse: questa spiegazione potrebbe al più servire per lo sviluppo de' vermetti riferito al §. IV., facil essendo il concepire, che deposte dalla mosca le uova sotto la pelle del bruco, si sia essa gonfiata alcun poco per dar loro ricetto, finchè giugnesse il momento di svilupparsi: ma il caso enunziato nel §. V. è ben differente, e si potrebbe forse sospettare con più di ragione, che le uova sieno state dal bruco ingojate, allorchè rodeva le foglie. Ma io risponderò facilmente, che lo sviluppo di tali mosche fu osservato nascere in maniere assai differenti, siccome attestano le Opere di molti classici Autori, e che non ammettendo la proposta spiegazione, agevole non sarà il combinare la

mia terza ricerca coll'ingojamento delle uova, essendo che i bruchi nati dalle uova ch'io raccolsi, si nudrirono colle foglie della pianta stessa, sulla quale scorrevano gli altri bruchi, ch'io trovai poi cambiati nella singolare trasformazione sopra esposta.

§. IX.

Sarebbe finalmente da ricercarsi, qual ragione vi sia, per cui il bruco sì ripieno d'uova fabbrichi il suo bozzolo, come se cangiar si dovesse in farfalla? perchè appena chiuso nel bozzolo si cangi la sua sostanza in altrettante vescichette, distruggendosi l'organizzazione propria del primo animale, e di quello che dovea da esso svilupparsi? Forse che lo sviluppo de' moscherini segue appuntino le epoche, nelle quali accadono i cambiamenti nel bruco? Ma tante ricerche, nè facili ad essere soddisfatte, richiedono più di tempo, e di pratica nella Scienza per poterle sciorre a dovere, ed io mi contento di avere osservato una trasformazione, che non credo delle più comuni, e di averne dietro ai miei tentativi proposta una spiegazione adeguata alle idee, che si formarono già i Naturalisti della generazione di simili animaletti dopo molte accurate sperienze.

§. X.

Passando ora alla mia seconda osservazione, egli è noto che spesse volte occupandosi i Fisici sopra un qualche oggetto giungono a discuoprire accidentalmente o qualche nuova proprietà dell'oggetto medesimo da altri prima non avvertita, o qualche parte non osservata da alcuno. Può quasi asserirsi, che la massima parte delle scoperte, che ci comunicarono i Fisici, sia nata dall'accidente (intorno a che è da vedersi una bella Dissertazione dell'Ab. *Belgrado* (*a*)); e da questo egualmente debbo io ripetere l'osservazione, ch'esporrò brevemente.

(*a*) *Dell'azione del caso nelle invenzioni*. Padova 1757. 4to.

§. XI.

Obbligato a tagliare un numero immenſo di ranocchie per iſtituire e replicare le molte ſperienze, che ſi pubblicarono relativamente alla elettricità animale, mi venne fatto diverſe volte di aprire delle rane, nelle quali ritrovavanſi molti piccioli globetti, o veſciche ſituate particolarmente all' intorno delle vertebre dei lombi, e de' nervi crurali. Non feci per verità alcun conto di queſta oſſervazione ſul bel principio; ma notando poi, che molti di queſti animali erano privi di ſimili veſcichette, ſoſpettai ch' eſſe coſtituiſſero una particolare malattia di alcuni individui. Ed infatti conſervando molte rane ne' meſi più caldi per poterle ſottoporre agli eſperimenti, allorchè mi riuſciva più comodo, vidi che ne perivano alcune, e che in eſſe coſtantemente io ritrovava la menzionata particolarità. Ne tagliai molte altre, che mi ſembravano infermiccie e languide oltremodo, ed in buon numero di eſſe non mancarono le veſcichette medeſime.

§. XII.

Renduto probabile per ſimili ragioni il mio ſoſpetto di una particolare malattia delle rane dipendente dalle veſcichette, paſſai ad eſaminare le Opere di varj Autori, nelle quali io potea credere di rinvenire una qualche oſſervazione relativa al ſoggetto ch' io avea per le mani. Ricorſi perciò ſubito alla gran *Biblia* dello *Swammerdam* (a), e trovai che queſto dotto Naturaliſta parlando del modo d' iſtituire alcune ſperienze ſul moto muſcolare delle rane così ſi eſprime: *Medulla Spinalis, nec non Cerebrum in Rana id ſibi peculiare habent, quod colliquefactus veluti ſal, intra tunicas concluſus, vaſiſque ſanguineis intertextus, uſquequaque ipſis adjaceat; ita ut vel in vertebrarum quoque cavitate, & ipſo in cranio reperiundus ſit. Colore is gaudet Margaritæ ſplendorem referente,*

(a) Ediz. di Leida 1738. in fol. *cura Boerhaavii*.

te, atque SUB FORMA NODULORUM, juxta vertebrarum tractum, in dorso dispositus est; ubi loci quam facillime semet conspiciendum exhibet. Nativus iste sal cum acido liquore commixus, vehementissime effervescit. Substantia ejus quam proxime respondet granato illi ac calculoso pulveri, qui in capite Canis Carchariæ invenitur, atque in officinis venalis prostat, perperam ab imperitis pro cerebro hujus Piscis habitus; . . . . Quamvis autem substantia ista salina in Ranis, aquæ instar, fluida sit; mox tamen manus vel digitorum calore exsiccatur; ut nunquam adeo valide induretur, quin apicibus digitorum quam facillime in tenuem pulverem comminui possit: quod ipsum circa calcariam illam fluidamque materiem, quæ in Raja datur, pariter obtinet (*a*). La forma, ed il sito, che il celebre Autore assegnò ai mentovati corpetti, mi fece credere, che senza dubbio ci eravamo combinati nell' osservare uno stesso oggetto; e lo stesso sembrò pure a qualche insigne Naturalista, cui comunicai le mie ricerche. Quantunque però sia vero, che le vescichette trovansi per lo più ne' contorni del dorso, e de' lombi, non ne mancano però in copia grande anche in altre parti, e perfino su i polmoni, sul cuore, attorno alla grande arteria ecc., siccome può rilevarsi dall' annessa figura VII. In due sole rane morte mi fu dato di osservare alcuno di questi corpetti nell' interno del cranio, ed uno ne rinvenni nella cavità della colonna vertebrale in vicinanza di uno de' forami, che risultano dall' unione di una vertebra con l' altra. Una gran differenza però pareami che passasse fra l' osservazione dello *Swammerdam* e la mia, vale a dire l' asserire, che fa il rinomatissimo Autore l' esistenza di questi nodi senza distinguere la stagione, nella quale furono da Lui aperte le ranocchie, e il non averli io ritrovati in tutte, come di sopra accennai. Ma e non potrebb' egli aver esperimentato in tempo di estate, allorchè le rane erano attaccate dalla malattia? Se la congettura è strana, non ha però alcuna impossibilità.

(*a*) Tom. II. pag. 838 - 839.

§. XIII.

Reſtavano a verificarſi tutte le altre ſperienze tentate dal citato Autore ſu i nodi; e perciò preſi fra le dita alcune delle veſcichette, e feci che il calore della mano le diſeccaſſe, onde oſſervare ſe reſtava veramente una ſoſtanza ſolida, calcarea, e capace di eſſere ridotta in polvere. Paſsò buona pezza di tempo, prima che otteneſſi l'intento, ma ebbi finalmente la conſolazione di vedere, che tutta la veſcichetta ſi riduceva ad un picciolo corpicciuolo bianco e friabile. Ciò ſi vede ancora laſciando ſu d'un vetro, o di qualunque altro corpo aſciutto le veſcichette per poco tempo, anche ſenza che vi concorra il calore della mano. Il diſtaccare poi queſti nodi dalle parti, ſulle quali ſi vedono poggiare, mi aſſicurò, che deſſi non hanno comunicazione di ſorta alcuna co' nervi, ma che il nervo paſſa ſoltanto a contatto della picciola veſcica; che anzi trovandoſi, che molte di queſte veſcichette ſono vicine a de' vaſi ſenza comunicare co' nervi, cominciai a ſoſpettare, che o v'era dell'errore nelle oſſervazioni dell'Olandeſe Naturaliſta, o che le noſtre ricerche verſavano ſopra oggetti differenti. Nella Fig. VIII. n.° 5. ſi vede un nervo *aa*, ed un vaſo *bbb* diſtaccato dalle vertebre di una rana, con due veſcichette *cc* aderenti, il tutto più grande del naturale. Per replicate indagini poi giunſi a diſcuoprire, che il mezzo col quale queſti piccioli nodi rimangono attaccati sì ai nervi, che ai vaſi, ſi è una breviſſima cellulare, che facilmente ſi rompe rimanendo una perfetta integrità e alla veſcichetta, e al vaſo, e al nervo vicino.

§. XIV.

Coll'idea di affondere alcune goccie d'acido nel fluido contenuto nelle picciole veſciche, io ne aprii più d'una, ma quale ſia ſtata la mia ſorpreſa nel vedere, che in quella poc' acqua nuotava un vermetto, io non ſaprei dirlo a parole. Punſi allora molte altre veſciche, ed in tutte coſtantemente trovai un ſimile animaletto. Egli è queſto di varia grandez-

za secondo la mole diversa della vescica. Il più piccolo è lungo due linee e mezzo: giace nella vescica ravvolto in se stesso (a), ed osservando le vescichette medesime allorchè cominciano a diseccarsi, si vede a meraviglia la naturale di lui positura. Egli ha una picciola testa (b), ed il suo corpo va a poco a poco assottigliandosi fino alla coda (c): è di colore bianco, e lasciandolo seccare, la testa rimane solida e calcarea, mentre il restante del corpo non comparisce più all' occhio osservatore; tanto è sottile e pellucido. Da ciò compresi un' errore dello *Swammerdam*, il quale dice, che seccandosi il sale contenuto ne' nodi divien calcareo, e friabile. Nè può sospettarsi, ch' io abbia preso abbaglio riducendo la vescichetta alla forma di un verme, poichè non è così malagevole il vedere il verme distaccato affatto dalla vescichetta. Nella Figura VIII. n.°. 4., si rappresenta uno di questi animaletti *a b* colla buccia o membrana della vescica *c* attaccata al di lui dorso, ed esaminando varj di questi vermi, mi parve di potermi assicurare, che il loro appicco alla vescica sia alla regione del dorso, egualmente che altri Illustri Osservatori videro, che le tenie contenute nelle idatidi, erano unite all' interno parete dell' idatide stessa o per mezzo della coda, o di qualche altra parte del loro corpo. Considerando la figura di questi globetti, essi si rappresentano ovali (d), ma adoperando una lente anche di poco ingrandimento, sicchè la mole divenga doppia, o tripla del naturale, si vede che questa è formata come di due segmenti, uno maggiore, che costituisce la più gran parte della vescica, ed uno minore, che forma una di lei estremità, rimarcandosi fra l' uno, e l' altro una picciola divisione, o strozzatura di poca profondità (e). Le vesciche che si lasciarono diseccare di per se stesse, fecero apparire, che nel segmento minore era contenuta l' estremità della coda del verme, e nel maggiore rinserravasi il restante del corpo, colla testa abbracciata dal corpo stesso.

(a) Fig. VIII. n. 2.
(b) Fig. VIII. n. 3. *a*.
(c) ibid. *b*.
(d) Fig. VIII. n. 1.
(e) Fig. VIII. n. 2.

§. XV.

Non mi trattenni però dall'affondere delle goccie d'acqua forte della più potente sul fluido contenuto nelle vescichette, e non mancò l'effervescenza citata dall'Olandese Sperimentatore. Ripetendo questo tentativo, m'avvidi che dopo l'effervescenza rimanea un picciolissimo sassolino, ch'esaminato con accuratezza rinvenni essere quello stesso, che resta nella regione della testa, quando si secca l'animale.

§. XVI.

Dal racconto fatto fin qui delle ricerche da me istituite su questi globetti o vesciche, le quali per molti rapporti mi sembrano quelle stesse, che lo *Swammerdam* chiamò *nodi*, parmi, se non erro di molto, che sia palese lo sbaglio del dottissimo Autore, che descrivendo le sue sperienze deduce da queste tacitamente delle conseguenze, che aver luogo non ponno nella moderna medicina teorica. Il sale contenuto nel sugo nervoso, la di lui effervescenza, la concrezione in una sostanza calcarea e friabile non su ammessa giammai da' Fisiologi. Ma e quanto grande non si giudicherà l'errore dello *Swammerdam*, ora che i nodi contenenti il supposto sale si trovarono essere altrettante vesciche, le quali racchiudono un picciol verme, che bulica, e si contorce, allorchè estratto dalla buccia si stimola, o si tocca?

§. XVII.

Non è cosa nuova, che negli animali si trovino de' vermi, e di quei rinchiusi in particolari sacchetti membranosi. Le osservazioni moltissime del celebre *Francesco Redi intorno agli animali viventi, che si trovano negli animali viventi*, mostrano ad evidenza non esservi quasi specie veruna di animali, in cui non annidino de' vermi particolari o per forma, o per grandezza, o per sede. Parlarono anche di questi vermetti il *Tyson* (*a*), il *Pallas* (*b*), il *Bloch* (*c*), il

---

(*a*) *Philos. Trans.* n. 193.

(*b*) *Elenc. Zooph.* p. 413. *Comm. de rebus in scientia nat. & med. gestis*. Vol. XXIV. pag. 291.

(*c*) *Comment.* citati Vol. XXIV. pag. 663.

Leſke (*a*), il *Fontana* (*b*): ma da quanto rilevar poſſo dagli eſtratti delle loro Opere, parmi che abbiano eſſi poſte tutte le loro conſiderazioni o ſu quelle picciole tenie, o vermi, che trovanſi nel cervello delle pecore, onde ſi vuole originata la pazzia di queſti animali. Da tutte le quali oſſervazioni io mi determino a giudicare, che i vermetti da me oſſervati nelle molte parti delle rane ſieno dello ſteſſo genere di quelle, che dalla buona parte de' Naturaliſti chiamanſi *idatidi*, e meglio ancora *vermi veſcicolari*, non potendone per ora determinare la ſpecie, atteſa la poca perſpicuità che ritrovai negli eſtratti di quelle Opere, che poco innanzi enunciai.

§. XVIII.

Fu anche, ed è tuttora una queſtione pe' Fiſici, e pe' Naturaliſti: donde abbiano origine ſiffatti vermi. L'impoſſibilità d'iſtituire delle accurate ſperienze fu mai ſempre un' oſtacolo inſuperabile per ſciorre un tal problema, e quindi ſi contentò il *Pallas* di giudicarli congeniti negli animali (*c*), ed il *Blumenbach* di dichiarare equivoca una tale generazione. Dovremmo per verità ricorrere al ſiſtema delle uova, che fu trovato il più veriſimile ed il più acconcio ad iſpiegare il gran fenomeno della generazione. Una lunga ſerie di eſperimenti poſero fuor di dubbio un tal ſiſtema; ma domando io: da quali uova denno naſcere le noſtre idatidi? donde provenir debbono queſte uova? Non vi ſono, nè poſſono forſe eſſervi eſperienze atte a dimoſtrare, che le idatidi generino le uova: e ſe le generaſſero; come, e per qual via dovrebbero queſte penetrare in tutte quelle parti, nelle quali ſi ritrovarono queſte idatidi? L'averne io rinvenute moltiſſime ſulla ſuperficie eſterna dello ſtomaco, e degl'inteſtini, mi ſarebbe quaſi congetturare, che veniſſero le uova di queſti piccioli vermi ingojate dalle ranocchie, e che attaccandoſi al parete interno di quelle cavità, perforaſſero a poco a poco l' intima membrana, fermandoſi poi e ſviluppandoſi ove trovaſſero una

(*a*) Ibid. pag. 291.
(*b*) *Lettera al Sig. Darcet*.
(*c*) Vedi la *Bibliot. Anatom.* dell'Haller. Tom. II. pag. 564.

più acconcia poſitura. Per rendere probabile la qual congettura, iſtituir ſi dovrebbero non pochi eſperimenti, l'eſito de' quali non ſarebbe forſe affatto deciſivo: oltre di che il conſiderare, che ſi trova coperto di molte idatidi il cuore, i polmoni, l'interna cavità della teca vertebrale potrebbe rendere le ſperienze medeſime poco o niente concludenti.

§. XIX.

I fenomeni da me riferiti ſul principio, a' quali ſi accompagna la preſenza delle idatidi, o vermi veſcicolari nelle rane, cioè il poco vigore nell'animale, e la morte, il ritrovarſi di queſti vermi negli altri animali quaſi tutti, ed i ſintomi morboſi, alli quali vanno ſoggetti, ci condurrebbe a credere, che nelle rane egualmente, che nelle pecore, ne' cani ecc., coſtituiſcono i detti vermi una particolar malattia. Di qual genere eſſa ſia, e quali potrebbero eſſere i rimedj per guarirla non ſi cercò fino ad ora, nè porta ſeco un vantaggio, che meriti gli ſtudj de' Fiſici, quando però non ſi giungeſſe ad iſcuoprire, che le rane attaccate dalle idatidi foſſero dannoſe alla ſalute degli uomini. Se ciò ſi ritrovaſſe, e ſe prevenir ſe ne poteſſero le conſeguenze, io mi luſingherei di non avere inutilmente, e per ſemplice curioſità conſiderata la preſenza delle idatidi nelle rane, correggendo quanto fu dallo *Swammerdam* erroneamente veduto.

I.

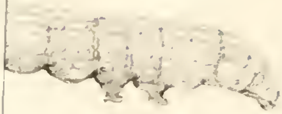


Fig. II.

Fig. III.

Fig. IV.

Fig. V.

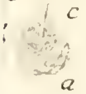


Fig. VI.

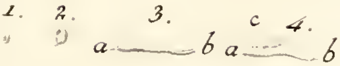
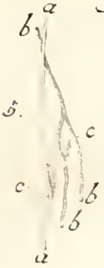
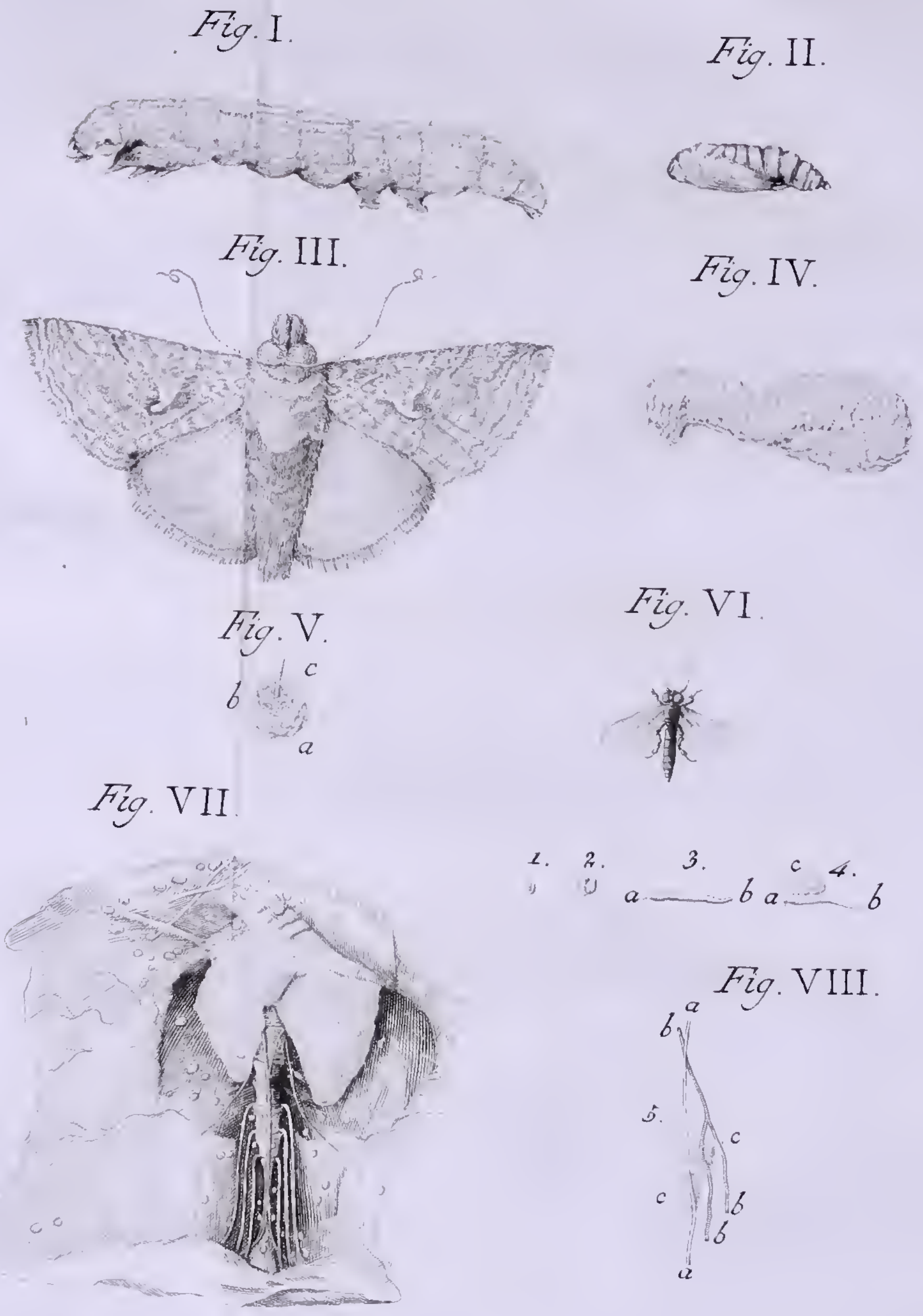


Fig. VIII.





A. e Buttafogo del. et inc.

LETTERA

Al Sig. Preſidente Cav. Anton-Mario Lorgna

SOPRA DIVERSI ANEDDOTI MATEMATICI

Del Sig. Pietro Ferroni.

Μετὰ λύπης ἡ μάθησις.

NEl porre l'ultima mano al *Diporto Analitico*, del quale parlano in più luoghi le mie *Meditazioni Analitiche intorno alla Formola* $Sdx(-Lx)^{\pm\frac{1}{2}}$ *ecc.* (*a*), mi ſono incontrato in alcune mancanze d'Autori celebratiſſimi, non avvertite, per quanto io ſappia, prima di me da neſſun altro Geometra. Molte di queſte entrando nel piano della mia Opera precitata, verranno allora ad eſſer fatte di ragion pubblica, nè ſarà diſcaro a conoſcerſi, come certe teorìe recentiſſime, comunemente ſuppoſte nuove, in materia di Funzioni ed Equazioni finite o differenziali, e l'ultime o a differenze infiniteſime, o a differenze finite, tanto aſſolute, quanto parziali, naſcano con maggior chiarezza e ſemplicità da delle più antiche e già note, ſomminiſtrateci da *Newton*, *Leibnitz* (*b*), e *Moivre* (*c*),

(*a*) Particolarmente il §. 28. e 32., e le Note 11. 120. 262. e 270.

(*b*) L'Abate *Boſſut* nella ſua eccellente Memoria intitolata *Uſages de la différentiation des Paramètres pour la ſolution de pluſieurs Problèmes de la méthode inverſe des Tangentes*, ed inſerita nel Tomo II. delle *Mémoires de Mathématique & de Phyſique preſentés a l'Académie Royale des Sciences, par divers Savans, & lùs dans ſes Aſſemblées* ſtampato a Parigi l'anno 1755., combina meco (vedaſi il *Prodromo ecc.* a pag. 120. e ſegg. del Volume V. della *Società Italiana*) nel far autore il celebre *Leibnitz* dei fondamenti d'alcune profonde Scoperte moderne in materia di Calcolo Infiniteſimale. Ecco come egli ſcrive a pag. 436. *Du reſte, je ſaiſis l'occaſion d'avertir que le fond de cette méthode ingénieuſe, dont on a fait honneur à des Auteurs très-célèbres, appartient en propre à l'incomparable M. de* Leibnitz. *C'etoit à l'inventeur du calcul des Infinimens-petits, d'y ajoûter une branche dont la fécondité me paroît immenſe* Si parla del metodo *differentiationis de Curva in Curvam.*

(*c*) L'iſteſſo generoſo ſentimento l'ha ancora eſternato in rapporto a queſto ſommo Geometra eſule dalla Francia

e vale a dire ſino di quando incominciò a ſublimarſi l'Analiſi de' Moderni. Altre ſono accennate nella mia *Eſercitazione* ſtampata in queſt' anno (*a*), o avranno luogo per la ſimilitudine dell' argomento nelle Continuazioni del *Prodromo ſul Calcolo Integrale ecc.* (*b*), o in una Memoria ſopra dei *Maſſimi* e *Minimi*, che ſpero in breve di pubblicare. In queſta principalmente m' occorre ſpeſſo di far vedere, come male a propoſito per riſolvere dei Problemi lineari abbiano inciampato taluni in Equazioni di più alto grado (*c*), e come

(*Londres* T. I. edizione del 1770. a pag. 276.) M. de la *Place*, dandogli il primato ſull' integrazione dell' Equazioni a differenze finite (ſebbene con metodo indiretto) dove cita la *Theory of Chances* alla pag. 621. del Tomo VI. della precitata Raccolta Accademica, nella quale inſerì l' ingegnoſiſſima Diſſertazione *ſur la probabilité des cauſes par les évènemens*, ch' è il Problema inverſo del comun Calcolo dei Probabili.

(*a*) *De Calculo Integralium Exercitatio Mathematica &c.* Soprattutto debbono conſultarſi le pag. 98. 117. 177. 186. 232. 34. Intorno al principale oggetto dell' Opera merita d' eſſere oſſervato di più, oltre di quello, che ho detto parlando di *Leonardo Euler* alla pag. 142. e 287., che nel Capitolo VI. (T. I. Sez. II. Parte I. Libro I.) *Inſtitutionum Calculi Integralis*, egli paſſa ſolamente di volo ſu della Formola generale degli Integrali dipendenti dagli Archi delle Sezioni del Cono, e lo fa diſcorrendo occaſionalmente di tutt' altro argomento. *Ex hoc autem Capite* (ſcrive nello *Scolio* 2. al §. 622. e pag. 465.) *comparatio arcuum ellipticorum & hyperbolicorum ſimili modo inſtitui poteſt; cum enim in genere arcus Sectionis conicæ tali formula exprimatur* $S dx\sqrt{\frac{a+bxx}{c+exx}}$ *hæc transformata in iſtam* $S\frac{dx(a+bxx)}{\sqrt{(ac+(ae+bc)xx+bex^4})}$, *per præcepta tradita tractari poteſt.*

(*b*) Una è di già preparata per la ſtampa (*Nota* 2.), e tratta principalmente dell' *Equazioni di condizione* delle Funzioni, ed Equazioni a differenze finite come criterio d' integrabilità, e degli Integrali *particolari* non compreſi nell' Integrale *completo*, in ſeguito del bel Teorema di M. de la *Place*, annunziato la prima volta da lui nella Memoria e Tomo citato dall' *Annotazione* 3. alla pag. 654., e poi dimoſtrato e promoſſo dalle ſue *Recherches ſur les ſolutions particulières des Equations differentielles* tra le Memorie della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno 1773.

(*c*) L' Algebra è un Iſtrumento, che ſenza il giudizio fino di chi l' adoperi non conduce quaſi mai di per ſe nel riſolvere e coſtruire i Problemi alla maſſima ſemplicità ed eleganza. Così la penſava il Cav *Newton*, e dopo di lui *Colin Mac-Laurin* nell' ammirabile ſua Introduzione al *Treatiſe of Fluxions*, non meno che *Roberto Simſon* nell' erudita e profonda ſua Prefazione all' Opera *Apollonii Loca plana* (Περὶ τόπων ἐπιπέδων) *reſtituta*, edita del 1746. Meritano d eſſer letti a queſto propoſito il Proemio di *Tommaſo Perelli*, che precede la ſoluzione di alcuni Problemi geometrici inſerita nel *Giornale Letterario di Firenze* (Articolo 1. Parte I. del T. VII. ediz. del 1755.), e l' *Elogio ecc.* in forma di Lettera alla pag. 64. pubblicato dall' Abate *Paolo Friſi* (1784) nel Volume LIII. del *Giornale* di Piſa.

me dimentichi o mancanti dell'Istoria delle Matematiche, ed in particolar modo della Sintesi Geometrica (*a*), abbiano altri derivato assai da lontano dei ritrovamenti pur troppo cogniti, o almeno d'agevolissima deduzione. Possono principalmente servir d'esempio quei due Problemi famosi, uno dei quali tende a trovare la Somma *minima* di due Rette tra le innumerevoli, che partendo tutte da due punti assegnati vadano nell'istesso Piano a congiungersi sulla circonferenza d'un Circolo dato; e l'altro, ch'ha in mira di determinare tra tutti i Triangoli Sferici circoscritti da degli archi di Circoli massimi, insistenti sulla medesima base, e colle loro sommità, che vadano a finire o a disporsi sulla periferìa d'un Cerchio minore (*almicantarath*), quale sia quello, che goda dell'Area *massima* e *minima*. Il primo, per lo scioglimento del quale ha moltissimo faticato, ma indarno, ai giorni nostri un Matematico Italiano di qualche credito, lo condusse finalmente ad un'Equazione trigonometrica intralciatissima (*b*), e perciò da lui abbandonata senza risolverla, e senza nemmeno accorgersi ch'ei lavorava sopra d'un Problema Ottico antichissimo in Geometria come quello, che in virtù dei monumenti restatici apparisce avanti di tutti trattato dall'Arabo *Albazen*, e quindi da *Vitellione* di Po-

(*a*) Trattando d'un Problema d'Idrometrìa teorico-pratica m'incontrai in un Teorema elegante di facilissima dimostrazione, attenente ad un Cono circolare retto, ed è che se un Piano gli sia tangente sul Lato *AB* (Fig. 1.), ed in esso Piano conducasi qualsisia retta *BC*, ed a questa dal vertice la perpendicolare *AC*, e dal punto *C* la normale *CS* al Pian della Base, s'abbia sempre la proporzione *AB* : *BC* : : *Sen.ABO* : *Sen.CBS*. Diffatto condotta *SI* perpendicolare alla tangente della Base, e congiunta *CI*, che per gli Elementi viene ad essere parimente normale all'istessa tangente, nascono subito le Proporzioni *AB* : *BC* : : $BC : CI :: \frac{CS}{CI} : \frac{CS}{BC} :: Sen. CIS = Sen. ABO : Sen. CBS$.

(*b*) Non so che trascriverla fedelmente dal suo Originale esistente presso di me, onde possa il lettore erudito giudicarne da se medesimo.

$$Sin.M \sqrt{\left(1-p^2 . \frac{Sin^2.M}{Cos^2.M+p^2.Sin^2.M}\right)} + Cos.M \sqrt{\left(p^2 \frac{Sin^2.M}{Cos^2.M+p^2.Sin^2.M}\right)} =$$

$$Sin.R \sqrt{\left(1-g^2 . \frac{Sin^2.R}{Cos^2.R+g^2.Sin.^2 R}\right)} + Cos.R \sqrt{\left(g^2 . \frac{Sin^2.R}{Cos^2.R+g^2 Sin^2.R}\right)},$$

dove g, p sono le quantità cognite, $M = \frac{180^\circ - x}{2}$, $R = \frac{180^\circ - (\varphi - x)}{2}$; essendo φ un angolo dato, x l'angolo incognito, che si cerca di stabilire.

merania (a), e sciolto elegantemente dipoi dall' *Ugenio*, *Slusio*, *Barrow*, *Catelan*, *Smith*, *Robins*, *Simson* ecc. (b), per non dire di tanti, che hanno usato all' istesso effetto del Calcolo Differenziale. Ed in rapporto al secondo Problema non lascia di far maraviglia, come con grande apparato di Calcolo abbia preso a risolverlo poco fa F. T. *Schubert* nel Tomo IV. degli Atti nuovissimi dell' Accademia di Pietroburgo per l' anno M. DCC. LXXXVI. (c), quando il *Massimo* e *Minimo*, che appartengono ai due Triangoli Sferici *equicruri*, sono la naturale e facilissima conseguenza sì dei Teoremi elementari sulla misura delle Aree di quei Triangoli assegnata nel cominciare del Secolo XVII. dal *Cavalieri* (d), sì del noto principio Ugeniano, quasi contemporaneo, de' *massimi* e *minimi* (e).

Non avvi però a mio giudizio nessuno argomento geometrico, ch' abbia subìte tante vicende, e sia stato soggetto a tante repliche presso i Geometri, quanto quello della *qua-*

(a) Proposizione XXXIX. del Libro V. d' *Alhazen*, e XXII. del VI. Libro di *Vitellione*.

(b) Si consultino le *Divers Ouvrages de M. Hugens de Zulichem* alla pag. 336. della *Raccolta* pubblicata nel 1693. dalla Real Accademia delle Scienze di Parigi, dov' è scritto *Construction d' un Probleme d' Optique*, il Volume LXXI. Parte II. delle *Philosophical Transactions* al Num. XXX. *Example VI.* da p. 472. a 476. (*By William Wales*), e soprattutto *Sectionum Conicarum Libri quinque* = *Auctore Roberto Simson* = ediz. 2. del 1750. nel Problema III. dell' *Appendix*, dove (Fig. 103.) da questo imitatore profondo dell' Analisi degli antichi oltre della sua soluzione si dà l' elenco delle soluzioni degli altri, tranne quella di *Roberto Smith* nell' *Optics &c.*, ed altra di *Beniamino Robin's* nei suoi *Mathematical Tracts*.

(c) *Nova Acta Academiæ Scientiarum Imperialis Petropolitanæ* pubblicati nel 1789. = *Problematis cujusdam Sphærici solutio* = (22. *Junii* 1786.) dalla pag. 89. sino alla 95.

(d) Vedasi il *Directorium universale Uranometricum &c.* stampato in Bologna nel 1632. (*Annotazione* 1. del Testo della mia *Exercitatio &c* rammentata nella *Nota* 4.).

(e) *Divers Ouvrages de Mathematique & de Physique* (Nota 10.) = *a Paris M. DC. XCIII.* da pag. 326. sino a 331., ove esiste la bellissima speculazione intitolata „ *Demonstratio regulæ de maximis & minimis* „. Questa *regola* venne appoggiata dal grande *Ugenio* ad un principio tutto diverso da quello del Calcolo Differenziale o sivvero del Senator *Pietro Fermat*; ed è appunto per siffatto motivo, che scrivendo anni sono ad un Matematico di mia conoscenza gli feci avvertire che non già *Fermat*, siccome aveva creduto, ma *Keplero*, ed *Ugenio* si dovessero dire con tutta ragione i primi discuopritori d' una *regola o canone ecumenico* per l' invenzione dei *Massimi e Minimi*. Il principio Ugeniano consiste in queste brevi parole „ *Certum est utrinque æqualitatis casum existere* „, ed ha molta eleganza e semplicità nel risolvere alcuni Problemi di simil sorte, come renderò manifesto in altra occasione.

dratura eſatta delle parti della celebre Lunula Ippocratica (*a*). Ognuno ſa, o dovrebbe ſapere che foſſe il primo a trovarla *Artuſio de Lyonne* ſino del M. DC. LIV. (*b*), con determinare a quale Spazio rettilineo ſi uguagliaſſe preciſamente qualunque porzione *indefinita* della medeſima Lunula, purchè tagliata per mezzo di Rette condotte dal centro del ſottopoſto Quadrante (*c*). *Tſchirnhauſen* ſenza ſapere di lui, la dette per nuova correndo l'anno M. DC. LXXXVII. (*d*); e dopo di queſti due Matematici fece l'iſteſſo *Giovanni Perks* nel M. DC. XCIX. (*e*). Pareva che nel Secolo XVIII. doveſſe

---

(*a*) La genuina contezza della dimenſione della Lunula (Μηνισκος) può leggerſi ſpecialmente alla pag. 19. e ſegg. dell'*Hiſtoire des recherches ſur la Quadrature du Cercle &c. par M. Montucla* (1754). Che la prima ſcoperta della *quadratura* dell'Area intera Lunulare foſſe d'*Ippocrate*, e non di *Enopide* (l'uno e l'altro dell'Iſola di Chio nel Mar Jonio), mi pare pruovato da M. *Cramer* con molta erudizione nella ſua *Diſſertation ſur Hippocrate de Chio* (ved. *Claſſe de Belles-Lettres* dell' *Hiſtoire de l' Académie Royale &c.* = *Année* 1748. = *a Berlin* 1750. dalla p. 481. ſino a tutta la 498.) contro di M. *Heinius*, e di *Giovanni-Alberto Fabricio* (*Hiſtoire &c.* della prefata R. Accademia per l'anno 1746. = *Diſſertation ſur Oenopidas de Chio* = alla pag. 401. e ſegg:, *Bibliotheca Græca* Lib. II. Cap. IV. §. 18.). Tutto conſiſte nella retta interpretazione comparativa del paſſo di *Proclo* *ἐς καὶ* Μηνίσκον *τετραγώνισεν*, ed in una Critica ſana delle deboli ſcoperte di *Enopide* in propoſito di Geometria. Del rimanente ſi può ſtabilire con tutta certezza l'epoca della *Quadratura* della Lunula nel V. Secolo avanti Criſto.

(*b*) *Amœnæ Curvilineorum contemplatio &c.* Si conſulti a pag. XIII. la Prefazione del P. Abate Don *Guido Grandi* al ſuo Opuſcolo *de Quadratura Circuli & Hyperbolæ* riſtampato in Piſa l'anno 1710.

(*c*) Pochi anni dopo, e ſegnatamente nel 1668. *Renato Franceſco Sluſio* nobilitò l'iſteſſa Lunula d'*Ippocrate* (vedaſi *Meſolabum &c.* = *Acceſſit pars altera de Analyſi, & Miſcellanea* = *Leodii Eburonum* =) colla determinazione del ſuo *Centro di gravità*, e della miſura di tutto il Solido rotondo da lei generato rivolgendoſi intorno ad un Aſſe parallelo all'eſtrema ſua corda (Cap. IX. delle rammentate *Miſcellanee*). Ne' miei *Perelliani* tutto ciò è dimoſtrato d'una maniera molto più ſemplice, e naturale.

(*d*) *Acta Eruditorum Lipſiæ anni* 1687 = *D. T. Additamentum ad methodum quadrandi curvilineas figuras, aut earum impoſſibilitatem demonſtrandi per finitam ſeriem* = alla pag. 526., dove così s'eſprime ,, *quorum demonſtrationem, ob facilitatem ſuam lubens hic omitto; quanquam neſciam an ulli Theorema hoc animadverſum fuerit, utcunque hæc lunula multorum mathematicorum igenia exercuerit* ".

(*e*) Nel Tomo XXI. n. 259. delle *Philoſophical Tranſactions for the Month of December*, 1699. avvi dalla pag. 411. ſino alla 419. Num. II. *A Letter of Dr. Wallis to Dr. Sloane, concerning the Quadrature of the Parts of the Lunula of Hippocrates Chius: performed by Mr. Iohn Perks; With the furter Improvements of the ſame, by Dr. David Gregory, and Mr. Iohn Caſwel*. La verſione di queſta Lettera è riportata da pag. 306. alla 313. degli *Acta Eruditorum Lipſiæ anni M. DCC.* Non è però da tacerſi che quantunque il *Wallis* ſcriveſſe *But (as to the Parts of it*

essere ormai volgatissima quella scoperta; ma tuttavìa ricomparve come nuova e pellegrina invenzione in uno Scritto del cadetto *Clairaut*, citato dalla Francese *Enciclopedìa* (*a*). Malgrado tante repetizioni dell' istessa geometrica verità, e contuttochè *Guglielmo Whiston* l' avesse renduta più famigliare e comune innestandola ai suoi Comentarj sugli Elementi d' *Euclide* pubblicati dal P. *Tacquet* (*b*), chi potrebbe mai credere che in linea di nuovità, sebbene mascherata, e sotto d' un aspetto illusorio, risorgesse nel M. DCC. LXXIV., e vale a dire assai più d' un Secolo dopo della sua prima comparsa? E nel risorgere chi crederebbe giammai, che fosse risorta con grave scapito della sua originaria universalità, cioè come Proposizione limitata e particolare, mentre nella sua nascita era generale ed *indefinita*? E pure è così; nè può da chicchessia dubitarsene subito che prenda ad esaminare la *Mémoire sur la quadrature de la partie* ecc. alla pag. 400. del Tomo VI. delle *Mémoires de Mathématique & de Physique présentés a l' Académie Royale des Sciences par divers Savans, & lûs dans ses Assemblées*. Essendo questa *Memoria* di M. *Bourand* assai breve (*c*), tornerà bene di fedelmente trascriverla. (Fig. 2.).

Lunula, and the Appartenances thereunto) *New discoveries have been latelymade, Which (Ithink) had not been consider'd by any before this present age* (p. 411.), ed altrove (p. 412.) *not Knowing that the like had been before attempted by any other*, contuttociò nell' istesso luogo, e nominatamente alla Fig. 6. e pag. 414. (Versione suddetta a p. 309.) *David Gregory* rammenta a *Wallis* essere stato Mr. *Perks* prevenuto dallo *Tschirnhausen*. Questa osservazione del *Gregory* sembra sfuggita, non che al *Wallisio*, ancora all' Abate *Grandi* quando scrisse (l. cit. nella *Nota* 15.) della pubblicazione della scoperta comunicata da *Perks* sin del Novembre 1699. *An observem, in iisdem Actis* Lypsiæ *anno* 1700. *iterum uti novam adduci eandem partium Lunulæ Hyppocraticæ quadraturam a D. Perks propositam in Epistola D. Wallisii ad D. Sloan, cum Notis David Gregorii, & Casuelli &c.*?

(*a*) All' Articolo *Lunule* oltrechè v' ha perfetto silenzio su tutta l' Istoria della *quadratura* delle parti ecc., (poichè citandovisi gli *Atti* dell' Accademia di Berlino del 1748. nulla vi si parla di ciò, come vedremo tra poco) viene allegato senza *data* quest' Opuscolo sotto il titolo *Diverses Quadratures circulaires, elliptiques, & hyperboliques*. *Montucla* (l. c. *Nota* 14. pag. 27.) 1730.

(*b*) Nell' Edizione Romana del 1745. fatta a spese di *Venanzio Monaldini* si consulti lo *Scholium* 2. della Proposizione II. del XII. Libro degli *Elementi* citati, alla pag. 241. e segg., Tav. 5., e Fig. 11.

(*c*) Comprendesi in una mezza pagina dell' edizione in 4to originale Parigina, ch' io credo esser l' unica sino al presente.

1.° *Si dans le cercle* RBA, *aprés avoir tiré la corde* BA *de* 120 *degrés, l'on tire le diametre* HD *de maniere qu'il divise l'arc* BDA *de* 120 *degrés en deux parties inégales, dont celui* BD *soit de* 30 *degrés, le secteur de cercle* CBD *sera* $\frac{1}{12}$ *du cercle* RBA.

2.° *Si de la corde de* 90 *degrés* AD *l'on decrit l'arc* FD, *le secteur de cercle* FSAD *qui viendra de cette operation, sera* $\frac{1}{24}$ *d'un cercle double, l'angle* A *ayant pour mesure la moitié de l'arc* BD *de* 30 *degrés, & par consequent* $\frac{1}{12}$ *du cercle* RBA.

De-lá il suit que CBD = FSAD*; mais ces deux secteurs sont communs pour la partie* FSD, *dès-lors le triangle* SDA = CSB + BFD, *ainsi l'excès du triangle* SDA *sur celui* CSB *est la superficie de la partie* BFD. „ *Ce qu'il falloit démontrer* ".

Prima di tutto avverto, che questa Quadratura non è ristretta, come vorrebbe l'Autore, al solo caso speciale dell'Arco AB di 120°, e perciò DB di 30°, ma per l'opposto si verifica in generale per qualunque altr'Arco da D per R sino in H, onde sia veramente una Quadratura geometrica *indefinita*. Imperciocchè preso l'Arco DB', DB'' ecc.; si ha sempre per gli Elementi di Geometrìa il Settore $DAF'=DCB'$, $DAF''=DCB''$ ecc., ed in conseguenza tolto lo Spazio comune $DF'S'$, $DF''S''$, ecc., rimane l'Area $DB'F' = DS'A - CS'B'$, $DB''F'' = DS''A + CS''B''$, ecc. ossia eguale alla Somma o differenza di due Triangoli rettilinei, secondo che il punto B'', B', ecc. cada dall'una o dall'altra parte di R dividente la Semi-periferìa in due Quadranti.

Rifletto in secondo luogo, che gli Spazj DBF, $DB'F'$, $DB''F''$ ecc. così misurati spettano alla Lunula Ippocratica, e son quelli istessi già per l'addietro quadrati, sebbene ora lo siano d'una maniera molto meno comoda ed elegante. Diffatto in virtù dell'antico metodo o seguitando la maniera di *Perks* o l'altra di *Tschirnhausen* (a), ambidue combinano

(a) *Gregory* nel luogo delle *Transazioni* suddivisato alle pag. 416. e 417. dimostrò l'equipollenza dei due Triangoli (Fig. 2.) DAI, DOB, all'Area di ciascheduno dei quali (a forma del primo, e secondo dei prelodati Scrittori) veniva ad essere eguale la parte BDF della Lunula. Diversamen-

nell' aſſegnare, dopo condotte le perpendicolari BI, $B'I'$, $B''I''$ ecc., gli Spazj predetti riſpettivamente eguali ai Triangoli ADI, ADI', ADI'' ecc., che ſono la coſa medeſima di $SDA - SIA = SDA - CSB$ per le parallele AC, BI, come ancora di $S'DA - S'I'A = S'DA - CS'B'$, di $S''DA + S''I''A = S''DA + CS''B''$ ecc. per motivo delle parallele $B'I'$, $B''I''$ al Raggio AC nominato di ſopra. Quel che dunque non ha fatto adeſſo *Bourand*, di determinare cioè il Triangolo ADI eguale alla differenza degli altri due, lo fecero già circa ad un Secolo avanti i Geometri predeceſſori, e ſpecialmente *Tſchirnhauſen*, che ſebbene non annunziaſſe il ſuo metodo, dovette battere l'iſteſſa ſtrada, e partire dall' iſteſſo principio dell'eguaglianza dei Settori DAF, DCB, ſiccome è facile indovinare *(a)*.

Oltre di ciò mi è ſtato di molta ſorpreſa, che non ſiaſi l'Autor Franceſe pruovato a continovare l' Arco DF, perchè avrebbe veduta naſcere immantinente l'antica Lunula $DFPHRBD$, e nel punto C ſvanire il Triangolo CSB, e farſi perciò la Semilunula $= CDA$, tutta la Lunula $= HAD$; il che l'avrebbe ſubito tolto d'inganno, rimandandolo al tempo d'*Ippocrate* *(b)*.

Finalmente mi ſono maravigliato, come nemmeno lo Scrittor della Prefazione (che ſembra eſſere il Segretario dell' Accademia) *(c)* non abbia avuto queſto naturaliſſimo accorgimento, ed anzi nel render conto di quella ſuppoſta Scoperta geometrica ſi eſprima nel modo ſeguente *(d)*. *Cette qua-*

---

te dal *Gregory* ſi potrebbe aſſai compendiare il ſuo metodo, ſiccome è facile di ravviſarlo. Ho ricavato da tutto queſto un Teorema nuovo, ed elegantiſſimo, cioè Triangolo $ABC = RBFP$, Triangolo $AB'C = RB'F'P$, e così diſcorrendo degli altri. Siffatta *Quadratura* delle porzioni *lunulari* è diretta, nè dipende da niuna *coſtruzione* preliminare, a differenza di quelle già note.

(d) A fine di giungere direttamente all'eguaglianza di DBF in rapporto all'area del Triangolo DAI ſenza paſſare, come fece *Perks*, dalle proporzioni dei Segmenti circolari ecc., ognun vede che l'unico raziocinio doveva eſſer quello, che ſiegue „ $DTBF = DTBA - DFA = DTBA - DTBC$ $DSA - CSB = DSA - ISA = DAI$ „.

(a) E vale a dire uno slancio di 22. in 23. Secoli indietro. (Vedaſi l'*Annotazione* 14. ſul fine).

(b) Diffatto nelle Prefazioni appoſte a ciaſchedun Tomo di queſta *Collezione* eccellente ſi dà non ſolo un breviſſimo Eſtratto, ma ancora il giudizio *accademico* delle *Memorie*. Si vedano per eſempio le *Note* ſeguenti 38. e 44.

(c) *Préface* alle pag. 19. e 20., ed all' Articolo *Géometrie* = *Quadratu-*

drature eſt du même genre (quand' ella è non ſolo della medeſima *ſpecie*, ma l' iſteſſa iſteſſiſſima porzione *lunulare* di già miſurata tanti anni prima) *des eſpaces ſi connus ſous le nom de lunules d' Hippocrate*. E quindi ſoggiunge con altro errore patente d' Iſtoria Matematica. *On trouve dans les Mémoires de l' Académie de Berlin des recherches analytiques de M.* Cramer *où il paroit avoir épuisé cette matière des lunules quarrables*, mentre all' oppoſto *Gabriello Cramer* nel Volume dell' Accademia citata, che ſi riporta all' anno M. DCC. XLVIII. (*a*), non parla mai della *quadratura* delle parti lunulari, come lo è quella di M. *Bourand*, e termina appunto la ſua *Memoria* con dire „ *Je ne dis rien des Quadratures partiales de ces Lunules. Cela me meneroit trop loin* „ occupandoſi unicamente, sì col mezzo di Curve *traſcendenti*, sì di Curve *algebriche* (*b*), di generalizzare le intere Lunule circolari *quadrabili* ſul tenore dell' Ippocratica, ed iſcanſare quello Ψευδογραφήμα, che dette origine nell' antica Grecia ad una falſa Quadratura di Circolo (*c*).

Che ſiano del medeſimo *genere* della quadratura della Lunula d' *Ippocrate* gli elegantiſſimi Spazj quaſi in figura di Ἄρβηλος, o piuttoſto di Πελεκοειδής (*d*), che ha ricavati mo-

re d' un eſpace circulaire. Par M. Bourand ═.

(*a*) *Diſſertazione* mentovata dalla *Nota* 14. alla pag. 498.

(*b*) Dopo della parte erudita comincia dalla pag. 493. la parte geometrica ſotto il titolo *Trouver une infinité de Lunules quarrables*, ma ſempre di Lunule intiere. E' oſſervabile che le Curve algebriche, le quali ſomminiſtrano infinite Lunule circolari *quadrabili* differenti dall' Ippocratica, ch' è però la più ſemplice, abbiano non poca analogìa colle *Rhodoneæ* del *Grandi* (come pruoverò nei miei *Perelliani*) conoſciute ſino del 1723., ſebbene quivi non nominate da *Cramer*.

(*c*) Alla pag. 485. della prelodata *Diſſertazione* M. *Cramer* parla della vera *Quadratura* della Lunula, ed alla pag. 486. del paralogiſmo, o vero, o ſuppoſto, in cui cadde Ippocrate mediante una falſa Figura (vedaſi anche la pag. 487.), ſecondo *Ariſtotele*, deducendone la *Quadratura del Cerchio*.

(*d*) Queſto vocabolo Greco adoperato da *Pappo* d' Aleſſandria nel Libro IV. delle ſue *Collezioni Matematiche* (prima di tutto dopo del Teorema XII. a pag. 71. „ *Circumfertur in quibusdam libris antiqua propoſitio hujuſmodi* " edizione del 1658, o piuttoſto 1660., ed a tergo della pag. 45. nella prima edizione del 1588, oſſia 1602, quindi nell' enunciato della Prop. XVI. del medeſimo Libro a p. 79), e laſciato ſenza verſione da *Federigo Commandino*, e da molti che vennero dopo di lui, ſignifica uno Spazio compreſo fra tre circolari Semicirconferenze, che ſi tocchino inſieme, ed è ben diverſo dal Μήνισκος. Μηνοειδὲς &c, dove le Semicirconferenze, o archi di Circolo fanno angolo tra di loro. *Franceſco Vieta* però, ed i due Geſuiti *Giovanni de la Faille*, e *Paolo Gul-*

dernamente dal Circolo *Gio: Enrico Lambert*, e defcritti nel III°. Volume degli *Atti* Elvetici *(a)*, non ammette alcun dubbio, andando del pari e l'una e gli altri nel dipendere la loro efatta mifura geometrica da una felice compenfazione o equipollenza di parti, per mezzo di cui l'Area curvilinea facciafi eguale alla rettilinea fenza obbligare il Geometra ad una vera, rigorofa, e diretta fpecolazione di *Quadratura (b)*.

Concedo egualmente, che fimili *Quadrature* indirette, nate piuttofto da una fortunata combinazione, che da fpirito vero geometrico, pruovino affai meno ingegno non che delle *Quadrature* dirette, come farebbe l' Archimedèa della Parabola d' *Apollonio (c)*, delle velociffime approffimazioni altresì, o per mezzo di Numeri, o per mezzo di Linee, delle

dino lo traduffero full'autorità de' migliori Leffici, ficcome altrove dimoftrerò, per *Securicula*, *Scalprum &c.* (pag. 3:6. *Operum Mathematicorum &c.*, e Note 57. 83.) (*Caput IX.* a 375. *Arbeli, & Lunularum quadrationes aliquæ*. *Vieta* prevenne *Lambert*: Si veda la *Nota* feg. 31.).

(*a*) Edizione di Bafilèa del 1758. alle pag. 142. e 143. dal §. 20. fino al § 27. delle *Obfervationes variæ in Mathefin puram*. L'Autore, quantunque impropriamente, chiama *Arbeli* nel §. 25. alcuni di quefti Spazj.

(*b*) A quefto propofito fia letto il §. 20. delle *Obfervationes* pocanzi accennate. Nella *Differtazione* di *Cramer* citata dalla *Nota* 14. mi ha molto forprefo il paffo feguente (a p. 485.) *Voilà le premier efpace circulaire, qui ait eté quarré, & cette quadrature, indèpendamment de ce qu'elle a de curieux, fert à prèvenir une erreur, où l'on pourroit tomber, & qu'il femble que Des-Cartes* (Geomet. Lib. II. p. 39 Edit. 1659 in 4to) *même n'a pas evitée. C'eft de croire que les Lignes droites & les Courbes font d une nature fi diffemblable qu'il eft impoffible de les comparer.* Ma in primo luogo la Lunula d' Ippocrate non dà un efempio di rettificazione di Curve; ed oltre di ciò quando ancora non foffe efiftita, nè ftata conofciuta all'età della *Geometria* di *Cartefio* la mifura facile della Lunula, mancava forfe l' efempio della quadratura della Parabola?

(*c*) I Traduttori, che fono di rado degli uomini di Scienza, peccano per lo più, quando gli prenda il piacere di far delle giunte al Tefto fincero, o di brillare con delle gloffe. *David Rivalto* nel fuo *Proemio* tanto al Libro d' *Archimede* fulle Spirali, quanto all'altro fulla Quadratura della Parabola, vorrebbe far credere, che il modo *meccanico* di dimoftrarla adoprato dal gran Geometra di Siracufa oltre a quello dedotto dalla teorìa delle Serie, foffe un metodo groffolano e materiale, e non già rigorofo, nè efatto, come fi conta di *Galilèo*, allora quando per mifurare il fuo Spazio pesò una Cicloide in cartone. Alcuni confondono le Linee Spiriche colle Spirali, o colle vere Elici offia Volute di Conone di Samo (ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ ediz. di Parigi del 1615.). Del rimanente non v'ha a fenfo mio dimoftrazione più bella, e più didafcalica della mifura dell Area della Parabola d' *Apollonio*, come quella di *Roberto Simfon* in fondo del Libro V. dell' Opera da me citata nella 10. *Annotazione*.

le Aree, delle Curve a dei Spazj rettilinei, cui presso gli antichi adattavasi la parola oggigiorno poco intesa Ὠκυτόσοος (a), che converrebbe benissimo alle belle e spiritose costruzioni moderne d'*Adamo Kochanski* (b), *Euler* (c), *Lambert* (d), *Outhier* (e) ecc. onde conseguir presto e *graficamente* una Linea retta pressochè uguale ad una Circolare Circonferenza.

Ma tuttavìa, sebbene le *quadrature* di quelle porzioni di Lunula sian cosa non molto pregevole, e nulla sublime, bisogna pur dire esser fenomeno sempre raro questo di *parodiare* (f) una Scoperta antica, e nel darla per nuova più di un Secolo dopo deformarla così stranamente da far due passi giganteschi all' indietro (come ho mostrato di sopra) in rapporto a ciò, che allora sapevasi. Dei plagj se ne contano molti, o per dir meglio, di quelle scoperte, cui con tutta ragione potrebbe applicarsi l' epiteto di *novo-antiquæ*. Non è però a mia notizia, nè in materia di Erudizione, nè in materia di Scienza un caso simile a questo, dove in cambio di progredire, o almeno di essere *stazionaria*, una Scoperta antica siasi fatta *retrograda*. Abbia, se pur si voglia, il P. *Enrico Noris* senza saperlo lavorata la sua dottissima interpretazione dei Cenotafj Pisani sul Modello MS. di *Giovanni Pagni*: nulla ha però da invidiare nè di bellezza, nè di dottrina all' opera di chi l' avea preceduto in que-

---

(a) Questo, ovvero Ὠκυτόβοον, era il Titolo d'un Libro perduto di *Apollonio Pergèo* come rilevasi dal Comentario d'*Eutocio Ascalonita* al Libro d'*Archimede De Circuli dimensione*, dove lasciò scritto verso la fine ἐν τῷ Ὠκυτοβόῳ.

(b) *Histoire &c.* di M. *Montucla* indicata dall'*Annotazione* 14. alla pag. 64.

(c) *Novi Commentarii Academiæ Scientiarum Imperialis Petropolitanæ* = Tom. VIII. nel *Sommario* al N. VII. p. 26. e 27. (*Excerptum ex MSS. Cartesii; Opera Postuma Cartesii &c.*, ediz. di Amsterdam del 1704.).

(d) *Acta Helvetica Physico-Mathematico-Anatomico-Botanico-Medica &c. Volumen III.* a pag. 133. verso la fine del §. 10. e 134. 135. §. 12. E' di Snellio.

(e) Tom II. citato nella *Nota* 1. alla pag. 313. = *Sur une nouvelle Quadrature par approximation*. La Prefazione o *Sommario* alle pag. XV. XVI. l' encomia così „ *Cette idée a paru simple & ingénieuse* „. Di fatto ell' ha grande eleganza, e la rettificazione della Periferìa circolare vicinissima al vero si conseguisce con molta facilità, usando specialmente del Διαβήτης (*circinus*) adattato alla descrizione d'Archi di Cerchio di lungo Raggio, il quale Istrumento suol chiamarsi col nome d'*Epimetro*.

(f) Domando perdono alla *Crusca*, se prendo ardire da novatore anche sul correttissimo *Vocabolario* Toscano del 1733.

ſta letteraria fatica *(a)*. Siano pure i primi Filoſofi della Grecia *(b)*, ed i Pitagorici in ſpecial modo *(c)* quelli, che concepirono avanti di tutti l'univerſale attrazione della Materia: dovremo ſempre ammirare, e riempire di giuſti encomj il Cav. *Iſacco Newton*, come quegli, che l'abbia tanto arricchita, 'nobilitata, accreſciuta, e ridotta a canoni, e leggi certe, almeno per tutto ciò, che riſguarda il gran Siſtema dell'Univerſo *(d)*.

Quanto ſia neceſſario oggidì eſſere al fatto di tutta l'Iſtoria Matematica avanti d'aſſicurarſi di qualche nuovità nella Sinteſi o nell'Analiſi, chiaro appariſce da molti altri eſempj, i quali ci debbono convenevolmente inſtruire. Diffatto avan-

---

(a) *Cenotaphia Piſana Caii & Lucii Cæſarum Diſſertationibus* (4) *illuſtrata* = *Venetiis*, 1681 = in fogl. di p. 490. *Atti e Memorie inedite dell'Accademia del Cimento ecc.*, *pubblicate dal Dr. Giovanni Targioni Tozzetti* Tomo I. (1780.) alle pag. 471. 472. e 474. Queſto inſtancabile raccoglitore di MSS. ed altre anticaglie, ſuppone nel loc. cit. inferiore di merito l'Opera ſtampata del *Noris* all'inedita del *Pagni*. Ma ſiccome per l'abbondanza delle materie da eſſo trattate non laſcia di prendere abbaglio in delle coſe chiariſſime (nell'iſteſſo Tomo I. (ex. gr.) al §. LI. e pag. 461. egli dice „ *nel Fronteſpizio la data della ſtampa* de' Saggi di Naturali Eſperienze è 1666. " quando l'Edizione prima e magnifica ha nel Fronteſpizio di molte Copie 1667.), ne laſcio ad altri il giudizio.

(b) *Empedocle* tra gli altri, il quale fioriva nel V. Secolo prima dell'Era Criſtiana, aſſerì che il Mondo era regolato dall'*Amore* e dalla *Diſcordia*, cioè da due ſole forze *Attrazione* e *Ripulſione*. (*Obſervations genèrales ſur l'etude de la Philoſophie ancienne* = *Par M. Freret* = *Aſſemblée publique du* 13. *Nov.* 1744. = alla pag. 101. delle *Mémoires de Litterature* nel Tomo XVIII. ſtampato in Parigi l'anno 1753. dell'*Hiſtoire de l'Académie Royale des Inſcriptions & Belles-Lettres &c. depuis l'année M. DCC. XLIV.*, *jusques & compris l'année M. DCC. XLVI.*).

(c) *Præfatio Auctoris*, cioè di *David Gregory*, la quale precede tanto l'edizione d'*Oxford* del 1702., quanto quella di Ginevra del 1726. degli *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ Elementa* dalla pag. 3. fino al fine, ch'è un capo-d'-opera d'Erudizione trattata da vero filoſofo.

(d) Per iſpiegare i fenomeni, che accadono nel *Microcoſmo*, in rapporto ai quali *Newton*, *Pemberton*, *Mac-Laurin*, *Keil*, *Clairaut*, *Buffon*, *Sigorgne*, *Gio: Teofilo Deſaguliers*, *Jacopo s' Graveſand*, e cent' altri uſarono delle medeſime forze ſotto diverſe *leggi*, l'eſito non è ſtato egualmente ſicuro, e felice. Deve conſultarſi ſegnatamente l'ingegnoſiſſima ſenza pari *Memoria* fiſica di M. *Monge*, intitolata *Sur quelques effets d'attraction ou de repulſion apparent entre les molècules de matière*, dalla pag. 506. fino a 539. del Tomo della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l'anno M.DCC.LXXXVII., pubblicato nel 1789. Matematico ſommo com'è l'Autore, non poteva far meglio conoſcere ai Dotti, quanto debbano in materia di *fatti* tenerſi ſempre lontani da intuonare εὕρηκα, εὕρηκα, nè poteva mai dare un eſempio più illuſtre della ſuperiorità del ſuo ſpirito nell'anteporre a dei Siſtemi famoſi la ſemplicità delle Leggi ordinarie della Natura.

zandosi le Matematiche con sorprendente rapidità *velut unda supervenit undæ*, non può mai essere a meno, che di sovente i Geometri s'incontrino tra di loro nell'istesso soggetto, ed alcuna volta quelli, che vengano dopo, o vadano meno felici, o nulla sappian dei primi.

L'Abate *Bossut* nel Tomo II°. dell'istessa *Collezione* Accademica, in cui è registrata la *Memoria* di M. *Bourand*, ha sciolto questo facil Problema (Fig. 3.) *Trouver la solidité d'un segment* BKROX *de Conoïde parabolique* ABXDO *coupé par un plan parallele à son axe* (*a*). Impiega quasi un'intera facciata di Calcolo per dimostrare, che la Curva *ROX* generata dalla sezione del Paraboloide mediante un piano normale alla base sia una Parabola del tutto *identica* alla generatrice del Solido (*b*). Le Teoriche d'*Apollonio Pergèo* vi conducevano direttamente; e noi altri Italiani l'abbiamo le mille volte stampato (*c*). Imperocchè nella Parabola genitrice è sempre $DK.KB = KX^2 = RK$. Parametro, $D'K'.K'B' = K'X'^2 = R'K'$. Par.° Dunque ecc. Gareggiando con un altro Geometra egli di più si felicita col pronunziare queste parole: *Il est à propos de remarquer en passant que cette méthode est générale pour tous les solides de révolution, & qu'elle fera toûjours trouver la nature de la courbe* ORX *au moyen de simples substitutions: c'est au lecteur à juger si celle de l'auteur que j ai cité a le même avantage*. Ma da un Teorema di *Evangelista Torricelli* (*d*) pubblicato fino del M.DC.XLIV.

(*a*) *Solution de deux Problémes de Géométrie* dalla pag. 543. alla 557. Parlo qui del secondo, ch'è a pag. 553, e principia *Autre, Probléme*. Nella Prefazione o *Sommario* (p. XVI. XVII.) si conchiude il giudizio della *Memoria* nel modo seguente „ *Ces deux solutions ont paru exactes & élégantes* ".

(*b*) Leggasi fino a parte della pag. 554. Il Problema parea sì difficile che *un autre Géomètre l'a aussi résolu dans les Mémoires de Mathématiques présentés à l'Académie de Paris &c.*

(*c*) Mi sovviene (per dirne una) della Proposizione 33. (alla pag. 85.) ossia Lemma IV. del Libro III. della notissima Opera di *Vincenzo Viviani De Locis solidis secunda Divinatio Geometrica in quinque Libros iniuria temporum amissos Aristæi senioris Geometræ &c.*, pubblicata in Firenze l'anno 1701., e dedicata al Re *Luigi XIV*. E poi basti il dire ch'ell'è la Prop. ultima del L. IV. di *Pappo* (ediz. di Bologna 1660. a p. 112.).

(*d*) Tra le Opere stampate di questo Geometra, e raccolte in un solo Volume, si legga nell'*Appendix de dimensione Cochleæ* il *Lemma primum* alle pag. 136. (ma veramente 144.) e 145. della 2. numerazione. Siffatto Teorema ammirabile egli lo nominò (MS. Palatino ecc.) *Frusto Capitellare*, ed alcuna volta *Frusto Diabolico*.

ho facilmente dedotto, che per ogni Solido rotondo ſia tale la Curva *ROX*, oſſia la ſua projezione ortografica ſul piano del Meridiano *QATV* parallelo al piano ſecante *XROK*, che $QP.PT = Q'P'.PT'$, ecc. $= CI.IC' = CI^2 = RI^2$, di dove ricavanſi immediatamente ſenza di neſſuna *ſoſtituzione* la natura, le proprietà, e l'equazione della Linea cercata *(a)* come quella, che ha ſempre l'iſteſſo rapporto colla generatrice, di cui gode l'Iperbola Apolloniana referendola alle due Rette, che a lei ſervon di Aſintoti *(b)*.

Nel VI. Volume della *Raccolta* medeſima, precedentemente citato parlando di M. *Bourand*, mentre ch'io raccoglievo tutto ciò, che poteſſe mai appartenere alla provincia in oggi coltivatiſſima delle Funzioni *arbitrarie*, tanto *continue*, quanto *diſcontinue*, mi accadde d'aver ſott'occhio la maniera aſſegnata da M. *de la Place* per andare in cerca del valore dell' Integrale $S\frac{d\mu}{\sqrt{(-l\mu)}}$ da $\mu = 0$ fino a $\mu = 1$, cui veniva condotto a fin di riſolvere un Problema belliſſimo intorno ai giuochi d'azzardo *(c)*. Avevo, qualch'anno fa, ſpeculato ſopra di queſto Integrale; onde nel leggere il modo nuovamente adoprato da quel valentiſſimo Matematico, mi parve che l'Autore peccaſſe per tre differenti ragioni.

In primo luogo lo dà per nuovo, o almeno non cita neſſuno, che n'abbia trovato il valore $= \sqrt{\Pi}$, come ſe quella Formola aſſai bizzarra non foſſe mai ſtata nel caſo propoſto integrata prima di lui, quando lo fu da *Leonardo Euler*, e dal Cav. *Gio. Alberto* ſuo Figlio negli Atti delle Accademie delle Scienze di Pietroburgo, e Berlino *(d)*.

Secondariamente per riconoſcere, che poſto $i = 0$

(*a*) Ecco il metodo generale analitico. Sia $y = \phi x$ l'Equazione della generatrice *QAT*: ſarà (poſta $IC = a$) l'Equazione cercata della Curva *XRO* eſpreſſa ſempre così $z^2 = (\phi x)^2 - a^2$.

(*b*) Intendo però queſt' analogìa o convenienza di relazione in rapporto all' Iperbola d' *Apollonio* paragonata unicamente al ſuo Aſſe *primario*.

(*c*) *Mémoire ſur la probabilité des cauſes par les èvènemens* dalla pag. 621. fino a 656. (*Nota* 3.). Si veda il Num. III. al Problema I. (p. 624.), e leggaſi principalmente la pag. 629.

(*d*) Volumi V. e XI. dei vecchi *Comentarj* della prima Accademia, e Tomi XVI. e XVII. della ſeconda.

ſia $\frac{1-\mu^{2i}}{2i}=-l\mu$, chiama in ajuto, ſcrivendo nel M.DCC.LXXIV., la regola *differenziale* di *Giovanni Bernoulli* (*a*), quando ſino del M. DC. XCV. aveva di già pubblicato ſenza di quella regola *Edmondo Halley* eſſer ſempre $\frac{\mu^{0}-1}{0}=\frac{\mu^{2.0}-1}{2.0}=l\mu$, come riſulta dal Volume XIX. delle *Tranſazioni* Anglicane (*b*).

Ed in fine ricava da un Teorema remotiſſimo d' *Euler* $S\frac{\mu^{n}d\mu}{\sqrt{1-\mu^{2i}}}\cdot S\frac{\mu^{n+1}d\mu}{\sqrt{2-\mu^{2i}}}=\frac{1}{i(n+1)}\cdot\frac{\Pi}{2}$, facendo $n=i=0$, il ricercato valore (*c*), quando ſenza ricorrere a queſto artifizio indiretto, e quaſi divinatorio, e ſenza prender la coſa sì da lontano deriva immediatamente, piuttoſtochè da un *prodotto* di due Integrali, dall' Integrale unico $S\frac{\mu^{2n+1}d\mu}{\sqrt{1-\mu^{2}}}$ poſto $n=\infty$, ſiccome ho altrove provato, e vale a dire da un' agevoliſſima Formola Newtoniana (*d*).

Avviſo ciò per il ſolo motivo di far veder ſempre più quanto dobbiamo andar cauti nel giudicare del merito, e della vera epoca delle ſcoperte, ſe taluna volta declinano dal diritto ſentiero uomini ſommi quanto i teſtè nominati, dei quali non avrò mai l'ardimento d'eſſerne giudice, e ſarò in ogni tempo riſpettoſiſſimo ammiratore. Son convinto, che dove giungono nell' età noſtra gli artifizj del Calcolo, ſarebbe vano il penſare, che v' arrivaſſero i metodi (almeno i ſuperſtiti) degli antichi. Opulente come ſon oggi le Matematiche, ſi laſciano indietro tutte le ſcoperte dei Greci, e dei Geometri trapaſſati, che calcando ſempre dappreſſo le loro orme precedettero, o non uſarono l' Algebra di *Carte-*

(*a*) *Nota* 40., e Num. 10. del §. I. delle mie *Meditazioni Analitiche* eccitate ſin da principio.

(*b*) Tomo XIX., e *Nota* 97. delle preaccennate *Meditazioni*.

(*c*) La *Sigla* Π rappreſenta la Semicirconferenza del Circolo, di cui 1 ſia il Raggio, ſiccome ſcrive l' Autore nella pag. 615. Del reſto ſi veda il Cap. VIII. del Volume I. (a pag. 230. e ſegg.) *Inſtitutionum Calculi Integralis* di *L. Euler*.

(*d*) Si conſulti il §. II. delle *Meditazioni* ſuddette intitolato *Nuovo metodo d'integrare la Formola Euleriana*.

ſio (*a*). Nacquero tuttavolta alcuni feliciſſimi ingegni, i quali ſpiccaron dei voli, e ſi aperſero nuove ſtrade per arricchire gli Annali della Geometrìa, tenendo ferma l'eleganza delle coſtruzioni e dimoſtrazioni, e quell'aurea chiarezza e ſemplicità, che diſtinguevano i Matematici della Grecia. *Keplero*, *Galilèo*, *Cavalieri*, *Torricelli*, *De la Faille*, *Guldino*, *Gregorio da San Vincenzo*, *Paſcal*, *Huygens*, *Simpſon*, *Simſon*, ecc. (*b*) hanno dei capi-d'-opera di queſta ſpecie. Non conviene abolire del tutto (e particolarmente in Italia (*c*)) l'elegante lor modo di dimoſtrare, nè mai turbar

---

(*a*) Anche aſſai dopo l'epoca della pubblicazione della *Geometria* di *Carteſio*, che accadde nell'anno 1637., molti dei Matematici eziandìo oltramontani, in cambio di ſervirſi dell'Algebra, come aveva incominciato ad effettuare con qualche frutto *Franceſco Vieta*, il quale morì nel 1603, ſeguitarono a far ſcoperte per via di Sinteſi, e particolarmente col metodo degli indiviſibili e dei Limiti de' rapporti.

(*b*) Sù di *Giovanni Keplero* ho trovato un aneddoto ſingolare di mano del *Viviani*, che qui fedelmente riporto. Conſiderando egli alcune deboli dimoſtrazioni nella *Nova Stereometria Doliorum vinariorum, in primis Auſtriaci figuræ omnium aptiſſimæ. Acceſſit Stereometriæ Archimedeæ ſupplementum* = *Lincii* 1615. = ſcriſſe in margine *Senſui non fidit Geometria Galilæus ergo dum cæcus erat, hanc concluſionem minime perciperet. Oh quam humilis Geometria ſi corporis oculis indigeret!* Quanto al P. *Giovanni de la Faille*, cioè alla di lui bella Operetta ſtampata in Anverſa del 1632. preſſo i Meurſj, col Titolo *Theoremata* (40) *de Centro gravitatis partium Circuli & Ellipſis*, mi fece aſſai d'amarezza quando di sì piccolo Libro leſſi il giudizio, che M. *Montucla* ne pubblicò (*Hiſtoire &c. ſur la Quadrature du Cercle* Nota * a pag. 65.). *La Faille publia en 1632. un ouvrage très-ingenieux, quoique un peu prolixe &c.* Intorno all'Opera del P. *Paolo Guldino De Centro gravitatis trium ſpecierum Quantitatis continuæ. Liber I.* = *Viennæ Auſtriæ* 1635., *Liber II. De compoſitione & reſolutione Poteſtatum rotundarum* = *ibid.* 1640., *Liber III. Geometria Rotundi* = *ibid.* 1641., *Liber IV. Archimedes illuſtratus* = *ibid.* 1641., il medeſimo Iſtoriografo fa un altro sbaglio affermando (*Hiſtoire des Mathematiques* T. I. P. I. L. V. pag. 315. e T. II. P. IV. L. I. pag. 21.) che nella prima Edizione di *Pappo* (*Nota* 30.) mancaſſe il luogo della Prefazione al VII. Libro (ſi confrontino le pag. 252. della 2. ediz. e 165. *a tergo* della I.) dov'è in termini puntuali accennata l'iſteſſa *regola* di quel Geſuita *Sancto Gallenſis*. Commette altro errore nella *data* di quella Edizione, che non fu, come ſcrive, del 1582., ma del 1588. Poteva piuttoſto dire, che i *motti* appoſti a queſt'Opere erano poco degni di un Matematico = *Ponderant ſine pondere, nec æquiponderant* = *Rotando centrum fiunt* = *Facta centrum promovet* = *Obſcura centrum illuſtrat* = *&c. &c.* Quando non ſi voleſſe eſſer molto indulgenti per un Geometra Seicentiſta. (Vedaſi la *Nota* 58.)

(*c*) Certuni accuſano di pedanterìa gli Italiani per avere applicate le fraſi matematiche alle materie di Politica, e di pubblica Economìa. Ma a parer mio queſta voglia di *geometrizzare* dove non ſembra, che doveſſe aver luogo la Geometrìa, è venuta con altre di là dal Mare. *La véritable Equation du commerce, pour parler le langage des Géomètres, eſt l'abondance ou la*

l'ordine delle ſcoperte. Abbandonando onninamente lo ſtudio deliziofiſſimo di quei Geometri, anderebbe forſe perdendoſi quel vero ſpirito d'invenzione e di combinazione d'idee, che paſſa per eſſere il ſommo pregio dei Matematici.

Saremmo di certo più ricchi di queſto genere d'invenzioni, ſe ci foſſero pervenuti tutti i teſori dei Greci, conſunti per la maſſima parte atteſo gli incendj delle due Librerìe di Pergamo ed Aleſſandria *(a)*. Il ſolo Commentario di *Proclo Diadoco* al I. Libro d'*Euclide* *(b)*, e la Prefazione al Libro VII. delle Collezioni di *Pappo Aleſſandrino* *(c)* ci

---

raretè de ce qu' on préſente au public, de ce qu' on expoſe en vente, multipliées par le beſoin que l' on en a, ou par la demande que l' on en fait. A tout prendre, plus il y a de demandeur d'une denrée ou d' une marchandiſe, quelle qu' elle ſoit, plus cette denrée & cette marchandiſe prennent faveur, plus le prix en augmente (pag. 183. dell' *Eſſay ſur la Marine & ſur le Commerce* ediz. del 1743.). (Si conſulti la *Nota* 98.).

(*a*) Il primo avvenne nel Secolo I. dell' Era Criſtiana, perchè ſecondo Strabone quella Biblioteca eſiſteva regnando *Tiberio*, quantunque aveſſe ſofferte diverſe vicende al tempo di *Cleopatra*, *Marc-Antonio*, ed *Auguſto*. Ell'era fondata da *Eumene II.* ed *Attalo II.*, Sovrani d' un piccoliſſimo Stato nella gran Miſia dell' Aſia Minore, i quali regnarono 3. Secoli prima della venuta di Criſto. Se ſi debba credere a *Plinio*, non conteneva meno di 200000. Volumi. Qual'eſempio immortale di Re Filoſofi! L'altro incendio fu poco dopo del 641. oſſia verſo il mezzo del Secolo VII. dell' Era volgare. Era fondata la Librerìa Aleſſandrina da *Tolomeo Sotère* colla direzione di *Demetrio di Falèra*. *Tolomeo Filadelfo*, e quindi *Tolomeo Phiſcon* l'accrebbero aſſai. Vien detto, che conteneſſe più di 400000. Volumi. L'ordine del *Califo Omar*, eſeguito da *Amry* Generale dei Saracini, baſtò in breve a diſtruggerla per riſcaldare i pubblici Bagni. Mai Terme più ricche non eſiſterono al Mondo. Ecco gli Annali de' Barbari.

(*b*) Di *Proclo* eſiſte la Vita, che ſcriſſe il di lui ſcolare Marino, ſtampata da *Gio. Alberto Fabricio* nel 1700. in Amburgo, e ripubblicata in Londra l'anno 1703. alla fine della ſua *Bibliotheca Latina*. Molto ſi trova ſcritto di lui, e d' altri *Procli* nel Leſſico di Suida (ediz. di Cambridge del 1705. per *Ludolfo Kuſtero*), nella Vita d' *Apollonio Tyanèo* compilata di *Filoſtrato*, non meno che nella *Vie d' Apollonius de Tyane* = *a Berlin* = in 4. Volumi 1774., e nel Lib. V. Parte IV. della *Bibliotheca Græca &c.* al titolo *Procli antiquiores & juniores* dalla pag. 456. ſino alla 454. ediz. del 1717. Ma più di tutto viene illuſtrata l'Iſtoria di *Proclo* da un' Inſcrizione Tyatirena, che pubblicherò in altro tempo inſieme col mio Comentario. Del rimanente viveva *Proclo* poco avanti di *Achilles Tatius* nel V. Secolo della noſtr' Era. (*Diſſertazione* di M. *Heinius* citata dalla *Nota* 14., dove ſi legge alla pag. 409. *Proclus ſurnommé Diadochus, Philoſophe Platonicien, & Mathematicien celebre, qui brilloit dans le V. Siecle &c.* (Vita d' *Apollonio* ecc. per Monſignor *Gio Bernardo Gualandi*, in 8vo Venezia 1549).

(*c*) Non manca chi creda eſiſtere oggigiorno in Arabo nella Biblioteca di Fez, fondata da *Almanzor*, e come atteſta *Eupennas* compoſta di 32000. Volumi, tutte le Opere di *Pappo*, il quale fiorì ſul cadere del IV. Secolo, checchè ne dica in contrario *Giovanni Stoeflero* (*Commentarius in Procli*

rammentano le nostre perdite, e perdite a senso mio irreparabili dopo di tante diligenti ricerche fatte a quest'uopo durante l'aureo Secolo de' Medici in tutte le Biblioteche del Mondo cognito (a). Le Coniche d'*Apollonio* mutilate del Libro VIII. (b), *Pappo* mancante dei due primi Libri, dei quali esiste in grazia del *Wallis* la traduzione di un breve frammento ricavato da rarissimo Codice d'*Oxford* (c), *Euclide* corrotto da tanti Scoliasti ed Amanuensi (d), ci hanno impoverito di più col privarci di molte originarie bellezze dei

---

Diadochi Sphæram editus Tubingæ 1534). Forse la massima parte di queste versioni d'antichi Codici Greci risale al X Secolo, e molti saranno di quelli, che il *Califo Almamon* obbligò a darglieli a scelta *Michele III.* Imperator di Costantinopoli dopo d'averlo vinto in battaglia. Quante maggiori ricchezze letterarie doveva avere diffatto l'antica Città di Bizanzio superiormente a quelle, di cui c'istruisce la *Prefazione* accennata? Converrà ora cercarne dei miserabili avanzi sulle Coste occidentali dell'Africa? *Non nova, sed nove*: tale è stata sempre, e sarà la fatalità delle cose umane. Intorno alle ricerche dei Libri mancanti di *Pappo*, e d'altre Opere rare inedite, come l'*Harmonicon Cœleste* di Vieta ecc., si legga ciò che scrive del Cardinal *Leopoldo* il *Targioni* da pag. 499. a 504. del Tomo I. citato dalla *Nota* 40.

(a) Per un semplice saggio si legga la Parte I. del Tomo II. degli *Atti e Memorie inedite dell' Accademia del Cimento e Notizie aneddote ecc.*, pubblicata dal. Dr *Targioni* in Firenze l'anno 1780. ai Num. XXXI. XXXII. e XXXIII. dalla pag. 238. fino alla 242., dove parlasi di *Pappo*, e *Archimede*. Solamente rifletto per digressione che *Luca Holstenio* citando (a p. 241.) il Libro Archimedèo Περὶ τῶν ὀχυμενῶν, lo citi mutilato, e perciò mancante di senso. Imperocchè essendo il Libro *De insidentibus humido* (dei Galleggianti), e Περὶ τῶν ὀχυμενῶν significando *De insidentibus* (vedasi al Verbo ὀχέω, ὀχέομαι, ὀχχέομαι *Thesauri Linguæ Græcæ ab Henrico Stephano constructi Tomus II.* alle pag. 1580., 1581.), e nient'altro, fa di mestiero completarlo così Περὶ τῶν ὀχυμενῶν ἐφ' ὑγρῷ, com'è in altri Testi. Nella celebre Biblioteca Bodleyana d'Oxford, e nella ristrettissima Librerìa del *Serraglio* della Porta Ottomanna, che comprende soli tre in quattromila Volumi tra Turchi, Persiani, ed Arabi, senza nessun Codice Greco, non esistono per le di già fatte rimazioni, Opere di qualche importanza tra le mutilate o smarrite.

(b) *Halley* restituì il Libro perduto, di cui si parla (*Nota* 75.), e lo restituì con tanta sagacia e profondità, che *Roberto Simson* (giudice senza pari) ebbe a dire di lui ..... *qui tamen magno acumine a cl. Halleio restitutus est*. (Sia letta *Præfatio ad Lectorem* dell'Opera Simsoniana mentovata dalla 10. *Nota*).

(c) *Pappi Alexandrini secundi Libri Mathematicæ Collectionis fragmentum hactenus desideratum ex Cod. MS. anno* 1688. *primum editum, latine redditum, & Notis illustratum*. (Tomo III. della *Raccolta* di tutte l' Opere Matematiche Wallisiane stampato in Oxford *e Theatro Sheldoniano* l' anno 1699.)

(d) Questi errori si correggerebbero subito, mentre ci fossero pervenuti gli altri Elementi di Geometria compilati da Scrittori Greci anteriori ad *Euclide*, come *Ippocrate* di *Chio*, *Leone*, *Theudio*, *Hermotimo* ecc.

dei Codici Greci. *Federigo Commandino*, piccolo Matematico e mediocre Grecista, mostra in parecchi luoghi di non avere inteso il vero senso di *Pappo*, siccome apparisce dal confronto della sua versione col famosissimo Codice Vaticano (*a*). *Proclo* aveva sofferto di più tradotto da *Giovanni Hervagio* di Basilèa (*b*), e quindi da *Francesco Barocio* (*c*). E poco meno che i *Dati* d' *Euclide* (Δεδόμενα) non siano stati sfigurati egualmente da *Claudio Hardy* di Parigi (*d*). Quanto alla Collezione stampata nel M. DC. XCIII. sotto il titolo di *Veterum Mathematicorum Opera Græca & Latina* da *Filippo de la Hire* (*e*), oltre che non ripara di gran lunga ai gravi scapiti, che hanno sofferti la Geometrìa, e l' Aritmetica, sì nella parte Istorica, come nella Teoretica per la mancanza d' importantissimi Libri, e segnatamente tra questi degli Elementi (Ἀρχαὶ) d' *Archimede* (*f*), e dell' Arte numeraria (Λόγιστική) d' *Apollonio* (*g*), nè sono abbastanza ricompensati dalle dotte fatiche dei *Vieta*, dei *Snellj*, dei *Vi-*

(*a*) Loc. cit. dall' *Annotazione* 62, ed Opusolo di Giuseppe Torelli intitolato *Cose Geometriche*, edito in Verona ecc. (*Nota* 106).

(*b*) L' Opera è Greco-latina distinta col titolo ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ, e vien dopo all' ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ' dell' edizione di Basilea del 1533

(*c*) *Procli successoris Lycii Philosophi Platonici & Mathematici probatissimi Commentarius in primum Elementorum Euclidis Libri quatuor latine versi* ecc. in Venezia 1560. colla dedica al Patriarca d' Aquileja Monsignor Daniel Barbaro. Pare che M. Cramer non conoscesse questa 2da. Edizione, avendo scritto nel loc. cit. dalla *Nota* 14. a pag. 488 *Je présente d abord le Texte de Proclus, tel qu' il se trouve dans l' edition unique, à ce que je pense, cet Auteur. C' est celle d' Hervagius à Basle* 1533.

(*d*) ΔΕΔΟΜΕΝΑ *Theoremata geometrica* 95. *cum Præfatione Marini Philosophi Neapolitani* = *Euclidis Data* = *Parisiis*, 1625. edizione Grecolatina.

(*e*) Vedasi a pag. 367. il Tomo II. dell' *Histoire de l' Académie Royal des Sciences &c. avant le renouvellement* edizione Parigina del 1733. E' una Raccolta consimile a quella d' Amsterdam del 1652. *Antiquæ Musicæ Auctores septem, græcè, & latinè Marcus Meibomius restituit, ac Notis explicavit* = in un solo Volume.

(*f*) Altri scrivono Αρχάς. Era un' Opera indirizzata dall' Autore *ad Zeuxippum*, e la nomina egli medesimo nel suo Libro Ψαμμίτης (*Arenarius*). Molto n' ha scritto M. Melot nel Tomo XVI. (non XV. come dice Montucla alla pag. 251. *Nota* (*b*) del I. Volume della sua Storia Matematica) dell' *Histoire de l' Académie Royale des Inscriptions &c.* edizione di Parigi del 1743.

(*g*) Wallis nel Tomo III. *Oper. Mathem.* alla pag. 559., e Fabricio *Bibl. Græc. Lib.* III. nella *Nota* in piè della pag. 563. suppongono che quest' Opera citata da Eutocio nei suoi Commentari al Libro d' Archimede Κύκλου

viani, degli *Halley*, dei *Simson* ecc., i quali, e nel passato, e nel presente Secolo si posero a indovinare diverse Opere Greche smarrite (*a*), ell' è una raccolta di cose, che si riportano per lo più alle Matematiche miste (*b*).

Giova eziandìo di riflettere, che le bellezze dei Greci, le quali tuttora ci restano in proposito di Geometrìa, non abbiano fatta tra noi sino al giorno presente quella maggior comparsa e risalto, di cui eran capaci, perchè i Geometri (tranne *David Gregory*, ed *Halley*, cui dobbiamo le inappuntabili e veramente preziose Edizioni Greco-Latine d'*Euclide*, *Apollonio*, e *Sereno* di Antissa (*c*), edizioni che ono-

---

Μέτρησις fosse d'un antico Geometra nominato Μάγνος. Io però credo, che sia d'Apollonio da Perge, cioè dell' istesso Scrittor delle Coniche, chiamato per antonomasia da tutta l'Antichità *Geometra Magnus*. So bene che i Greci scrivevano Μέγας, e non Μάγνος, ma so egualmente che nei bassi tempi decadendo la purità della Lingua, e promiscuandosi colla Latina, molte parole Romane usò, che venissero scritte colle declinazioni e caratteri della Grecia. Eutocio viveva nel VI. Secolo della nostra Era o sul declinare del V. e forse regnando Anastasio Dioscuro. Tra i molti esempj, che altrove pubblicherò per fondamento della mia congettura, ricavari per la massima parte dal *Dufresne D. Du Cange Glossarium ad Scriptores mediæ & infimæ Latinitatis* = *Tom. VI Parisiis*, 1733. = cito adesso il solo Πόρτος Μάγνος *Portus Magnus* (oggi *Portsmouth*) nelle Isole Britanniche, com' è scritto nel Capo III. del Libro II. della Geografia antica di Tolomeo.

(*a*) *Apollonius Gallus* per ristabilire il Libro περὶ ἐπαφῶν (*De Tactionibus*) (*Opera Mathematica* (*Nota* 30.) *in unum Volumen congesta ac recognita, opera atque studio Francisci a Schooten Leydensis &c.* = *Lugduni Batavorom*, 1646. = *ex Officina Elzeviriorum* = *Apollonius Batavus seu exsuscitata Apollonii Pergæi* ΠΕΡΙ ΔΙΩΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΟΜΗΣ (*de determinata Sectione*) *Geometria* = *Lugodini*, 1608.; *De Maximis & Minimis Geometrica - Divinatio in V. Librum Apollonii Pergæi* = *Florentiæ* 1659.; *De locis Solidis Aristæi Senioris &c.* (*Nota* 45.); Χωρίου ἀποτομῆς di Apollonio *seu de Spatii sectione, & de sectione rationis* = *Oxoniæ*, 1708; *Apollonii Pergæi Loca plana restituta* (*Nota* 6.), *De Sectione determinata Libri duo restituti, & duobus insuper Libris aucti*, Πορισμάτων (*Porismatum*) *Liber* = *Glasguæ*, 1776. nella *Raccolta* postuma intitolara *Roberti Simson Opera quædam reliqua* pubblicate 8. anni dopo la morte di quest' egregio Geometra, che mancò di vita l'anno 1768. e 81mo. dell' età sua.

(*b*) Più fortunati dei Libri Geometrici sono stati quelli di Geografia. Abbiamo tutto intiero e corretto nell' ediz. de' Wetsteni *Stephanus Byzantius de Urbibus* ΣΤΕΦΑΝΟΣ ΠΕΡΙ ΠΟΛΕΩΝ ediz. d'Amsterdam del 1725., *Dionisii Alexandrini Periegeticon, sive de situ Orbis, Geographi veteres minores*, per non dire di Tolomeo, nè del *Phylo Byzantius de septem Orbis spectaculis græce & latine versus, & notis illustratus a Leone Allatio* = *Romæ*, 1640. =

(*c*) *Euclidis omnia quæ supersunt* = *Oxonii*, 1703. = — *Apollonii Pergæi Conicorum Libri octo & Sereni Antissensis de sectione Cylindri & Coni Libri duo cum Pappi Alexandrini Lemmatis & Eutocii Ascalonitæ Commentariis. Ex Codd MS. edidit Edmundus Halleius &c.* = *Apollonii Pergæi Conicorum* (pag. 137. fino a 171.) *Liber octavus restitutus sive de proble-*

rano le Stampe d'Oxford, ed il principio del Secolo XVIII.) qualora ſiano profondi nella Scienza ſublime, ch' eſſi profeſſano, hanno a ſdegno di eſſere, o forſe non poſſono eſſere eccellentemente periti della Greca Lingua, e Letteratura. Di qui n' accade, che in parecchie delle traduzioni, che abbiamo, o ſia male appropriato il ſignificato delle parole alle coſe per mancanza di ſapere Geometrico, o non ſia ſtato inteſo, nè interpretato per imperizia di Lingua *(a)*. I replicati paſſaggi di Codice in Codice, mentre mancava la Stampa, le corroſioni, e lacerazioni della Carta bombacina e comune, dei Papiri, e Pergamene antichiſſime, l' ignoranza dei Copiſti, la decadenza della Lingua dotta, la promiſcuazione o confuſione dei Dialetti *(b)* hanno, o ſeparatamente o cumulativamente aumentato il male ſino al ſegno, che ſenza combinare in un uomo ſolo i talenti di ſommo Matematico, e di ſommo Greciſta, non ſia mai ſperabile di porre in chiaro, e diſotterrare dai Libri fortunatamente rimaſtici, ed avanzati alla voracità del tempo, e all' ingiuria, o traſcuranza degli uomini, tutto ciò che ſi potrebbe ſapere delle Scoperte antiche Geometriche, ed in particolare di quelle nate e promoſſe ſotto il bel Cielo dell' Jonia *(c)*.

---

matis determinatis divinatio (vedaſi la Nota 63.) *Oxoniæ e Theatro Sheldoniano, anno Dom.* 1710.

(*a*) Potrebbe ſervir d'eſempio la voce Πόρισμα, la cui interpretazione ſincera riſerverò ad altro tempo. Ma che più? Vi ſono ſtati taluni oggigiorno, che non hanno diſtinto il differentiſſimo ſignificato dei due vocaboli Τορεῦμα, Ἀνάγλυφον. Molto maggiori abbagli s' incontrano nell' interpretare diverſe paſſioni dei Numeri deſcritte da Ocello di Lucania (contemporaneo d' Ippocrate di Chio (*Nota* 14.)), la cui opera è l' unica pervenutaci intiera tra i filoſofi Pittagorici, dei quali non abbiamo che pochi Frammenti.

(*b*) Per eſempio Archimede ſcriſſe in Dorico, ed i Copiſti dei baſſi tempi lo traſcriſſero nel Greco comune. Conſultiſi a queſto propoſito la Parte I. del Tom. II. degli *Atti e Memorie* citate nella Nota (66) alle pagine 240. e 241. Quel Dialetto comune o confuſione di antichi Dialetti non è per altro la Lingua Omerica, ſiccome certi andaron penſando, contro dei quali con tutta ragione opina il Ch. Autore dell' *Ars metrica ſeu de Græcorum Proſodia Tractatus* = *Colle* 1782. = a pag. 107. *Num. III.*

(*c*) Si ſa che l' Attica e l' Ionia ebbero l' iſteſſa origine. *Atticorum & Ionum antiquitus eadem fuit ſermonis proprietas, & Attica Europeæ Ioniæ pars. Creſcente vero multitudine poſtea quam miſſæ in Aſiam Coloniæ, Ionum appellationem uſurpaſſent &c.* (pag. 3. *Jacobi Zuingeri .... Græcarum Dialectorum hypotypoſis*, in piè del Leſſico dello Scapula ſtampato in Amſterdam l' anno 1652.)

Cade il Secolo XVIII., ed è ancora miſtero l'interpretazione ſincera dell'Epigramma al Re *Tolomeo d' Eratoſtene da Cirene*, conſervatoci da *Eutocio d' Aſcalona* (*a*), laſciato ſenza verſione dai Traduttori (*b*), e comprendente il Voto (Ἀνάθημα) ſoſpeſo sù d'una Colonna in ringraziamento agli Dei per la ſoluzione del Problema Deliaco. *Anton Maria Salvini*, e *Vincenzo Viviani* mutuamente ajutandoſi, non furon valevoli a interpretarlo, come appariſce da un MS. originale, che conſervo tra le mie ſchede (*c*).

La parola Ἀμφίσματα uſata da *Pappo* nella Prefazione al VII. Libro (*d*), che contiene non meno di tutta la Teorìa *Centrobarica* prodotta tanti anni dopo dal Geſuita *Paolo Guldino* (*e*), ſi cerca invano nei Leſſici *manuali* (*f*), contato ancor quello diligentiſſimo di *Beniamino Ederico* (*g*), e l'iſteſſo Teſoro d'*Enrico Stefano* (*h*). Conſultando *Suida* (*i*), ſi

(*a*) Nell' *Archimede* Grecolatino di Baſilea del. 1544. vien riportato, ma ſenza traduzione, a pag. 21. del. Teſto Greco. Manca in quello di Parigi del 1615. quantunque ancor eſſo Grecolatino, perchè non vi ſono i Commentarj d' Eutocio, non meno che in altre Edizioni. Non è compreſo nell' eccellente Raccolta ΣΤΕΦΑΝΟΝ ΕΠΙΓΡΑΜΜΑΤΩΝ o ſivvero nell' *Anthologia*. *Vieta* ne parla alle pag. 348. e 349. *Operum Mathematicorum &c.*, ma ſenza verſione. Incomincia il Teſto Greco dell' Epiſtola in fronte dell'Epigramma così Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν (a pag. 20. della 1ma. ediz. ecc.

(*b*) Commandino, Sturmio, Maurolico &c. &c. (Ediz. d' Archimede di Paolo Manuzio in Venezia del 1558. di Norimberga del 1667. e la poſteriore Palermitana del 1685. procurata da Alfonſo Borelli.

(*c*) Salvini doveva eſſere molto giovane, quando preſe a tradurre quell' Epigramma con avere al fianco il Viviani. Imperocchè la verſione incomincia *Supplementum Epiſtolæ Eutocii Aſcalonitæ Ammonio philoſopho inſcriptæ, ex interpretatione Cl. Adoleſc. Ant. Mariæ Salvini*. E' però vero che il Salvini ſi fece aſſai preſto diſtinguere per eccellente Greciſta avendo di ſoli 23 anni (e vale a dire nel 1669., perchè nacque del 1646.) ottenuta nello ſtudio Fiorentino la Cattedra di Lingua Greca.

(*d*) Nell'edizione del 1660. rammentata dalla *Nota* 30. ſi guardi alla pag. 252.

(*e*) *Nota* 57.

(*f*) *Cornelii Schrevelii Lexicon manuale Græco-Latinum & Latino Græcum &c* = *Patavii*, 1759. = ; *Joannis Scapulæ Lexicon. Græcolatinum &c* = *Amſtelædami*, 1652. = , *&c. &c* Nel primo ſi trovan le ſole voci Ἀμφίσβαινα Ἀμφίσμανα, che vogliono dire tutt' altro.

(*g*) *Beniamini Hederici Lexicon manuale Græcum* = *Lipſiæ*, 1703.

(*h*) ΘΗΣΑΥΡΟΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΓΛΩΣΣΗΣ Tom. I. a pag. 406. e ſeg. della 2da. ediz. *quæ annum nullum gerit*. (*Mich. Maittaire Annales Typographici* Tom. III. pag 756. = *Hagæ Comitum*, 1725.)

(*i*) Tomo I. alla pag. 155. dell' Edizione Ingleſe ſopraccitata del *M. DCC. V. typis academicis*.

trova coll'autorità di *Ellanico* (*a*) interpretato per *Res controverſæ*. I Traduttori l'hanno laſciata ſino ad ora veſtita alla Greca (*b*), ſenza vedere che Ἀμφὶς ſtava per *contra* come per *circum*, d'onde naſceva Ἀμφισμα (*Res circum verſa*, *rotundum &c.*) non altrimenti che da Ἔρισ Ἔρισμα (*c*).

Che dirò io del precitato *Titolo* dell'antichiſſimo Libro Ὠκυτόβοος, ch'era una giunta, e promozione felice dell'Opera Archimedèa *De Circuli dimenſione* (*d*)? *Giovanni Wallis*, ſebbene foſſe tra i primi dei Matematici dell'età ſua, ſorpreſo da quella Greca parola la laſcia tal quale ella è, vantandola ineſplicabile (*e*) avvengachè amaſſe molto, e non ſempre a propoſito di grecizzare. *Ervagio*, *Viviani*, e *Gio-*

(*a*) Vi furono, ſecondo Fabricio due Ellanici, uno cioè *Hellanicus Lesbius hiſtoricus*, l'altro *Hellanicus Junior grammaticus* (vedaſi *Bibl. Græ.*) Il Barone de Sainte-Croix e l'Abate Barthelemy non ſo per quale ſviſta non ſiano d'accordo tra loro nelle *Tavole* cronologiche del Tomo VII. del *Voyage du Jeune Anacharſis en Grèce* in rapporto al tempo, nel quale viveſſe Ellanico Lesbio. Difatto nella *Table I.* (*Epoques*) e nella VII. a pag. 163. (ediz. de' Due-Ponti del 1750) Ellanico naſce dell'anno 495. avanti Criſto, e poi nella II. e III. (pp. 285. e 304) ſi fa fiorire nel VI. Secolo prima di Criſto, cioè quando Ellanico iſteſſo non era ancor nato.

(*b*) Nel luogo di Pappo indicato dalla Nota 82. ſi legge *Perfectorum utrorumque ordinum proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum &c. Imperfectorum autem proportio compoſita eſt ex proportione amphiſmatum &c.* Viviani nelle poſtille marginali ſcritte in matita per illuſtrazione di varj de' più oſcuri paſſi del ſuo Pappo, paſſato pocanzi *ex Noſocomio Florentino* nella Libreria pubblica Magliabechiana, indovinò colla guida del Salvini il vero ſenſo di Ἀμφίσμα. Ecco come egli ſcriſſe. *Amphiſma ſignificat fortaſſe omne quod circumfertur aut circum-rotatur, vel ſit linea vel ſit ſuperficies.*

(*c*) *Joannis Scapulæ Lexicon &c.* citato dalla 84ma. *Annotazione*.

(*d*) L'argomento era preciſamente l'iſteſſo di quello, che Giovanni Bernoulli il ſeniore eſpreſſe nella ſeguente maniera *Peripheriæ ad Radium ratio per numeros celeriter appropinquantes* (Num. CLXV. del Tomo IV. della Raccolta delle ſue Opere *Schediaſma Cyclometricum &c.* alle pag. 107. e 108.) (Si rilegga la *Nota* 24.)

(*e*) *Opera Mathematica &c.* Tom. III. alla pag 599. nella Nota. *Liquet hinc & ex ſequentibus Appollonium quendam (Pergæum credo) tractatum ſcripſiſſe (qui periit) de numeris quantumvis magnis inter ſe multiplicandis, unde hæc deſumpta ſunt collectanea. Quis fuerit ille liber aut quomodo appellatus, non conſtat, eoquod ſecundi hujus collectaneorum libri initium deſit, niſi forte (quod non eſt vero abſimile) ille fuerit, quem* Eutocius *(ſub finem commentariorum in Archimedis dimenſionem Circuli)* ὠκυτόβοον *vocat ab Apollonio Pergæo conſcriptum (ſed qui periit), cujus argumentum huic abſimile non fuiſſe inde conſtat* Ma Wallis a mio giudizio ha qui confuſo con queſt' opera d'Apollonio l'altra, ch' io penſo eſſere parimente di lui (ἐν τῷ Μάγνῳ Λογιστικῷ), della quale ho parlato nell' *Annotazione* 32., ed era di pura Aritmetica.

vanni Alberto Fabricio (ch' è quanto dire un valoroſo, ed inſtancabil Greciſta) la traducono, o piuttoſto l'annunziano per *Mocyntocium* (*a*), corrompendo il Teſto, e cavandone una voce vaga, ſenza neſſuno ſignificato. Almeno aveſſero ſcritto *Ocytocium* (Ὠκυτόκιον, che aveva ſenſo, ed appellava al *Cito-pariens*, colla quale ardita metafora ſecondo la teſtimonianza del Leſſicografo *Suida* s'intitolava l'antico Fraſario (*Promptuarium*) di *Telefo* (*b*). *Montucla* (*c*) cambia il vero vocabolo nell'altro Οκύτεβοος (come ſe permutando l'Ὠμέγα in Ὀμικρόν, e variando o traſcurando gli *accenti* e gli *ſpiriti* non ſi faceſſe torto alla Lingua, e quindi profeſſa altamente di non intenderlo. Io mi luſingo d'averlo col ſuffragio di molti Eruditi felicemente ſpiegato (*d*).

Cramer nella Diſſertazione accennata ſin da principio ha occaſione di nominare l'Opera di *Sporo Niceno* Κήρια Ἀριστοτελικὰ (*e*), e sù di quella ſoggiunge. *Je laiſſe ce Titre en Grec, ne ſachant comment le rendre en François.* Κήριον *ſignifie un gateau de Cire, un Raion de miel. Mais quel raport de ce mot avec le Titre d'un Livre? Il eſt vrai que les Titres ſinguliers peuvent être bien anciens, puiſqu' ils ont leur origine dans la bizarrerie de l'Eſprit humain & dans l'envie de mettre de l'eſprit par tout.* Da queſto paſſo primieramente appariſce, come *Cramer* non aveſſe preſente il luogo

---

(*a*) Wallis l'aveva tradotta *Ocytoboum* (loc. cit. pag. 559.), e vale a dir non tradotta, ſebbene Hervagio prima di tutti corrompendola n'aveſſe fatto *Mocyntocium* (a pag. 57. della ſua ve-ſone ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ ΕΙΣ ΤΑ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΚΑΙ ΤΑ ΑΛΛΑ ΥΠΟΜΝΗΜΑΤΑ in fondo dell'ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ, ΤΑ ΜΕΧΡΙ ΝΥΝ ΣΩΖΟΜΕΝΑ, ΑΠΑΝΤΑ &c. del 1544.), ſeguitato in ciò dal Viviani (a pag. 57. Poſtilla marginale appoſta da lui ad un Codice tipografico, ch' era del Noſocomio di S. Maria Nuova, e adeſſo della Libreria Magliabechi, il quale comprende oltre la ſola verſione latina dti Commentarj d' Eutocio diverſi Trattati di Peurbachio, Regiomontano &c.), e dal Fabricio, come appare dalla pag. 561. del III volume della *Bibliotheca Græca* dell' ediz. di già mentovata.

(*b*) Ovvero traducendolo letteralmente *Arte d' accelerare il parto.* (Note 57 e 98.)

(*c*) Sia conſultata la pag. 36. dell' *Hiſtoire &c.*, di cui parla la *Nota* 35., e 265. T. I. *Hiſtoires des Matematiques*.

(*d*) Nel mio comentario citato dall' *Annotazione* 468. a pag. 307. dell' *Exercitatio Mathematica* &c. pubblicata in queſt' anno.

(*e*) Vedaſi la Pag. 488. del l. accennato dalla *Nota* 14. Wallis l. c. alla pag. 547. (*Nota* 93.).

del I. Libro di *Plinio* ſeniore *Inſcriptionis apud Græcos mira felicitas &c.* o ſecondo *Giovanni Arduino* ſull'autorità d' *Aulo Gellio feſtivitas* (*a*), letto il quale ogni meraviglia ſvaniſce eſſendo in termini puntuali. Di più col paſſo di Plinio ſott' occhio averebbe veduto, che ſe i Codici portavano ſcritto Κήρια, non mai potevaſi queſto Titolo, ma Κηρία interpretare per *Favos* o *Mellificia* (Officine o Serbatoj di miele) come piacque tradurlo al Fabricio (*b*). Scritto adunque, come *Cramer* lo ſcrive Κῆρια, e come eſiſte nei Codici di maggior fede, inclino a credere che ſignificaſſe *Præcipua*, *Selecta* ecc. coſicchè il Libro di *Sporo* altro non foſſe che *Selecta ex Ariſtotele*, non diverſamente che ad uſo delle ſcuole, s' intitolano ancora oggigiorno *ex Cicerone*, *ex Plauto*, *ex Terentio Selecta*. E difatto quel Libro di *Sporo* vien riportato da *Eutocio* (*c*), che ſcrivendo all' Jonico-Attica o ſeguitando il Teſto originale doveva ſcrivere Κήρια in vece di Καίρια col cambiare, com'era l'uſo, il dittongo αί nella lettera ή (*d*), ma tener fermo nel ſuo poſto l'accento acuto, ed allora il vocabolo non derivava altrimenti ἀπὸ τοῦ Κηροῦ

(*a*) *Caii Plinii ſecundi Hiſtoriæ Naturalis Libri XXXVII., quos interpretatione & notis illuſtravit Joannes Harduinus &c. Editio altera emendatior & auctior Tomus I.* = *Pariſiis*, 1723. = alle pag 4, e 5 Queſto bel paſſo Pliniano è una Satira fina della ridicolezza e pompoſita dei Titoli dati dai Greci ad alcune delle Opere loro. Egli ſcrive che quell' inſulſa moda terminaſſe preſſo dei Greci coll' *Hiſtoria Catholica* di Diodoro Siculo, che viſſe nel I. Secolo dell' Era Criſtiana = *Apud Græcos deſiit nugari Diodorus, & βιβλιοθήκην hiſtoriam ſuam inſcripſit*. (Comprendeva 40. Libri, dei quali ne ſon reſtati 15 ſoli, e pochi frammenti d' altri). Ma ſe queſto guſto depravato terminò nella Grecia, riprincipiò col riſorgere della Letteratura e delle Scienze in Italia, e quindi in altre parti d' Europa. Abbiamo ancor noi i noſtri Prati (λειμῶνας). non ci mancano le Πανδέκται, lo ſpecchio Κάτοπτρον, e perſino *Omnium horarum opſonia*) *Francofurti, curante Jo: Jacobo Porſio, A.* 1614.), con cento altri motti, che per molte ragioni giova di non rammentare. E difatto Platone ſcriveva ai ſuoi tempi (e vale a dire 4. ſecoli prima di Criſto) che Socrate foſſe dedito all' ironia, principalmente prendendoſela con Hippia il Sofiſta; e ſebbene il gran Xenofonte difendeſſe da queſt' attacco quell' immortale Filoſofo, contuttociò gli Ateniesi ſeguitarono ſempre la perſecuzione del loro onorevole Concittadino.

(*b*) *Nota* in piè della pag. 163. del Libro III. della *Bibliotheca Græca &c.*

(*c*) *Commentarii in Librum Archimedis de Circuli dimenſione* verſo la fine (a pag. 49. del Teſto Greco nell' ediz. del 1544.) Wallis, Fabricio &c nei luoghi altrove citati hanno letto *Porus* in vece di *Sporus*.

(*d*) Zuingero nella ſua *Hypotypoſis &c.* indicata dalla Nota 78. (*Baſileæ* 16. *Nov.* 1605.) al *Dialectus Attica*, e

ma da Κα'ρος, Nè questa mia coniettura s' indebolisce, perchè le due voci *mortalia*, *præcipua* verrebbero in Greco rappresentate dall' istessa parola Κη'ρια, essendovi in quell' Idioma altri esempj di simil sorte, come λυ'γξ *Linx*, *Singultus*, e cent' altri consimili.

Non finirei mai questo saggio, se volessi tutte trascrivere dalle mie Schede le osservazioni, che ho fatte sopra dei Codici più autorevoli per illustrare lo stato antico delle Matematiche nella Grecia. Nè fidandomi del mio solo giudizio sì nella scelta dei Codici di miglior fede, sì nella interpretazione dei passi di maggiore impegno e difficoltà, ho chiamati a parte del mio lavoro i luminari più insigni della Greca Letteratura, tra i quali è per me molto onorevole di nominare l' Abate *Gio: Cristoforo Amaduzzi*, il Canonico *Angelo Bandini*, ed il Proposto *Domenico Maria Becucci* amatissimo mio Cugino materno *ex Sorore (a)*.

Di eccitamento ed impulso più grande a perfezionar la mia Opera, ed anzi ad estenderla a molte versioni di luoghi difficilissimi della Geografia di *Tolomeo (b)*, e di *Strabo-*

---

segnatamente a pag. 5., dove esiste l' intitolazione marginale *D diphtongos quoque permutant Attici*, e di nuovo a pag. 48. nella *Dialectorum omnium synopsis*, stabilisce la mutazione di *AI* in *H cum ïota subscripto*, come da ἀινείαις ἀινείῃς, ed altresì *ubi ïota non subscribitur* (*ex. gr.*) da ποιέμεναι ποιέμενη. Lancellotto, e chiunque che lo ha seguitato, non notarono questo caso. Non se ne fa nemmeno parola nell' altro Opuscolo, stampato dopo di quello del Zuingero nel medesimo Lessico dello Scapula pag. 64. e segg. *De Græcæ Linguæ Dialectis ex scriptis Joannis Grammatici*. Quindi è che la voce Greca κηρὸς *cera* non sia probabilmente la *radice* del derivato Κήρια, come lo sarebbe di κηρία, e neppure sia κὴρ *fors*, *factum*, *mors*, sebbene i due derivati καιρία *opportunitas*, *tempestivitas*, e καιρία *fasciæ sepulcrales*, cambiaro o nò l' αι in η, di significato tanto diverso non riconoscono differenza sensibile nè di composizione nè di pronunzia. Intanto abbiamo sott' occhio altro esempio della voce καιρία, la quale, avvengachè derivi da κὴρ, tuttavia ha sofferta la mutazione di η in αι anche indipendentemente dalla diversità dei Dialetti.

(*a*) Oltre di tante Opere insigni, che la Repubblica Letteraria deve a questi valorosi Eruditi, basti di nominare in rapporto al primo *Monumenta Matthæiana &c.*, in proposito del secondo il suo famoso *Catalogo* della Libreria Mediceo-Laurenziana, e rispetto al terzo l' *Ars metrica* rammentata nella 77ma *Nota*.

(*b*) In apologia di Tolomèo (non già delle Carte Geografiche annesse alla sua stimabilissima Opera, che sono di Agathemer) merita d' esser letta e ben ponderata la *Memoire sur la Géographie de Ptolemée; & particuliérement sur sa description de l' intérieur de l' Afrique* = *Par M. Buache* = dalla pag. 119., sino a 128. del Tomo degli *Atti* della R. Accademia delle Scienze di Parigi per l' anno 1787. stampato del 1789.

Fig. II.

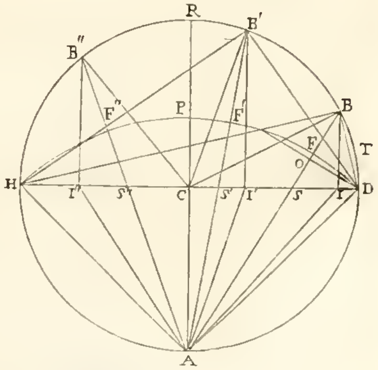


Fig. III.

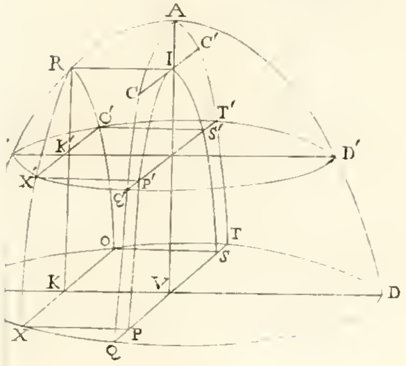


Fig. I.

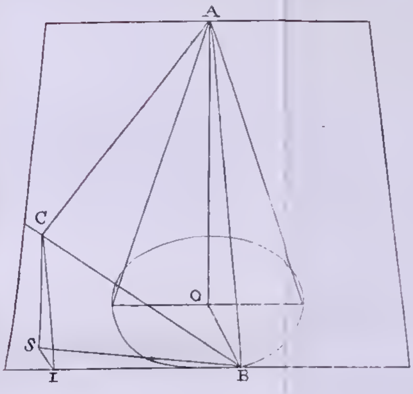


Fig. II.

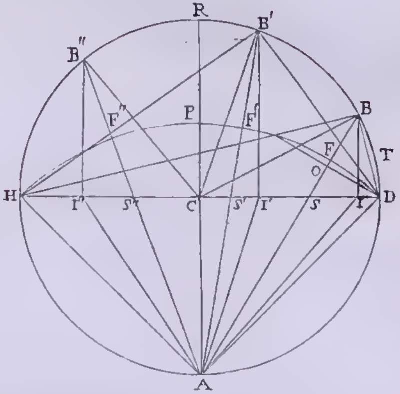
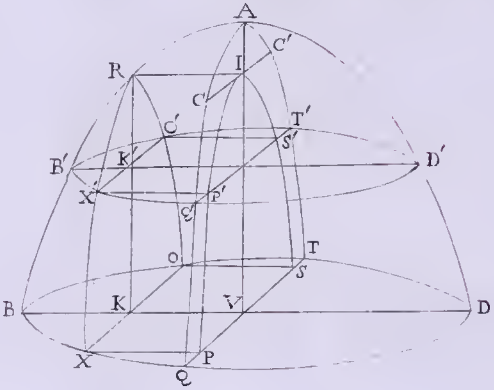


Fig. III.



ne (*a*), mi è ſtato il vedere, come abbiano ancora di freſco con delle interpretazioni infedeli alcuni Traduttori poco avveduti data naſcita e credito a dei moſtruoſi Romanzi di Fiſica, ed in particolar modo d' Idrometria, ſovvertendo l'ordine delle coſe ſul debole fondamento d'un paſſo d'antico Scrittore per lo più mal inteſo, e fabbricando ſull' ali della fantaſia non regolata dalla ragione Siſtemi arditi, e meno brillanti dell' immaginoſa Teoria della Terra e del Cielo del Conte *De Buffon*, e delle ſue Epoche della Natura (*b*).

Ma prima di render pubbliche l' altre mie rifleſſioni aſpetto con impazienza la Stampa d' *Oxford* di tutte le Opere d' *Archimede*, di nuovo interpretate e corrette dal ſempre celebre *Giuſeppe Torelli* ſulla ſcorta ſpecialmente d' un rariſſimo Codice della Libreria Veneta di San Marco, come giova ſperare in virtù dell' annunzio datone dal Cav. *Pindemonte* alla Repubblica Letteraria (*c*). Forſe quel Geometra eruditiſſimo almeno in parte mi averà prevenuto; ed amo meglio che dalla ſua dotta penna, anzichè dalla mia, vengano ſparſi dei lumi intorno ad un argomento, che altri credano inutile, altri leggiero nell' età noſtra, in cui alcuni degli uomini addetti alle Scienze non ſolamente traſcurano la ſentenza del Venuſino: *Difficile eſt proprie communia dicere* (*d*), ma contano a lode ignorare le Lingue della Grecia e del Lazio, onde ſia che decadendo a poco a poco in Italia, ſembrino minacciar davvicino il ritorno di quell' epoca triſta così bene deſcritta da *Lord Malmesbury*. „ *Stupori & miraculo erat cæteris, qui Grammaticam noſſet* " (*e*).

Intanto ho l' onore di eſſere ecc. ecc.

(*a*) L' edizione di Amſterdam del 1707. aſſai più accurata di quelle dello Xylandro (Baſilèa 1571.), e del Caſaubono (1587.) è l' unica da me adoperata, non ſapendo ſe la recentiſſima d' Oxford ſia venuta ancora alla luce. Avvi di più tra l' edizioni moderne la verſione Tedeſca di M. Penzel in due Volumi, annunziata favorevolmente dalla R. Accademia di Berlino a pag. 55 dell' *Hiſtoire* ſcritto il dì 21. Novembre nel Tomo degli *Atti* per l' anno 1776.

(*b*) *Les Epoques de la Nature*. Tomi 2. in 12. ediz. di Parigi del 1785.

(*c*) Parte I. del Tomo II. della Società Italiana ſtampato in Verona l' anno 1784.

(*d*) *Horatius De Arte Poëtica* al verſo 128. (*Patavii*, 1769.

(*e*) *Londres* T. III. alla pag. 48. ediz. di Neuchatel dell' anno 1771.

CALCOLO

DELLE VARIAZIONI FINITE NELLA TRIGONOMETRIA PIANA E SFERICA

Del Sig. Cavaliere Lorgna.

Ruggero Cotes, ingegno ſingolare, è il primo che ſu le variazioni trigonometriche abbia verſato in un Opuſcolo che ha per titolo *Æſtimatio errorum in mixta matheſi, &c.* nel ſuo libro de *Harmonia Menſurarum*. Altri in appreſſo, diffondendone l'uſo, ne fecero più ampia trattazione, diſponendole in forma di proporzioni, onde preſero comunemente il titolo di Analogie differenziali. Ma queſte variazioni ſi ſuppongono da *Cotes*, e da tutti gli altri infinitamente piccole, e come tali ſi maneggiano nel ridurre e conformare le analogie. E per verità ſe ſi trattaſſe di ritorno da queſte analogie differenziali a grandezze finite, come dai differenziali ſi paſſa alle integrazioni, tutto il rigore geometrico potrebbe in queſto calcolo, come nell' infiniteſiſimale, aver luogo indubitatamente. Ma le grandezze finite che ſi determinano con queſte analogie differenziali provengono dall'attribuire ne' termini alle variazioni infinitamente piccole valori finiti; il che non può mai ſomminiſtrare valori eſatti, ſe non abbiaſi riguardo alle grandezze ſvanite nella prima ſuppoſizione. Con miglior conſiglio pertanto preſe a conſiderare prima di ogni altro queſte Variazioni nella loro condizione finita, vera e naturale, il dottiſſimo Sig. *Cagnoli*, e nè trattò metodicamente nella ſua eccellente e lodevoliſſima Opera di Trigonometria piana e sferica: del che ſe gli deve grandiſſima obbligazione. Ma ſiccome una ſteſſa proporzione involge talora nel primo membro la variazione incognita di una grandezza, e nel ſecondo lo ſtato variato di queſta medeſima grandezza, e talora vi compariſcono implicate, ſingolarmente nella Trigonometria sferica, tre diverſe variazioni, così avviene, che non ſia permeſſo con

metodo ſemplice e rigoroſo di ſeparare, e definire le variazioni dimandate. Se ciò non accadeſſe ſarebbe queſto il miglior trattato che poſſa deſiderarſi in sì fatta importantiſſima materia. Pensò di rimediarvi il Sig. *Camerer* di Parigi, almeno nella Trigonometria Piana, s'era poſſibile, ed ha perciò propoſto due cangiamenti per queſte analogie differenziali finite (Giorn. Aſtronom. del Sig. *Bode* Berlino 1793) I.° Ha mutato in poſitivi li differenziali negativi implicati nella ſeconda ragione, affine di procedere ſenza errore alle traſformazioni analitiche, di cui parleremo or ora: ma come per queſti caſi il Sig. *Cagnoli* ha avvertito preciſamente (§. 282) come ſi poſſa operare con ſicurezza, cade l'accuſa del Sig. *Camerer* ſu queſto punto. II.° Ha ridotto in ſerie i valori totali d'ogni differenziale, liberando il ſecondo membro dell' equazione dal differenziale ignoto. Non ſi deve negar lode a queſto eſpediente; ma è vero altresì che per lo più riuſcendo complicato il calcolo delle funzioni aſſunte dal Sig. *Camerer*, la di lui approſſimazione col mezzo di queſte ſerie ſenza dubbio è più laborioſa che non è quella per via di falſe poſizioni additata dal Sig. *Cagnoli* al §. 281; ma non ſi deve ricorrere alle approſſimazioni in materia che ammette determinazioni eſatte. L'occaſione ch' ebbi di verſare intorno alle variazioni analitiche finite (Mem. della Soc. Italiana T. IV.) mi fece fin da quell' epoca entrare in opinione, che biſognava prendere ſott' altro aſpetto l'argomento, e trattarlo per altra via, onde avere tutte le variazioni ſeparate ed intere ſenza approſſimazioni. Così ho fatto; ed ecco il metodo che n' è riſultato certamente eſatto e rigoroſo, e faciliſſimo, ſe non erro, così nella piana, come nella sferica Trigonometria.

§. I.

Sei, come tutti ſanno, ſono le parti, di un triangolo. Date tre di queſte parti, delle quali una almeno ſia un lato del triangolo, ſi determinano le altre tre. Ma ſiccome ſi viene in cognizione di queſte tre ad una ad una ſeparatamente, così ciaſcheduna di eſſe è ſempre eſpreſſa da funzione delle tre parti date. La variazione dunque di ciaſchedu-

na di quelle tre parti non altro può essere fuorchè la variazione di questa funzione delle tre parti date. Bisogna pertanto, che per l'estimazione di sì fatte variazioni si dia luogo a opportune relazioni contenenti le parti del Triangolo a quattro a quattro, ove una di esse qualunque possa riguardarsi e trattarsi come funzione dell'altre tre.

Ma dovendo altre di esse variar per sè, ed altre per variazione indotta, ed altre necessariamente restar invariate, si dicano *Varianti* le prime, *Variate* le seconde, e *Costanti* quelle che non variano nè per sè, nè per variazione derivativa.

Quest' idea chiara della cosa fa subito comprendere,

I. Che le *Varianti* non debbono dipendere l'una dall'altra, nè indursi variazione scambievolmente.

II. Che le *Variate* debbono entrare una sola per volta nelle relazioni suddette, che diremo *Relazioni Appropriate*, non essendo luogo ad altre parti *Variate* subito che non è legata la mutazione dell' una con la mutazione dell' altra; e deve ciascheduna separatamente derivare dalla sola mutazione delle *Varianti*.

III. E che perciò ciascheduna delle *Variate* dovrà sempre essere rappresentata o da funzione di una *Variante* e due *Costanti*, o da funzione di due *Varianti* e una *Costante*, o da funzione di tre *Varianti* insieme, secondo che o una sola parte nel Triangolo varierà per sè, o vi dovranno variar due o tre parti simultaneamente.

§. II.

Esposti i principj, sia lecito di premettere all'applicazione che ne faremo alcune necessarie avvertenze.

I. Un angolo che abbia per seno la grandezza z si scriverà *ang. sen.* z, così *ang. cos.* z, *ang. tang.* z &c. sarà un angolo che ha per coseno, per tangente ecc. la grandeza z.

II. L' espressione *cos. ang. sen.* z significherà il coseno di un angolo che ha per seno la grandezza z. Così *tang. ang. sen.* z sarà la tangente di un angolo avente per seno la grandezza z, e così d' altre simili espressioni. E facile da vedere, che la

prima equivale alla forma esplicita $\sqrt{(1-z^2)}$, la seconda a questa $\frac{z}{\sqrt{(1-z^2)}}$ &c. Ma essendo nelle Tavole de' seni a fianco del seno z il coseno corrispondente del medesimo angolo, la tangente &c. può essere più comodo nella pratica il contrassegnare così tali linee, che non è il calcolarle di fatto.

III. Con la lettera δ si esprimeranno le variazioni di valore incognito, e con la lettera Δ le variazioni conosciute.

IV. Lo stato variato di z si esprimerà, com' è costume, col simbolo z', e sarà z' lo stesso che $z + \delta z$, oppure $z + \Delta z$, secondo che z sarà una parte *Variata*, oppur *Variante* del Triangolo.

§. III.

TRIGONOMETRIA PIANA

Variazioni indotte dalla variabilità di una parte nell' altre parti del Triangolo.

I.

Variabilità di un lato. Sia ABC (fig. I.) il triangolo, AC (F) il lato *variante*, e CD o CD' la variazione di questo lato. E' manifesto, che due parti restano invariate o *costanti*, cioè il lato AB (G), e l' angolo adjacente $BAC\,(A)$, e che variano le altre tre parti del triangolo, cioè I. l'angolo $ACB\,(C)$ II. l' angolo $ABC\,(B)$ III. il lato $BC\,(H)$.

I. Per trovare la mutazione indotta nell' angolo variato ACB la relazione *appropriata* (§. I.), in cui non entrino che la variante $AC\,(F)$, le costanti, e la parte variata $ACB\,(C)$, è la seguente somministrata dalla Trigonometria

$tang.\ C = \frac{G\ sen.\ A}{F - G\ cos.\ A}$. Sarà per tanto $ang.\ C = ang.\ tang.$ $\left(\frac{G\ sen.\ A}{F - G\ cos.\ A}\right)$. Per la qual cosa, variando stato da ambe le

parti, si avrà $ang.\ C' = ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F' - G\ cos.\ A}\right)$, cioè

$ang.\ C \mp \delta C = ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F \pm \Delta F - G\ cos.\ A}\right)$, e però

$\mp \delta C = ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F \pm \Delta F - G\ cos.\ A}\right) - ang.\ C$

II. E quanto all' angolo variato ABC, è cosa evidente, attesa la permanenza dell' angolo BAC, che la sua variazione è la stessa dell' altro angolo variato ACB, ma in senso contrario.

III. E quanto finalmente alla variazione del lato $BC(H)$, poichè si ha, come nell' artic. preced., $ang.\ C = ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F - G\ cos.\ A}\right)$, e però $sen.\ C = sen.\ ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F - G\ cos.\ A}\right)$ (§. II.), la relazione appropriata sarà per le regole trigonometriche

$$H = \frac{G\ sen.\ A}{sen.\ C.} = \frac{G\ sen.\ A}{sen.\ ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F - G\ cos.\ A}\right)}$$

Laonde, variando stato e trasponendo, si avrà

$$\pm \delta H = \frac{G\ sen.\ A}{sen.\ ang.\ tang.\left(\frac{G\ sen.\ A}{F \pm \Delta F - G\ cos.\ A}\right)} - H;$$

che se si voglia il valore esplicito di δH, si faccia $\frac{G\ sen.\ A}{F' - G\ cos\ A} = x$, sarà per i principi di Trigonometria $sen.\ ang.\ tang\ x = x : \sqrt{(1 + x^2)}$; e però, sostituendo il valore di x, si troverà $\pm \delta H = \sqrt{(G^2 + (F \pm \Delta F)^2 - 2G(F \pm \Delta F)\ cos.\ A)} - H$

II.

Variabilità di un angolo. Sia nel medesimo triangolo B l' angolo *variante*, e la sua variazione sia l' angolo CBD, o CBD'. E' certo, che per questa variazione si mutano i lati I. $AC(F)$ II. $BC(H)$ III. l' angolo $BCA(C)$, restando *costanti* l' angolo $BAC(A)$, e il lato $AB(G)$.

I. Per trovare la variazione del lato *variato* AC, la relazione appropriata, in cui non entrano che le varianti (*ang.* B), le coſtanti, e il lato variato $AC(F)$, ſi definirà in queſto modo.
Eſſendo $sen.\ G : sen.\ B = G : F$, e $sen.\ C = sen.\ (A+B)$, ſarà immediatamente $F = \frac{G\ sen.B}{sen.\ (A+B)}$. Pertanto variando ſtato, e traſponendo ſarà $\pm \delta F = \frac{G\ sen.\ (B \pm \Delta B)}{sen.\ (A+B \pm \Delta B)} - F$

II. Quanto alla mutazione dell' altro lato variato $BC(H)$, poichè la trigonometria ſomminiſtra
$sen.\ C : sen.\ A = G : H = sen.\ (A+B) : sen.\ A$, ſi avrà
$H = \frac{G\ sen.\ A}{sen.\ (A+B)}$. Dunque variando ſtato ſarà
$$\pm \delta H = \frac{G\ sen.\ A}{sen.\ (A+B+\Delta B)} - H$$

III. La variazione finalmente dell' angolo $BCA(C)$ è la ſteſſa dell' angolo $ABC(B)$, ma in ſenſo contrario, com' è manifeſto.

III.

Ma debbano eſſere per condizione *coſtanti un lato e l' angolo oppoſto*. Sia $BAC(A)$ l'angolo coſtante (fig. II.), il lato coſtante ſia l' oppoſto $BC(H)$, e ſia primamente

Variante un lato, come $AB(G)$. Le parti *variate* ſaranno I. il lato $AC(F)$ II. l' angolo $BCA(C)$ III. l' angolo $ABC(B)$.

I. Per la variazione del lato AC, eſſendo per i principj di Trigonometria
$cos.\ A = \frac{G^2+F^2-H^2}{2GF}$, la relazione appropriata ſarà
$F = G\ cos.\ A \pm \sqrt{(H^2 - G^2\ sen.^2 A)}$.
Dunque variando ſtato ſarà ſubitamente
$$\delta F = (G+\Delta G)\ cos.\ A \pm \sqrt{\left(H^2 - (G+\Delta G)^2 sen.^2 A\right)} - F$$
Nello ſteſſo modo ſi troverà la variazione del lato G, ſe foſſe il lato F aſſunto come variante, di queſta forma
$$\delta G = (F+\Delta F)\ cos.\ A \pm \sqrt{\left(H^2 - (F+\Delta F)^2\ sen.^2 A\right)} - G$$

II. E quanto alla variazione dell' angolo BCA, poichè $sen.\ C = \frac{G\ sen.\ A}{H}$, sarà

$ang.\ C. = ang.\ sen. (\frac{G\ sen.\ A}{H})$. Dunque variando stato si avrà

$\delta C = ang.\ sen. (\frac{(G+\Delta G)\ sen A}{H}) - ang.\ C$

III. La variazione poi dell' angolo ABC sarà la stessa che abbiamo trovato per l' angolo ACB, ma in senso contrario.

Variante un angolo, come ABC. Le parti variate saranno I. il lato $AC\,(F)$ II. il lato $AB\,(G)$ III. l' angolo ACB.

I. Per la variazione del lato AC, essendo $F = \frac{H\ sen. B}{sen.\ A}$, si avrà col solito metodo $\delta F = \frac{H\ sen.\ (B+\Delta B) - F\ sen.\ A}{sen.\ A}$,

II. E per la variazione del lato AB, essendo $G = \frac{H\ sen.\ C}{sen.\ A}$, e $sen.\ C = sen.\ (A+B)$, onde $G = \frac{H\ sen.(A+B)}{sen.\ A}$, sara $\delta G = \frac{H\ sen.\ (A+B+\Delta B) - G\ sen.\ A}{sen.\ A}$

III. Ed è poi evidente per la variazione dell' angolo C, che $\delta C = -\Delta B$.

IV.

Ma di nuovo debbano essere per condizione *costanti due lati del triangolo*, posta variante un' altra parte qualunque. Sia pertanto *Variante l' angolo* $ABC\,(B)$ (fig. III.), e siano *costanti* i lati $AB\,(G)$, $BC\,(H)$ che lo comprendono. Le parti *variate* saranno I. il lato $AC\,(F)$ divenuto AD II. l' angolo $BAC\,(A)$ III. l' angolo $BCA\,(C)$.

I. Per la variazione del lato AC, essendo $cos.\ B. = \frac{G^2+H^2-F^2}{2GH}$, la relazione appropriata sarà

$F = \pm\sqrt{(G^2+H^2-2GH\ cos.\ B)}$

Variando

Variando pertanto ſtato, e traſponendo, ſi avrà

$$\delta F = \pm\sqrt{(G^2+H^2-2GH\,cof.(B\mp\Delta B))} - F$$

II. Quanto all'angolo BAC, ſi conſideri, che

$tang.\ A = \frac{H\,fen.\,B}{G-H\,cof.\,B}$, e che però

$ang.\ A = ang.\ tang.\ (\frac{H\,fen.\,B}{G-H\,cof.\,B})$. Dunque variando ſtato ſarà $\delta A = ang.\ tang.\ (\frac{H\,fen.(B\mp\Delta B)}{G-H\,cof.(B\mp\Delta B)}) - ang.\ A$

III. Similmente ſi troverà

$$\delta C = ang.\ tang.\ (\frac{G\,fen.(B\mp\Delta B)}{H-G\,cof.(B\mp\Delta B)}) - ang.\ C$$

Variante l' angolo $BAC\,(A)$ *adiacente a uno de' lati coſtanti* AB. Le parti *variate* ſaranno I. il lato $AC\,(F)$ II. l'angolo $ABC(B)$ III. l'angolo $BCA\,(C)$.

I. Per la variazione del lato AC, giacchè $cof.\,A = \frac{F^2+G^2-H^2}{2FG}$, la relazione appropriata ſarà

$F = G\,cof.\,A \pm \sqrt{(H^2-G^2\,fen.^2 A)}$, e però

$$\delta F = G\,cof.\,(A\pm\Delta A) \pm \sqrt{(H^2-G^2 fen.^2(A\pm\Delta A))} - F$$

II. E quanto all' angolo $ABC\,(B)$, eſſendo $fen.\ A : fen.\ C = H : G = fen.\ A : fen.\ (A+B)$, ſarà $fen.\,(A+B) = \frac{G\,fen.\,A}{H}$,

onde $ang.\,(A+B) = ang.\,fen.(\frac{G\,fen.\,A}{H})$, Dunque

$ang.\,B = ang.\,fen.\,(\frac{G\,fen.\,A}{H}) - ang.\,A$, e però immediatamente

$$\delta B = ang.\,fen.(\frac{G\,fen.\,(A\pm\Delta A)}{H}) - ang.\,(A\pm\Delta A+B)$$

III. La variazione dell'angolo BCA ſi trarrà facilmente dall' eſſere $fen.\,C : fen.\,A = G : H$, onde $fen.\ C = \frac{G\,fen.\,A}{H}$,

e però $ang.\ C = ang.\,fen.\ (\frac{G\,fen.\,A}{H})$, e

$$\delta C = ang.\,fen.\ (\frac{G\,fen.\,(A\pm\Delta A)}{H}) - ang.\ C$$

§. IV.

Variazioni indotte dalla variabilità di due parti nell' altre parti del Triangolo.

I.

VAriabilità di due lati. Sia ABC (fig. IV.) il triangolo, $AB(G)$, $BC(H)$ i due lati *varianti*. Resta invariato o *costante* il solo angolo $BAC(A)$, e le parti *variate* saranno. I. l' ang. ABC (B) II. l' ang. $ACB(C)$ III. il lato $AC(F)$. Come pertanto le mutazioni insorte in queste parti variate derivano da tutte due insieme le variazioni de' lati AB, BC, è cosa indubitata, che dette varianti non debbono separarsi nelle relazioni *appropriate*, e che perciò le parti variate debbono ad una ad una mettersi in relazione, non con una variante, ma con tutte insieme (§. I.). Posto ciò

I. Per trovare la variazione dell' *ang.* ABC; giacchè $sen.\ C : sen.\ A = G : H = sen.(A+B) : sen.\ A$, sarà variando stato $G' : H' = sen.(A+B') : sen.\ A$, e però $sen.\ (A+B')$

$$= \frac{G'\, sen.\ A}{H'},\ \text{onde}\ ang.\ (A+B') = ang.\, sen.\left(\frac{G'\, sen.\ A}{H'}\right).$$

Per la qual cosa $ang.\ (B+\delta B) = ang.\, sen.\ \left(\frac{G'\, sen.\ A}{H'}\right) - ang.A$

e immediatamente

$$\delta B = ang.\, sen.\left(\frac{(G+\Delta G)\, sen.\ A}{H+\Delta H}\right) - ang.(A+B)$$

II. Attesa la permanenza dell' *ang.* BAC, la variazione dell' *ang.* ACB è la medesima manifestamente dell' *ang.* ABC, ma in senso contrario.

III. E quanto finalmente alla variazione del lato $AC\ (F)$, essendo per la Trigonometria $tang.\ C = \frac{G\, sen.\ A}{F - G\, cos.A}$, e

$ang.\ C = ang.\, tang.\left(\frac{G\, sen.\ A}{F - G\, cos.\ A}\right)$, ed essendo pure

$sen. C. = (\frac{G\, sen.\, A}{H}$, onde *ang.* C = *ang. sen.* $(\frac{G\, sen.\, A}{H})$, sarà $(\frac{G\, sen.\, A}{F - G\, cos.\, A}) = tang.\, ang.\, sen.$ $(\frac{G\, sen.\, A}{H})$. Perciò la relazione appropriata sarà

$$F = G\, cos.\ A + \frac{G\ sen.\ A}{tang.\, ang.\, sen.\ (\frac{G\ sen.\ A}{H})}$$ e la variazione dimandata

$$\delta F = G'\left(cos.\ A + \frac{sen.\ A}{tang.\ ang.\ sen.\ (\frac{G'\ sen.\ A}{H'})}\right) - F$$

Che se si voglia questa variazione in termini espliciti è facile da vedere, che *tang. ang. sen.* $\frac{G\ sen.\ A}{H}$ $= \frac{G\ sen.\ A}{\sqrt{(H^2 - G^2\ sen.^2 A)}}$. Sarà pertanto $F = G\ cos.\ A + \sqrt{(H^2 - G^2 sen.^2 A)}$, e la sua variazione

$$\delta F = (G + \Delta G)\, cos.\ A + \sqrt{\left((H+\Delta H)^2 - (G+\Delta G)^2 . sen.^2 A\right)} - F$$

II.

Variabilità di due angoli. Sia ABC (fig. V.) il triangolo, BAC (A), BCA (C) gli angoli *varianti*. Resta *costante* il solo lato AC (F), e le parti *variate* saranno I. il lato AB (G) II. il lato BC (H) III. L'angolo ABC (B).

I. La relazione *appropriata* per la variazione del lato AB (G) II. sarà per le regole trigonometriche

$$G = \frac{F\ sen.\ C}{sen.\ B} = \frac{F\ sen.\ C}{sen.\ (A + C)}.$$

Per la qual cosa, variando stato, sarà

$$G' = \frac{F\ sen.\ C'}{sen.\ (A' + C')}$$ e però

$$\delta G = \frac{F\,sen.(C+\Delta C) - G\,sen.(A+\Delta A+C+\Delta C)}{sen.(A+\Delta A+C+\Delta C)}$$

II. Nello ſteſſo modo, eſſendo $H = \frac{F\,sen.\,A}{sen(A+C)}$, ſi troverà

$$\delta H = \frac{F\,sen.(A+\Delta A) - H\,sen.(A+\Delta A+C+\Delta C)}{sen.(A+\Delta A+C+\Delta C)}$$

III. E quanto alla variazione dell' Angolo *ABC* (*B*) è manifeſto, che deve eſſere $\delta B = -\Delta A - \Delta C$.

III.

Variabilità di un angolo e di un lato. Sieno nel medeſimo triangolo (Fig. V.) *l'ang. BCA* (*C*), e il lato *AC* (*F*) le parti *varianti*; reſterà *coſtante* il ſolo *ang.BAC* (*A*), e le parti *variate* ſaranno I. il lato *AB* (*G*) II. il lato *BC* (*H*) III. l' *ang. ABC* (*B*).

I. E quanto primamente alla variazione del lato *AB*, la relazione appropriata, in cui non entrino, che le varianti, la coſtante, e la parte variata, ſarà

$G = \frac{F\,sen.C}{sen.B} = \frac{F\,sen.C}{sen.(A+C)}$. Perciò avremo variando ſtato

$$\delta G = \frac{(F+\Delta F)\,sen.(C+\Delta C) - G\,sen.(A+\Delta A+C+\Delta C)}{sen.(A+\Delta A+C+\Delta C)}$$

II. Nello ſteſſo modo troveremo la variazione del lato *BC* (*H*) di queſta forma

$$\delta H = \frac{(F+\Delta F)\,sen\,A - H\,sen.(A+C+\Delta C)}{sen.(A+C+\Delta C)}$$

III. E la variazione poi dell' angolo *ABC* δB ſarà la ſteſſa ΔC data dell' angolo variante, com'è manifeſto, ma in ſenſo contrario.

§. V.

Variazioni indotte dalla variabilità di tre parti nell' altre parti del Triangolo.

TRe essendo le *varianti* simultanee in questa sorta di variazioni, e dovendo le parti *variate* esser poste in relazione ad una ad una con tutte insieme le *varianti*, è certo, che in questo caso non è luogo ad alcuna parte invariata o *costante* nel triangolo.

I.

Variabilità di tre lati. Sia ABC (fig. VI.) il Triangolo, in cui sono *varianti* tutti tre i lati AB (G), $BC(H)$ $AC(F)$, convertito perciò nel triangolo CDE. Varieranno pertanto gli angoli I. BCA (C) II. ABC (B) III. BAC (A).

I. E quanto primamente all' angolo C, la relazione appropriata sarà

$$\text{cos. } C = \frac{F^2 + H^2 - G^2}{2FH}\text{, onde risulta}$$

$$\text{ang. } C = \text{ang. cos. } \left(\frac{F^2 + H^2 - G^2}{2FH}\right)\text{, e la variazione}$$

$$\delta\, C = \text{ang. cos. } \left(\frac{\overline{F+\Delta F}^2 + \overline{H+\Delta H}^2 - \overline{G+\Delta G}^2}{2(F+\Delta F)(H+\Delta H)}\right) - \text{ang. } C$$

II. nello stesso modo si troverà per l'*angolo* B

$$\delta\, B = \text{ang. cos. } \left(\frac{\overline{G+\Delta G}^2 + \overline{H+\Delta H}^2 - \overline{F+\Delta F}^2}{2(G+\Delta G)(H+\Delta H)}\right) - \text{ang. } B$$

III. E la variazione poi del terzo angolo A sarà manifestamente

$$\delta\, A = -\Delta\, B - \Delta\, C$$

II.

Variabilità di un angolo, e di due lati. Siano nel me-

medesimo Triangolo l'*ang.* BAC (A), il lato AB (G), e il lato BC (H) le parti *varianti*. Le parti *variate* sarann o I. il lato AC (F) II. l'angolo ABC (B) III. l'angolo ACB (C)

I. Quanto al lato AC, essendo, come qui sopra,

$cos.\ A = \frac{F^2 + G^2 - H^2}{2FG}$, la relazione appropriata sarà

$$F = G\ cos.\ A \pm \sqrt{(H^2 - G^2\ sen.^2 A)}$$

Dunque variando stato, avremo immediatamente

$$\delta F = (G+\Delta G) cos.(A+\Delta A) \pm \sqrt{\left((H+\Delta H)^2 - (G+\Delta G)^2 sen.^2(A+\Delta A)\right)} - F$$

Che se in vece del lato BC fosse stato *variante* il lato AC (F), con lo stesso metodo si sarebbe trovata la variazione del lato H di questa forma

$$\delta H = \pm \sqrt{\left((G+\Delta G)^2 + (F+\Delta F)^2 - 2(G+\Delta G)(F+\Delta F)\ cos.(A+\Delta A)\right)} - H$$

II. Per la variazione poi dell'Angolo ABC (B), essendo $sen.\ C : sen.\ A = G : H = sen.(A+B) : sen.\ A$, sarà

$$sen.(A+B) = \frac{G\ sen.\ A}{H},\ \text{e}\ ang.(A+B) = ang.\ sen.\ \frac{G\ sen.\ A}{H}$$

Perciò $ang.\ B = ang\ sen.\ \frac{G\ sen.\ A}{H} - ang.\ A$, e

$$\delta B = ang.\ sen.\left(\frac{(G+\Delta G) sen.(A+\Delta A)}{H+\Delta H}\right) - ang.(A+\Delta A+B)$$

III. E finalmente per la variazione dell'angolo ACB(C), poichè la relazione appropriata è

$sen.C = \frac{G\ sen.\ A}{H}$, onde $ang.\ C = ang.\ sen.\ \frac{G\ sen.\ A}{H}$, sarà

$$\delta C = ang.\ sen.\left(\frac{(G+\Delta G)\ sen.(A+\Delta A)}{H+\Delta H}\right) - ang.\ C$$

III.

Variabilità di due angoli e un lato. Sia il medesimo triangolo (fig. VI.) in cui le parti *varianti* sieno l'*angolo* BAC (A), l'*angolo* ABC (B), e il lato AC (F); e però le *variate* saranno I. il lato AB (G) II. il lato BC (H) III. l'*angolo* BCA (C).

I. Pertanto la relazione appropriata per la variazione del lato AB, ſtante l'analogia trigonometrica $ſen. C : ſen. B = G : F = ſen.(A+B) : ſen. B$, ſarà $G = \frac{F\, ſen.(A+B)}{ſen. B}$. Dunque, variando ſtato, ſi avrà immediatamente

$$\delta G = \frac{(F+\Delta F)\, ſen.(A+\Delta A+B+\Delta B) - G\, ſen.(B+\Delta B)}{ſen.(B+\Delta B)}$$

II. E con lo ſteſſo metodo, eſſendo $H = \frac{F\, ſen. A}{ſen. B}$; ſi troverà la variazione di H

$$\delta H = \frac{(F+\Delta F)\, ſen.(A+\Delta A) - H\, ſen.(B+\Delta B)}{ſen.(B+\Delta B)}$$

III. E quanto finalmente alla variazione dell' *angolo* ACB (C), eſſendo date le variazioni Δ *ang.* A, Δ *ang.* B, ſarà manifeſtamente

$$\delta C = -(\Delta A + \Delta B)$$

§. VI.

Potrebbero moltiplicarſi i Problemi variando condizioni e dati a piacere. Ma è miglior conſiglio il ridur tutto a forme generali, come ho fatto nella ſeguente Tavola, a cui in ogni caſo può ricorrere il calcolatore, onde trattare le variazioni triangolari ſotto qualunque aſpetto. In fatto ſi cerchi, per modo di eſempio, la variazione del lato (H) (fig. I.), mentre ſia coſtante l'*angolo* A, e varianti i lati (G), (F). Nelle colonne a ſiniſtra ſi trovi la combinazione delle quattro lettere A F G H, ch'è la X^{ma}. La ſeconda equazione ſomminiſtrerà ſul fatto la relazione dimandata, in cui facendo variare ſtato alle lettere F, G, H, ſi otterrà

$$H' = \sqrt{(G'^2 + F'^2 - 2G'F'\, coſ. A)}$$

cioè, apponendo alla variazione di H il ſegno delle variazioni incognite, e quello delle cognite alle variazioni di F, G

$$\delta H = \sqrt{\left((G+\Delta G)^2 + (F+\Delta F)^2 - 2(G+\Delta G)(F+\Delta F)\, coſ. A\right)} - H$$

E chiedendo con le ſteſſe condizioni dell'*ang.* A coſtante, e di F, G varianti la variazione dell'*angolo* B, ſi cer-

chi la combinazione delle quattro lettere *BFGA*, ch' è la I^{ma}. Nella quarta equazione ſi avrà la relazione appropriata onde trovare col metodo uſato

$$\delta B = ang.\,tang.\,\frac{(F+\Delta F)\,sen.\,A}{G+\Delta G-(F+\Delta F)\,cos.\,A} - ang.\,B$$

Non credo, che ſia neceſſario il diffonderſi più oltre in queſta materia, ridotta, come mi ſembra, a tutta la poſſibile facilità.

TAVOLA

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo rettilineo.

I. A. B. F. G	$F = \frac{G \text{ sen. } B}{\text{sen. } \overline{A+B}}$ $G = \frac{F \text{ sen. } \overline{A+B}}{\text{sen. } B}$ $\text{ang. } A = \text{ang. sen. } \frac{G \text{ sen. } B}{F} - \text{ang. } B$ $\text{ang. } B = \text{ang. tang. } \frac{F \text{ sen. } A}{G - F \text{ cos. } A}$	V. B. C. F. H	$F = \frac{H \text{ sen. } B}{\text{sen. } \overline{B+C}}$ $H = \frac{F \text{ sen. } \overline{B+C}}{\text{sen. } B}$ $\text{ang. } C = \text{ang. sen. } \frac{H \text{ sen } B}{F} - \text{ang. } B$ $\text{ang. } B = \text{ang. tang. } \frac{F \text{ sen. } C}{H - F \text{ cos. } C}$
II. A. B. F. H	$F = \frac{H \text{ sen. } B}{\text{sen. } A}$ $H = \frac{F \text{ sen. } A}{\text{sen. } B}$ $\text{ang. } A = \text{ang. sen. } \frac{H \text{ sen. } B}{F}$ $\text{ang. } B = \text{ang. sen. } \frac{F \text{ sen. } A}{H}$	VI. B. C. G. H	$G = \frac{H \text{ sen. } C}{\text{sen. } \overline{B+C}}$ $H = \frac{G \text{ sen. } \overline{B+C}}{\text{sen. } C}$ $\text{ang. } B = \text{ang. sen. } \frac{H \text{ sen. } C}{G} - \text{ang. } C$ $\text{ang. } C = \text{ang. tang. } \frac{G \text{ sen. } B}{H - G \text{ cos. } B}$
III. A. B. G. H	$H = \frac{G \text{ sen. } A}{\text{sen. } \overline{A+B}}$ $G = \frac{H \text{ sen. } \overline{A+B}}{\text{sen. } A}$ $\text{ang. } B = \text{ang. sen } \frac{G \text{ sen. } A}{H} - \text{ang. } A$ $\text{ang. } A = \text{ang. tang. } \frac{H \text{ sen. } B}{G - H \text{ cos. } B}$	VII. C. F. A. G	$G = \frac{F \text{ sen. } C}{\text{sen. } \overline{A+C}}$ $F = \frac{G \text{ sen. } \overline{A+C}}{\text{sen. } C}$ $\text{ang. } A = \text{ang. sen. } \frac{F \text{ sen } C}{G} - \text{ang. } C$ $\text{ang. } C = \text{ang. tang. } \frac{G \text{ sen. } A}{F - G \text{ cos. } A}$
IV. B. C. F. G	$G = \frac{F \text{ sen. } C}{\text{sen. } B}$ $F = \frac{G \text{ sen. } B}{\text{sen. } C}$ $\text{ang. } C = \text{ang. sen. } \frac{G \text{ sen. } B}{F}$ $\text{ang. } B = \text{ang. sen. } \frac{F \text{ sen. } C}{G}$	VIII. C. F. A. H	$H = \frac{F \text{ sen. } A}{\text{sen. } \overline{A+C}}$ $F = \frac{H \text{ sen. } \overline{A+C}}{\text{sen. } A}$ $\text{ang. } C = \text{ang. sen. } \frac{F \text{ sen. } A}{H} - \text{ang. } A$ $\text{ang. } A = \text{ang. tang. } \frac{H \text{ sen. } C}{F - H \text{ cos. } C}$

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo rettilineo.

IX. C. F. G. H	ang. $C =$ ang. cos. $\frac{E^2 + H^2 - G^2}{2FH}$ $G = \sqrt{(F^2 + H^2 - 2FH \text{ cos. } C)}$ $H = F \text{ cos. } C \pm \sqrt{(G^2 - F^2 \text{ sen}^2 C)}$ $F = H \text{ cos. } C \pm \sqrt{(G^2 - H^2 \text{ sen.}^2 C)}$	XI. F. G. H. B	ang. $B =$ ang. cos. $\frac{G^2 + H^2 - F^2}{2GH}$ $F = \sqrt{(G^2 + H^2 - 2GH \text{ cos. } B)}$ $G = H \text{ cos. } B \pm \sqrt{(F^2 - H^2 \text{ sen.}^2 B)}$ $H = G \text{ cos. } B \pm \sqrt{(F^2 - G^2 \text{ sen.}^2 B)}$
X. A. F. G. H	ang. $A =$ ang. cos. $\frac{G^2 + F^2 - H^2}{2FG}$ $H = \sqrt{(G^2 + F^2 - 2GF \text{ cos. } A)}$ $F = G \text{ cos. } A \pm \sqrt{(H^2 - G^2 \text{ sen.}^2 A)}$ $G = F \text{ cos. } A \pm \sqrt{(H^2 - F^2 \text{ sen}^2 A)}$	XII. A. C. G. H	$G = \frac{H \text{ sen. } C}{\text{sen. } A}$ $H = \frac{G \text{ sen. } A}{\text{sen. } C}$ ang. $C =$ ang. sen. $\frac{G \text{ sen. } A}{H}$ ang. $A =$ ang. sen. $\frac{G \text{ sen. } C}{G}$

§ VII.

TRIGONOMETRIA SFERICA.

E' bene, che nella Trigonometria piana si sieno percorse le variazioni a parte a parte, perchè il metodo di trattarle non incontri difficoltà in verun caso, e sia nel tempo stesso fatta strada al maneggio facile ed uinforme di quelle che alla Sferica appartengono. Posti i medesimi principj sarebbe agevole il prendere per mano anche in questa Trigonometria le variazioni indotte dalla variabilità di una parte (§. III.), di due (§. IV.), di tre (§. V.) nell' altre parti del Triangolo sferico; ma ben inteso l'uso delle Tavole che abbiamo esibito pe' triangoli rettilinei, son certo, che si troverà utile e compendioso il valersi di un simile ajuto per maneggiare tutte le variazioni de' triangoli sferici. Pertanto la Tavola quì annessa riferita al triangolo sferico *ABC* (fig. VII.), e calcolata con tutta la diligenza, supplirà a tutti i casi comodamente. Vi si sono contrassegnati coll' asterisco i casi dubbj in ogni particolare risoluzione tanto per parte de' lati quanto per conto degli angoli; e sopra questi casi potrà sempre consultarsi la Trigonometria sferica del Sig. *Cagnoli* per accertarsi del valore dimandato precisamente secondo le circostanze.. E perchè se n'abbia una qualche applicazione per norma, daremo un' esempio per ciaschedun caso di variabilità di una parte, di due, e di tre del Triangolo Sferico fondamentale.

§. VIII.

Variazioni indotte dalla variabilità di una parte nell' altre parti del Triangolo.

V*Ariabilità di un lato*.. Sia *ABC* (fig. VII.) il triangolo, e sieno *AC* (*F*) il lato *variante*, costanti il lato *AB*

(*G*) e l'angolo adiacente *A*, e *Variate* le altre tre parti del triangolo, cioè I. l'angolo *B* II. l'angolo *C* III. il lato *BC* (*H*). Si cerchi la mutazione indotta nell'angolo variato *B*. Si vede ſubitamente, che la relazione appropriata (§. I.) in cui non entri che la *variante* *F*, le coſtanti *G*, *A*, e la parte *variata* *B* appartiene alla combinazione delle quattro lettere *A*. *B*. *F*. *G*, e che la quarta equazione

$$ang.\ B = ang.\ tang.\ \frac{ſen.\ A}{ſen.\ G\ cot.\ F - coſ.\ G\ coſ.\ A}$$

è quella che la ſomminiſtra. Pertanto, variando ſtato da ambe le parti, ſi avrà

$$ang.\ B' = ang.\ tang.\ \frac{ſen.\ A}{ſen.\ G\ cot.\ F' - coſ.\ G\ coſ.\ A}\ ;$$ e

perciò immediatamente

$$\delta B = ang.\ tang.\ \frac{ſen.\ A}{ſen.\ G\ cot.\ (F + \Delta F) - coſ.\ G\ coſ.\ A} - ang.\ B$$

Nella X. combinazione *C*. *F*. *A*. *G* ſi troverà la relazione appropriata per la variazione di *C*, e nella XIV. *A*. *F*. *G*. *H* la relazione per la variazione del lato *BC* (*H*). Si veggano le analogie finite dal §. 541 al §. 564 della Trigonometria sferica del Sig. *Cagnoli*.

§. IX.

Variazioni indotte dalla variabilità di due parti nell' altre parti del Triangolo sferico.

V*Ariabilità di due lati*. Sia *ABC* (fig. VIII.) il triangolo, *AB* (*G*), *BC* (*H*) i due lati *varianti*, coſtante l'angolo *BAC* (*A*), e *variati* I. l'angolo *ABC* (*B*) II. l'angolo *ACB* (*C*) III. il lato *AC* (*F*).

Si cerchi la mutazione indotta nell'angolo *ABC* (*B*). Si comprende facilmente, che la relazione appropriata deve appartenere alla combinazione delle quattro lettere *A*. *B*. *G*. *H*, e che la terza equazione ce la ſomminiſtra prontamente. Variando pertanto ſtato, e traſponendo ſi avrà

$\delta B^* = ang.\ cot.\ (\ coſ.\ G'\ tang.\ A\ ) \pm ang.\ coſ.\ (\ coſ.\ ang.$

$$cot. \left(cos. G' \; tang. A \right) \frac{tang. G'}{tang. H'} \Big) - ang. B^*$$

Nella XII. combinazione poi si troverà la relazione appropriata per determinare la variazione dell' angolo C; e nella XIV. la relazione per la variazione del lato AC (F).

§. X.

Variazioni indotte dalla variabilità di tre parti nell' altre parti del Triangolo.

V*Ariabilità di tre lati*. Sia ABC (fig. VII.) il triangolo, in cui sono *varianti* i tre lati AB (G), AC (F), BC (H). Saranno *variati* tutti e tre gli angoli I. BAC (A) II. ABC (B) III. ACB (C). Se pertanto si cerchi la variazione dell' *ang.* A, la relazione appropriata dovrà appartenere alla combinazione delle quattro lettere A. F. G. H, e sarà ella espressa dalla prima equazione

$$ang. \; A = ang. \; cos. \left(\frac{cos. \; H - cos. \; F \; cos. \; G}{sen. \; F \; sen. \; G} \right)$$

Per la qual cosa, variando stato e trasponendo, sarà

$$\delta A = ang. \, cos. \left(\frac{cos. \; H' - cos. \; F' \, cos. \, G'}{sen. \, F' \, sen. \, G'} \right) - ang. \; A$$

Similmente nella XV. combinazione si troverà la relazione appropriata per la variazione dell' *ang.* B, e nella XIII. la relazione per la variazione dell' *ang.* C.

§. XI.

Non giova, che più oltre ci estendiamo su questo argomento. Le Tavole che esibiamo, mentre contengono epilogate tutte le risoluzioni de' Triangoli così rettilinei, come sferici, somministrano nel tempo stesso il modo di maneggiare e determinare esattamente e agevolmente tutte le variazioni finite che nella piana e sferica Trigonometria possono proporsi da investigare.

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.

I. A. B. C. G	$\text{arc. } G = \text{arc. cos. } \dfrac{\text{cos. } C + \text{cos. } A \text{ cos. } B}{\text{sen. } A \text{ sen. } B}$ $\text{ang. } C = \text{ang. cos } (\text{cos. } G \text{ sen. } A \text{ sen. } B - \text{cos. } A \text{ cos. } B)$ $\text{ang. } A^{*} = \text{ang. cot. } (\text{cos. } G \text{ tang. } B) \pm \text{ang. sen. } \left(\text{sen. ang. cot. } (\text{cos. } G \text{ tang. } B) \times \dfrac{\text{cos. } C}{\text{cos. } B}\right)$ $\text{ang. } B^{*} = \text{ang. cot } (\text{cos. } G \text{ tang } A) \pm \text{ang. sen. } \left(\text{sen. ang. cot. } (\text{cos. } G \text{ tang. } A) \times \dfrac{\text{cos. } C}{\text{cos. } A}\right)$
II. A. B. C. F	$\text{arc. } F = \text{arc. cos. } \dfrac{\text{cos. } B + \text{cos } A \text{ cos. } C}{\text{sen. } A \text{ sen. } C}$ $\text{ang. } B = \text{ang. cos. } (\text{cos. } F \text{ sen. } A \text{ sen. } C - \text{cos. } A \text{ cos. } C)$ $\text{ang. } A^{*} = \text{ang. cot. } (\text{cos. } F \text{ tang. } C) \pm \text{ang. sen. } \left(\text{sen. ang. cot. } (\text{cos. } F \text{ tang. } C) \times \dfrac{\text{cos. } B}{\text{cos. } C}\right)$ $\text{ang. } C^{*} = \text{ang. cot. } (\text{cos. } F \text{ tang. } A) \pm \text{ang. sen. } \left(\text{sen. ang. cot. } (\text{cos. } F \text{ tang } A) \times \dfrac{\text{cos. } B}{\text{cos. } A}\right)$
III. A. B. C. H	$\text{arc. } H = \text{arc. cos. } \dfrac{\text{cos. } A + \text{cos. } B \text{ cos. } C}{\text{sen. } B \text{ sen. } C}$ $\text{ang. } A = \text{ang. cos. } (\text{cos. } H \text{ sen. } B \text{ sen. } C - \text{cos. } B \text{ cos. } C)$ $\text{ang. } B^{*} = \text{ang. cot. } (\text{cos. } H \text{ tang. } C) \pm \text{ang. sen. } \left(\text{sen. ang. cot. } (\text{cos. } H \text{ tang. } C) \times \dfrac{\text{cos. } A}{\text{cos. } C}\right)$ $\text{ang. } C^{*} = \text{ang. cot. } (\text{cos. } H \text{ tang. } B) \pm \text{ang. sen. } \left(\text{sen. ang. cot. } (\text{cos. } H \text{ tang. } B) \times \dfrac{\text{cos. } A}{\text{cos. } B}\right)$
IV. A. B. F. G	$\text{arc. } F = \text{arc. tang. } \dfrac{\text{sen. } G}{\text{sen. } A \text{ cot. } B + \text{cos. } G}$ $\text{arc. } G^{*} = \text{arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ cos. } A) \pm \text{arc. sen. } \left(\text{sen. arc. tang. } (\text{tang } F. \text{ cos. } A) \times \dfrac{\text{tang. } A}{\text{tang. } B}\right)$ $\text{ang. } A^{*} = \text{ang. cot. } (\text{cos. } G \text{ tang. } B) \pm \text{ang. cos. } \left(\text{cos. ang. cot. } (\text{cos. } G \text{ tang. } B) \times \dfrac{\text{tang. } G}{\text{tang. } F}\right)$ $\text{ang. } B = \text{ang. cot. } \dfrac{\text{sen. } G - \text{tang. } F \text{ cos. } A \text{ cos. } G}{\text{tang. } F \text{ sen. } A} = \text{ang. tang. } \dfrac{\text{sen. } A}{\text{sen. } G. \text{ cot. } F - \text{cos. } G \text{ cos. } A}$
V. A. B. F. H	$\text{arc. } F^{*} = \text{arc. sen. } \dfrac{\text{sen. } B. \text{sen. } H}{\text{sen. } A}$ $\text{arc. } H^{*} = \text{arc. sen. } \dfrac{\text{sen. } F. \text{ sen. } A}{\text{sen. } B}$ $\text{ang. } A^{*} = \text{ang. sen. } \dfrac{\text{sen. } B \text{ sen. } H}{\text{sen. } F}$ $\text{ang. } B^{*} = \text{ang. sen. } \dfrac{\text{sen. } F \text{ sen. } A}{\text{sen. } H}$

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.

VI. A. B. G. H	$\text{arc. H} = \text{arc. tang.}\ \dfrac{\text{sen. G}}{\text{sen. B cot. A} + \text{cos. B cos. G}}$ $\text{arc. G}^* = \text{arc. tang. (tang. H cos. B)} \pm \text{arc. sen.}\left(\text{sen. arc. tang. (tang. H cos. B)} \times \dfrac{\text{tang. B}}{\text{tang. A}}\right)$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot. (cos. G tang. A)} \pm \text{ang. cos.}\left(\text{cos. ang. cot. (cos. G tang. A)} \times \dfrac{\text{tang. G}}{\text{tang. H}}\right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot.}\ \dfrac{\text{sen. G} - \text{tang. H cos. B cos. G}}{\text{tang. H sen. B}} = \text{ang. tang.}\ \dfrac{\text{sen. B}}{\text{sen. G. cot. F} - \text{cos. G cos. B}}$
VII. B. C. F. G	$\text{arc. G}^* = \text{arc. sen.}\ \dfrac{\text{sen. F sen. C}}{\text{sen. B}}$ $\text{arc. F}^* = \text{arc. sen.}\ \dfrac{\text{sen. G sen. B}}{\text{sen. C}}$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. sen.}\ \dfrac{\text{sen. C sen. F}}{\text{sen. G}}$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. sen.}\ \dfrac{\text{sen. G sen. B}}{\text{sen. F}}$
VIII. B. C. F. H	$\text{arc. F} = \text{arc. tang.}\ \dfrac{\text{sen. H}}{\text{sen. C cot. B} + \text{cos. C cos. H}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. tang. (tang. F cos. C)} \pm \text{arc. sen.}\left(\text{sen. arc. tang. (tang. F cos. C)} \times \dfrac{\text{tang. C}}{\text{tang. B}}\right)$ $\text{ang. C}^* = \text{ang. cot. (cos. H tang. B)} \pm \text{ang. cos.}\left(\text{cos. ang. cot. (cos. H tang. B)} \times \dfrac{\text{tang. H}}{\text{tang. F}}\right)$ $\text{ang. B} = \text{ang. cot.}\ \dfrac{\text{sen. H} - \text{tang. F cos. C cos. H}}{\text{tang. F sen. C}} = \text{ang. tang.}\ \dfrac{\text{sen. C}}{\text{sen. H cos. F} - \text{cos. H cos. C}}$
IX. B. C. G. H	$\text{arc. G} = \text{arc. tang.}\ \dfrac{\text{sen. H}}{\text{sen. B cot. C} + \text{cos. B cos. H}}$ $\text{arc. H}^* = \text{arc. tang. (tang. G cos. B)} \pm \text{arc. sen.}\left(\text{sen. arc. tang. (tang. G cos. B)} \times \dfrac{\text{tang. B}}{\text{tang. C}}\right)$ $\text{ang. B}^* = \text{ang. cot. (cos. H tang. C)} \pm \text{ang. cos.}\left(\text{cos. ang. cot. (cos. H tang. C)} \times \dfrac{\text{tang. H}}{\text{tang. G}}\right)$ $\text{ang. C} = \text{ang. cot.}\ \dfrac{\text{sen. H} - \text{tang. G cos. B cos. H}}{\text{tang. G sen. B}} = \text{ang. tang.}\ \dfrac{\text{sen. B}}{\text{sen. H cot. G} - \text{cos. H cos. B}}$
X. C. F. A. G	$\text{arc. G} = \text{arc. tang.}\ \dfrac{\text{sen. F}}{\text{sen. A cot. C} + \text{cos. B cos. H}}$ $\text{arc. F} = \text{arc. tang. (tang. G cos. A)} \pm \text{arc. sen.}\left(\text{sen. arc. tang. (tang. G cos. A)} \times \dfrac{\text{tang. A}}{\text{tang. C}}\right)$ $\text{ang. A} = \text{ang. cot. (cos. F tang. B)} \pm \text{ang. cos.}\left(\text{cos. ang. cot. (cos. F tang. B)} \times \dfrac{\text{tang. F}}{\text{tang. G}}\right)$ $\text{ang. C} = \text{ang. cot.}\ \dfrac{\text{sen. F} - \text{tang. G cos. A cos. F}}{\text{tang. G sen. A}} = \text{ang. tang.}\ \dfrac{\text{sen. A}}{\text{sen. F cot. G} - \text{cos. F cos. A}}$

TAVOLA

Delle relazioni appropriate onde determinare la variazione indotta dalla variabilità di una, di due, e di tre parti in ciascheduna delle altre parti del Triangolo Sferico.

XI. C. F. A. H	$\text{arc. } H = \text{arc. tang. } \dfrac{\text{ſen. } F}{\text{ſen. } C \text{ cot. } A + \text{coſ. } C \text{ coſ. } F}$ $\text{arc. } F^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \pm \text{arc. ſen. } \left(\text{ſen. arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \times \dfrac{\text{tang. } C}{\text{tang. } A} \right)$ $\text{ang. } A = \text{ang. cot. } \dfrac{\text{ſen. } F - \text{tang. } H \text{ coſ. } C \text{ coſ. } F}{\text{tang. } H \text{ ſen. } A} = \text{ang. tang. } \dfrac{\text{ſen. } C}{\text{ſen. } F. \text{ cor. } H - \text{coſ. } F \text{ coſ. } C}$ $\text{ang. } C^* = \text{ang. cot. } (\text{coſ. } F \text{ tang. } A) \pm \text{ang. coſ. } \left(\text{coſ. ang. cot. } (\text{coſ. } F \text{ tang. } A) \times \dfrac{\text{tang. } F}{\text{tang. } H} \right)$
XII. G. H. A. C	$\text{arc. } G^* = \text{arc. ſen. } \dfrac{\text{ſen. } H \text{ ſen. } C}{\text{ſen. } A}$ $\text{arc. } H^* = \text{arc. ſen. } \dfrac{\text{ſen. } A \text{ ſen. } G}{\text{ſen. } C}$ $\text{ang. } A^* = \text{ang. ſen. } \dfrac{\text{ſen. } H \text{ ſen. } C}{\text{ſen. } G}$ $\text{ang. } C^* = \text{ang. ſen. } \dfrac{\text{ſen. } A \text{ ſen. } G}{\text{ſen. } H}$
XIII. C. F. G. H	$\text{ang. } C = \text{ang. coſ. } \dfrac{\text{coſ. } G - \text{coſ. } F \text{ coſ. } H}{\text{ſen. } F \text{ ſen. } H}$ $\text{arc. } G = \text{arc. coſ. } (\text{coſ. } C \text{ ſen. } F \text{ ſen. } H + \text{coſ. } F \text{ coſ. } H)$ $\text{arc. } F^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } C) \times \dfrac{\text{coſ. } G}{\text{coſ. } H} \right)$ $\text{arc. } H^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } C) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } C) \times \dfrac{\text{coſ. } G}{\text{coſ. } F} \right)$
XIV. A. F. G. H	$\text{ang. } A = \text{ang. coſ. } \dfrac{\text{coſ. } H - \text{coſ. } F \text{ coſ. } G}{\text{ſen. } F \text{ ſen. } G}$ $\text{arc. } H = \text{arc. coſ. } (\text{coſ. } A \text{ ſen. } F \text{ ſen. } G + \text{coſ. } F \text{ coſ. } G)$ $\text{arc. } F^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } A) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } A) \times \dfrac{\text{coſ. } H}{\text{coſ. } G} \right)$ $\text{arc. } G^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } A) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } F \text{ coſ. } A) \times \dfrac{\text{coſ. } H}{\text{coſ. } F} \right)$
XV. F. G. H. B	$\text{ang. } B = \text{ang. coſ. } \dfrac{\text{coſ. } F - \text{coſ. } G \text{ coſ. } H}{\text{ſen. } G \text{ ſen. } H}$ $\text{arc. } F = \text{arc. coſ. } (\text{coſ. } B \text{ ſen. } G \text{ ſen. } H + \text{coſ. } G \text{ coſ. } H)$ $\text{arc. } H^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } B) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } G \text{ coſ. } B) \times \dfrac{\text{coſ. } F}{\text{coſ. } G} \right)$ $\text{arc. } G^* = \text{arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } B) \pm \text{arc. coſ. } \left(\text{coſ. arc. tang. } (\text{tang. } H \text{ coſ. } B) \times \dfrac{\text{coſ. } F}{\text{coſ. } H} \right)$

ISTORIA

FIG. II

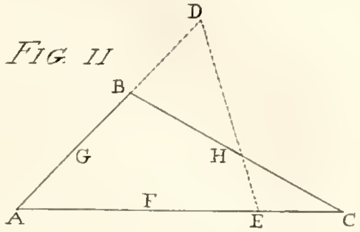


FIG. IV

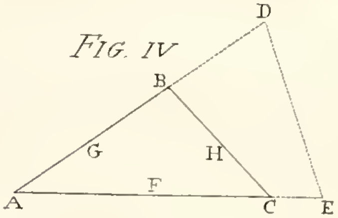
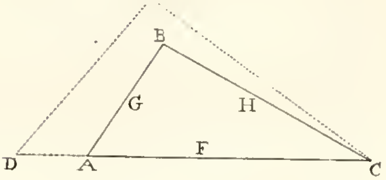


FIG. VI



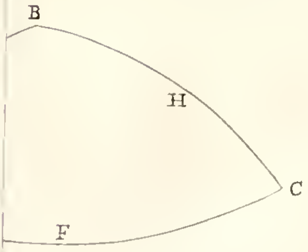


FIG. I

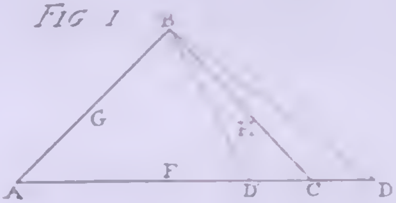


FIG. II

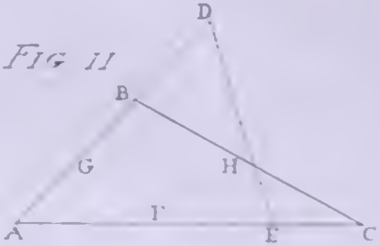


FIG. III

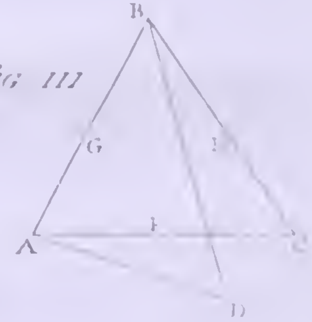


FIG. IV

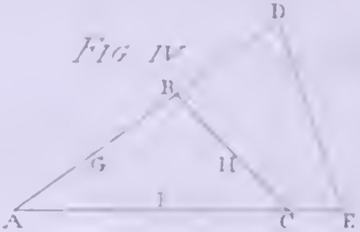


FIG. V

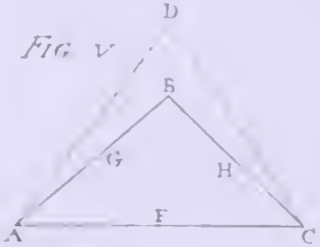


FIG. VI

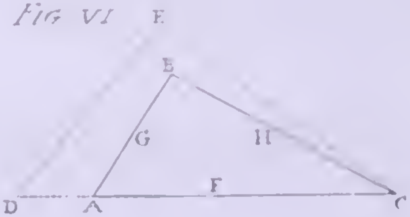
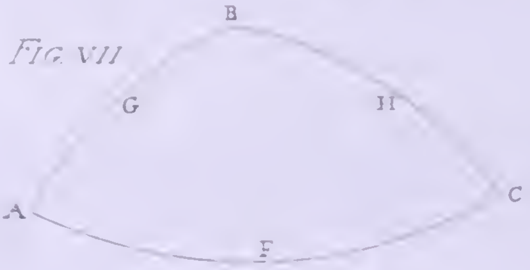


FIG. VII



ISTORIA

Di ciò che è ſtato penſato intorno alla fecondazione delle Piante, dalla ſcoperta del doppio ſeſſo fino a queſto tempo.

COLL' AGGIUNTA DI NUOVE SPERIENZE.

Del Sig. Pietro Rossi.

Non vulgaris ſpes affulget, fore ut in poſterum generatio animalis explicetur per Vegetabilem, dummodo experimenta accuratius inſtituantur.

Ludwig. Diſſ. de Sexu Plant. §. 32.

L' Ingegno umano ſi è affaticato in ogni tempo con molta coſtanza, ed anſietà per iſtrappar di mano alla natura il ſegreto non ancora ſvelato della Generazione. Chi voleſſe tentar di teſſere minutamente l' iſtoria di tutti i penſamenti degli Uomini fino a qui comparſi alla Luce ſu queſto argomento, intraprenderebbe coſa di grand' affare, e di non facile ſucceſſo.

Nei tempi a noi più vicini il Seſſualiſmo delle Piante, luminoſo ramo d' analogia viepiù ſcoperto, e riconoſciuto tra il Regno Animale, e il Vegetabile ha aperte alle ricerche dei Fiſici nuove ſtrade non mai battute per giungere all' intelligenza di queſto miſtero, ma gli sforzi finora fatti, quantunque ſieno ſtati cagione di molte utili verità, non ci hanno però portato tant' oltre da luſingarci di ſquarciarne così per fretta il denſo velo, che tuttor lo ricuopre.

Frattanto volendo per quanto da me ſi può contribuire a facilitare i mezzi agli altri d' avanzare in queſta intereſſante ricerca, prima di paſſare ad eſporre le mie oſſervazio-

ni, e risultati avuti dai molti tentativi istituiti su tal materia, mi sono proposto di dare qui in breve raccolto il Prospetto Istorico di tutto ciò, che è stato finora pensato intorno al doppio sesso delle Piante relativamente alla fecondazione, coll'andar nominando gli Autori secondo quell' ordine di tempo, col quale gli scritti Loro appartenenti a questo soggetto per la prima volta comparvero alla pubblica luce.

E in questa veduta ci rifaremo subitamente dall'accennare, che a *Neemia Grew* Inglese devesi la gloria d' avere additate le prime prove di così luminosa scoperta (*a*). Fino a lui tutti gli altri (*b*), e l' istesso vivente *Tournefort* gran Ristauratore della Botanica erano stati ben lontani dall' immaginarsi la nobiltà della polvere degli stami, poichè riguardavasi allora come un escremento inutile della pianta.

Egli fu dunque il primo a mostrarne la vera natura nell' anno 1676 descrivendo le Antere per il sesso masculino, e mostrando ch' esse erano tante cassettine ora d'una, ora di due cavità piene di minuta polvere spesso sferica, ma talvolta ovale, o cubica, o echinata, e d' altre figure, l'importante uso della quale era quello di servire alla generazione.

Contemporaneamente però l'illustre nostro Italiano *Malpighi* lavorando sull'istesso soggetto con propria industria apparisce aver date non minori prove del suo grandissimo ingegno intorno all' anatomia delle Piante. E ciò è tanto vero, che il *Grew*, il quale presentato aveva alla Società Reale il suo Libro nel 1671; nel quale anno però è ben noto aver la detta Società ricevuta anco l' Opera del *Malpighi*, in occasione della ristampa fattasi poi nel 1682. prese motivo di cautamente assicurarsi nella Prefazione, dal ti-

(*a*) *Tommaso Millington* Cavaliere Inglese sembra essere stato quello, che servì di scorta alle scoperte del *Grew*.

(*b*) Gli antichi quantunque distinguessero le Palme in maschie, ed in femminine, come si ha da *Teofrasto*, facevano consistere questa loro differenza non negli organi del sesso, ma la stabilivano sul vigore, e sulla grandezza degli Alberi: *Plinio* dice e Il *Tonston* pare che lo segua, Plin. Lib. XIII *omnibus herbis sexum esse, Palmis etiam evidentissimum: mas in Palmite floret, foemina florem germinat spicæ modo C.* 4. ma fino al Cesalpino nessuno si espresse, che la fecondazione dei Frutti dependesse dalla polvere degli stami.

more, che le *Malpighiane* scoperte non sembrassero più antiche delle sue; il che sia detto unicamente col fine di servire anco in questa parte alla verità della storia.

Dopo le Osservazioni del *Grew* soli furono a riconoscere, ed in qualche modo attestare il sesso nelle Piante *Gio: Muller*, *Antonio Leuwenhoeck*, e *Giuseppe Duverney*, non trovandosi, che verun' altro dei molti Botanici esistiti alla riserva del *Rayo*, e di *Filippo Bonanni*, che nella sua micrografia dimostrò la figura d' alcune polveri col microscopio osservate, ne facesse parola fino a *Ridolfo Jacopo Camerario* Professore di Tubingen, il quale nell' anno 1694 pubblicò una Lettera latina *De sexu Plantarum*. In essa Egli molto si raggira a parlare degli Apici, che non ignora essere per lo più formati da due cellulette. Quindi riportando fra le altre cose, che le Piante Apetale sono distinte di sesso, e che i fiori doppi riescono sterili per difetto di stami, passa ad indicare quelle piante, che non divengono di fiore doppio, fra le quali annovera le pomifere, le baccifere, le cruciate, e le papilionacee, non però come dovrebbesi. Nei fiori del *Ricino*, e del *Mayz* varj sperimenti intraprese, e trovò, che ad essi recidendo gli stami divenivano sterili i semi, onde ne concluse consistere interamente nell' antere il sesso masculino, ed in fine fissò, quali fossero le Piante maschie, quali le femmine, e quali le androgyne, che sono le più numerose.

Al *Camerario* successe nella ricerca di sì fatte cose, singolarmente distinguendosi *Francesco Stefano Geoffroy*, di cui esiste una memoria inserita negli Atti dell' Accademia delle Scienze dell' anno 1711. E di questa sembra non dover dispiacere al Lettore il vederne qui riportato il contenuto con qualche maggiore estensione (*a*).

Egli dunque oltre al confermare in essa, che gli Apici degli stami sono tante cassettine, le quali giunte ad un certo punto di maturità vengono ad aprirsi, ed a spargere una polvere di differente figura secondo le varie specie delle piante, ed oltre la diversa struttura, che in esse osservò, (indi-

(*a*) Prima però del *Geoffroy* anco Enrico *Burchard* nel 1702. *Guglielmo Waldschmid* nel 1705. *Alessandro Gakenholtz* nel 1706. avevano riconosciuto il sesso nelle Piante ecc.

candone non meno di venti forme differenti), vidde il modo d'aprirsi delle cassulette, il color vario delle polveri, fra le quali notò anco il color rosso nella Pianta detta *Geum* sfuggito alle ricerche del *Grew*. Passato quindi ad esaminare la natura di queste polveri, trovò che tutte contenevano un' olio essenziale più, o meno liquido, ed in alcune così abbondante, come nel Giglio da unger non poco la carta, in cui la polvere di esso fosse stata rinchiusa

Dall'odore poi, e dal vedere, che soffiate essendo attraverso un' accesa candela s' infiammavano a guisa di resina, concluse, che tutte possedevano una materia sulfurea maggiore d' ogni altra parte del fiore, e con variati sperimenti si persuase, che i globettini, o grani di dette polveri erano insolubili coll' ajuto pure del fuoco non solo nell' acqua, nell' olio d' oliva, e di trementina, ma anco nello spirito di vino, conservando sempre la stessa figura.

Gli esami instituiti da Esso sopra dell' organo femminino, cioè del Pistillo, gli dimostrarono, che la testa, o Stimma del medesimo era seminata di piccole vescichette, o papille piene d'un glutinoso umore, e che alla divisione dei corni, o lobi di detti pistilli corrispondeva per lo più il numero dei frutti o delle cellule contenenti i semi.

Osservò, che in tutti i pistilli, e specialmente in quelli del Giglio, del Narciso, e del fior di Zucca si rendono visibili assai alcune piccole aperture, o tubi, che dallo stimma continuano sino all' ovario, ed ebbe luogo d' assicurarsene con immergere un' estremità di essi nell' acqua, e succiar dall' altra, venendo così l' acqua a salire come in un cannellino.

Per poco, che vogliamo darci la pena (dic' Egli) d' aprire i pistilli in diversi tempi, si riconoscerà assai distintamente, che entro di essi rinchiudonsi gli embrioni dei grani o sia che questi grani sieno sparsi in tutta la lunghezza del pistillo, o sia, che nella base soltanto risedano, esso è sempre aperto alla testa, e più, o meno sensibilmente forato fino alla base. Sovente tal cavità si cancella a proporzione dell' aumento del frutto, talora si perde anco una parte del detto pistillo, che cade, o si secca; ma però in molti frutti la cavità, che contiene il pistillo, non lascia di conservarsi, e di

renderſi anco ſenſibile, come può ben vederſi nelle Pere, e nelle Mele ſpecialmente in quelle dette Calvelle.

Tali ſue oſſervazioni non ſi riſtringono ai ſoli fiori Ermafroditi, ma abbracciano le Piante ancora, che i ſeſſi hanno diſtinti, o ſeparati ſopra diverſi individui, eſſendo infinite quelle, i cui fiori ha ſottopoſti ad eſame; fra i quali quel della Zucca, detta *Gotiron*, è dei più rimarcabili per l'apparenza dei tubi, che il diviſo piſtillo laſcia vedere corriſpondenti al numero dei lobi, o diviſioni dello ſtimma, e delle cellule, alle quali pervengono.

Nè qui ebbero fine le ſue ingegnoſe ricerche, poichè dirette eſſendo a provar l'uſo e il deſtino di queſte parti del fiore, come organi immediati della generazione, paſsò quindi a dimoſtrare la coſtante eſiſtenza del pulviſcolo in tutte le piante, ſcorrendo con occhio ſagace anco le più difficili d'occulte nozze, non bene allora conoſciute.

Oſſervò il ſito, la proporzione, e convenienza reciproca degli ſtami, e dei piſtilli, e l'abortire dei frutti, allorchè ſieno privati del pulviſcolo fecondatore, o per cauſa dell'intemperie della ſtagione, o perchè ad arte ſieno ſtati reciſi gli ſtami, con aver di più portato l'occhio fino entro agli Embrioni, ed eſſer giunto a fiſſare, che non vi ſi vede giammai alcun corpo, o germe, finchè la polvere degli ſtami non è caduta.

E per ſempre più convalidare le ſue ſcoperte allega le antiche oſſervazioni di *Teofraſto*, e di *Proſpero Alpino* del non renderſi la Palma apportatrice di Frutti fecondi (*a*) ſenza la vicinanza della Pianta maſchia, e l'autorità di *Tournefort* ſulla pratica confermatagli dall' Ambaſciator Tri-

(*a*) Il Padre *Labat* nei ſuoi viaggi d'America racconta d'aver veduta alla Martinica una Palma, che produceva i frutti benchè iſolata, e lontaniſſima da tutte le altre della ſua ſpecie, ſoggiungendo però, che i Noccioli non naſcevano, e che i frutti non erano così buoni come quei del Levante. Io pure ho avuto luogo in Piſa di vedere diverſe Palme; una di queſte, che era la *Phœnix Dactilifera*, quantunque portaſſe ogn' anno alla natural groſſezza i ſuoi frutti, non gli maturava mai; ed un altra, cioè la *Camerops humilis*, fu al Giardino Botanico di Piſa oſſervata ſempre ſterile, finchè ſull'eſempio di quella di Berlino non intrapreſi nell'anno 1784 di fecondarla col pulviſcolo fatto venir da Firenze: maturò eſſa per quell'anno i ſuoi frutti, e ſucceſſivamente ricadde nella ſua prima ſterilità.

polino di apporre dei rami di fiori a ſtami ſull' individuo femmina all' effetto d'ottenerne i Datteri maturi (*b*).

Altri ſuoi ſperimenti ſul *Mayz* a cui tagliò gli ſtami, e ſulla mercorella a frutto tenuta lontana da quella a ſtami, quantunque riuſciti imperſettamente gli danno luogo di riconoſcere ſempre più la neceſſità delle polveri, e l'idoneità dell' aria, e del vento a ſervir di veicolo a quelle, onde poter eſſere fecondate le piante anco a molta diſtanza, come accadde alla famoſa Palma d'*Otranto*, che rimaſe feconda (ſecondo il *Pontano*) ſol quando inalzataſi, giunſe a poter vedere il ſuo marito vegetante a Brindiſi lontan da eſſa non men di quindici leghe.

Volendo poi inoltrarſi a ſcuoprire, in che maniera il pulviſcolò contribuiſca alla fecondazione delle piante, comincia dall' eſporre le due congetture, che formarſi poſſono ſu queſta ricerca; cioè o che gli Embrioni contengano in miniatura la giovine pianta, a cui non manchi, che un ſugo proprio a farla creſcere, e che le polveri (già oſſervate contenere una materia penetrante, e ſulſurea) cadendo ſullo ſtimma ſi riſolvano, talchè la parte più ſottile penetrata fino al germe v' ecciti una qualche fermentazione, e così vengaſi ad operare lo ſviluppo, e la fecondazione della pianta novella: o ſivvero, che le polveri dei fiori contengano eſſe i primi germi, onde per iſvilupparſi non abbiano biſogno che del ſugo degli Embrioni. E queſta è quella, che da Eſſo viene abbracciata per la migliore, perchè non s'arriva anco coi più eccellenti Microſcopj a ſcuoprir mai alcuna apparenza di germe nell'Embrione avanti la caduta delle polveri, e neppur nei granelli anco avanzati, ſe non ſieno ſtati prima renduti fecondi. Infatti (dic' egli) ſe ſi eſamini il piſtillo delle piante leguminoſe, che diventa poi il guſcio, avanti che il fiore ſia affatto diſchiuſo, ſi vedranno facilmente nell' ordine loro naturale delle

(*b*) Queſta pratica era in uſo fino ai tempi d' *Erodoto*, e tra gli Autori meno moderni. L' accenna anco *Atanaſio Kirchero* nell' Opera *De Arte Magnetica*, il quale deſcrive pure alquanto bene la Caprificazione ultimamente ad eccellenza ſpiegata dal chiariſſimo Signor *Cavolini* Napoletano.

vescichette verdi, e trasparenti, che in progresso devono divenire i grani, nei quali a riserva dell' inviluppo proprio, null' altro si arriva a distinguere; e continuando ad osservare per più giorni di seguito in altri fiori a misura che avanzano, si vedono queste vescichette farsi maggiori, e riempirsi d' un liquore chiaro, nel quale allorchè sia caduto il pulviscolo si comincia a scorgere un piccol punto, o globicino verdastro, che liberamente vi ondeggia, e quantunque null' ancora ci si veda d' organizzato, col tempo a misura che cresce, si distinguono a poco, a poco due piccole foglie, ed in appresso consumandosi insensibilmente, il detto liquore ingrossa il granello, diviene opaco, ed aperto, ritrovasi nella sua cavità la piccola pianta in miniatura composta del germe, o della plumula, cioè della radichetta, e dei lobi. Se al contrario si rivolga la nostra attenzione ai fiori della Peonia doppia, che privi sono e di stami, e di apici, si troverà, che i loro grani non contengono che una membrana senz' alcuna apparenza di germe. Seguendo tal congettura non è difficile determinare in qual maniera il germe entri nelle vescichette, perchè oltre la nota cavità del pistillo continuata fino all' Embrione s' osserva di più, che queste hanno una piccola apertura presso il luogo, ove sono attaccate, che corrisponde all' estremità del Pistillo, di maniera che il globicino della polvere può per mezzo di essa naturalmente cadere nella cavità delle vescichette, che formano l' Embrione del granello. Questa specie poi d'apertura, o di finestrina resta assai sensibilmente visibile anco senza soccorso di lenti nella maggior parte dei granelli, o semi, come nei Piselli, Fagiuoli ecc., e la radichetta del piccol germe rimanendo prossima a questa per essa sen' esce, allorchè il granello trovasi in istato di germogliare.

Così terminano le osservazioni del *Geoffroy* detto il giovine a distinzione dell' altro, che chiamavasi *Giuseppe*, e dal quale alcuni anni avanti erano state in parte annunziate.

Quasi nell' istesso tempo anco *Samuel Morland* confermò, che la polvere dell' Antere era lo sperma masculino, cioè un complesso di germi, o vermicelli spermatici, e il pistillo una specie di tuba, per cui penetrava al frutto, mediante la viscosa, e vellutata tessitura dello stimma atta a

ritenerlo, afferendo, che nelle Fave manifeftamente appariva un' apertura, o fineftrina deftinata all' introduzione di effo.

Nell' anno 1706. ufcì alla luce in Roma un nuovo fiftema d' *Angelo Papi* intorno alla generazione delle piante ch' efifte nel fuo libro intitolato = *Critica Sacra*, e nel 1712. *Claudio Jeaugeon* pubblicò uno fcritto negl' Atti dell' Accademia delle Scienze fulla neceffità del pulvifcolo per la fecondazione dei Datteri.

Noi non faremo che accennar di volo quegli Autori, che non fi diftinfero nelle loro ricerche coll' aumento di nuove cognizioni, per non renderci foverchiamente fazievoli, e perchè il noftro fcopo primario è di moftrar folo i progreffi fatti dallo fpirito umano ful foggetto, che ci occupa.

Frattanto *Riccardo Bradley* (a), che profefsò la fcienza Erbaria a Cambridge è uno di quegli fcrittori, che per le tante Opere d' argomento botanico da lui compofte, merita quivi, che ne fia fatto gran conto. Quella, che più c' intereffa, comparve per la prima volta ftampata in Londra nell' anno 1717 (b). Ed in quefta oltre al darci un' efatta anatomia delle piante, ne efamina la loro vita, il feffo, la fecondazione, e la vegetazione, defcrive alcune fpecie di piante Ibride, o fpurie derivate dal pulvifcolo di diverfa fpecie, ed in fine dimoftra, che il Corylo, o nocciuolo, a cui fieno ftati recifi gli ftami, quando non fia fecondato d' altronde, diviene fterile, come accade ai Tulipani, che nel fuppofto cafo non danno feme.

In fimil genere di ricerche circa lo fteffo tempo occupò anco l' ingegno *Sebaftiano Vaillant* fommo Botanico, e felice illuftratore di piante difficiliffime, quali fono i mufchi, i licheni, ed i funghi. Ma non dovendo noi qui dare altro conto di effo, che quanto concerne al propofito noftro, ricorderemo

---

(a) Preffo *Bradley philofof. account*, efifte una Differtazione d' *Antonio de Juffieu* Scolare e fucceffore del *Tournefort* = *de tribus fexubus plantarum & de fœcundante polline ftaminum.* =

(b) *In mifcel. Acad. nat. Curiof.*, *Sigifm. Schmieder. De pluvia pollinis Pini obf.* 80. *Ann.* 1715.

corderemo ſoltanto il ſuo diſcorſo ſulla ſtruttura dei fiori ecc. ove dopo aver rigettate alcune delle Claſſi *Tourneforziane*, con molt' accuratezza deſcrive l'eſploſione della polvere degli ſtami, e particolarmente della Parietaria, ſtimando, che nelle tube del piſtillo penetri ſolo l' aura ſpiritoſa di detta polvere, e perchè non vi ſi vede alcun orifizio patente, e perchè quando il pulviſcolo è colorato, non ſi oſſerva, che i ſemi aſcoſi nel frutto vengano a tingerſi.

Può riporſi nell' iſteſſa claſſe, e nello ſteſſo anno, o poco dopo, *Gio: Jacopo Dillenio* altro inſigne Botanico di *Gieſſen*, che fu profeſſore nella celebre Univerſità di Oxford, e di cui varie Opere abbiamo piene di molta dottrina, appartenendo a noi ſpecialmente una Diſſertazione, che trovaſi fra le Miſcellanee dell' Accademia de' Curioſi della natura, nella quale molto parla dell' uſo dei petali, e degli ſtami, riſchiara, e conferma il ſeſſo delle piante, tratta del pulviſcolo, e della figura conica, che ha nell' Orchide rotonda, nell' Ofride, e dimoſtra in fine doverſi repeter da eſſo, che i ſemi non rieſcano vani.

In mezzo però alle fatiche d' Uomini così grandi, che ſi ſtudiavano di portar luce in queſta oſcura parte della Fiſica vegetabile, *Giulio Pontedera* Piſano, pubblico Profeſſore di Botanica in Padova osò levarſi contro le altrui ſcoperte, dando fuori nel 1720. l' Antologia, o ſia un Trattato ſulla natura del fiore, coll' aggiunta di XII Diſſertazioni. Quantunque uomo di molto ſapere, e di non dubbia fama in varie coſe, s' oppoſe apertamente alla già conoſciuta eſiſtenza del ſeſſo nelle Piante, e riguardando il piſtillo come la parte principale del fiore, vuole, che l' aria penetri per mezzo di eſſo al frutto, e ſi riſvegli un moto interno cagione dell' ingrandimento. Sull' appoggio poi d' oſſervazioni, che provano appunto il contrario, e che il tempo ha dimoſtrate falſe, crede, che gli ſtami non contribuiſcano in alcun modo alla fecondazione, ma che ſervano a traſmettere un ſugo particolare derivante dall' antere, che inſieme con quello preparato dall' altre parti del fiore diſcendendo agli Embrioni nutriſca il nuovo frutto. Così penſa anco diverſamente dagli altri riſpetto al fecondar delle Palme, ed alla Caprificazione.

Merita ora degno luogo fra quei, che in questo anno medesimo esaminarono con sottile avvedimento la generazione delle Piante, *Patrizio Blair* Anatomico Inglese, che stampò in Londra varj saggi Botanici raccolti insieme, nei quali parla del doppio sesso, e della maniera, con cui la fecondazione succede, come pure dei diversi generi di fruttificazione. Sostiene la necessità del pulviscolo degli stami, perchè maturino le semenze, ma contro il sentimento del *Morland* non ammette, che esso sia un complesso di germi, o di vermicelli spermatici. Nelle transazioni Filosofiche, trattando della generazione delle piante porta uno sperimento di *Filippo Miller* sul seme dello Spinacio, a cui non comparve il cuoricino vitale, o sia il germe, perchè privato della fecondazione, e vi unisce alcune proprie osservazioni su i Tulipani divenuti secondi con tutto che fossero stati loro recisi gli stami solo per opera dell' Api, che vi avevano arrecato il pulviscolo.

Ma procedendo all' anno 1724 (*a*) non va passato sotto silenzio, che in questo *Benedetto Stehelin* Tedesco discepolo caro al *Vaillant*, ed emulo di esso nella sagacità d' indagare le diverse specie dei muschi, e dei funghi diede alla luce uno scritto intorno ai globettini della polvere degli stami, essendo anco stato il primo ad osservare col microscopio i moti relativi delle particelle spermatiche dell' *Eguiseto*, simili a quelli nella Parietaria osservati già dal *Vaillant*.

Ricorderemo poi con piacere qual produzione, che all' anno 1727. appartiene la Statica vegetabile di *Stefano Hales*, Opera eccellente, che ha poche simili, e ripiena d' infinite sperimentali verità intorno alla Fisiologia delle piante. Di questa il Cap. 7mo. contiene alcune cose, che hanno rapporto al soggetto nostro; cioè stabilisce, che la polvere degli stami per essere di natura sulfurea attragga a se l' aria elastica, e che intimamente unendosi colle particelle mobili di essa sulla sera, venga ad esser dal pistillo assorbita per indi insinuarsi fino al germe.

(*a*) *In act Ernd. J. Melchior Verdries, Pulvisculi staminum delineatio*

Giorgio Wallin a Upſal nel 1729. pubblicò *le nozze degli Alberi*: e nel 1732. *Adriano Royen* Botanico del Giardino di Leida deſcriſſe in verſi *gli amori, e i maritaggi delle piante*.

Nell' anno 1737. *Criſtiano Gottlieb Ludwig* Profeſſore di Lipſia ritornato dai ſuoi viaggi nell' Africa confermò il doppio ſeſſo nelle piante, e l' artificiale fecondazione delle Palme per mezzo del pulviſcolo maſculino da lui oſſervata in quelle contrade; e nello ſteſſo anno comparvero dai ghiacci della Narva nuove opinioni contro il ſeſſo, e la fecondazione delle piante ſuſcitate da *Giorgio Siegesbeck* Prefetto dell'Orto di Pietroburgo in un ſuo Libro, che porta lo ſpecioſo titolo di *Botanoſophiæ verioris brevis Sciagraphia*. Quivi oltre a farſi difenſore del ſiſtema *Riviniano* ſoſtiene, che moltiſſime piante provengano ſenza ſeme, e che gli alberi femmine diano il frutto ſenza biſogno dei maſchi, potendoſi i vegetabili, ſecondo ne penſa, propagare ottimamente per mezzo delle radici, ed in altro modo. Tenta anco gettar a terra i fondamenti del metodo ſeſſuale del *Linneo*, pretendendo, che le Claſſi derivanti dallo ſtimma, e dall' antere s' oppongano all' ordine naturale. *Gottlieb Gleditſch* ſi preſe la pena di ſaggiamente confutarlo, ma egli riſpondendo tornò a confermare i primi errori con altro ſcritto nel 1741. nel qual anno *Erneſto Stieff* Tedeſco diede fuori una dotta collezione di fatti relativi alla vita, e alle nozze delle piante, riferendo d' aver veduti gli ſtami del Giglio Narciſo d'un ſol fiore applicarſi allo ſtimma per fecondarlo.

Due anni innanzi però, cioè nel 1739. *Bernardo Juſſien* Botanico inſigne Franceſe, ma per troppa modeſtia parco Scrittore, avea renduta pubblica nelle memorie dell' Accademia l' Iſtoria della Pilularia, *Calamiſtrum Linn*; ove può vederſi aver Egli ſcoperto in oſſervando col Microſcopio le polveri di varie piante, come quelle delle Valeriane, delle Fumarie, dell'Opunzia, della Senapa, e di molte altre, che allora quando l' acqua le tocca, per una piccola lacerazione, che ſi fa ad un punto della loro capſula, eſce un getto di liquore, o materia oleoſa ſimile alla gomma ſciolta, che reſta nell' acqua ſenza meſcolarſi in piccole sferette d'un eſtrema finezza.

Apparterrebbe all' anno 1736. *Jacopo Loghan* in quanto che trovasi nelle Transazioni Filosofiche di quel tempo un suo sperimento sulla sterilità dei granelli del *Mayz*, a cui erano state amputate le spighe masculine; ma siccome l' Opera sua più importante intorno alla generazione delle piante comparve molto dopo, così gli abbiamo assegnato questo luogo per dire, che esso pure confermò il doppio sesso, e fu del sentimento del *Morland*, e del *Geoffroy* nell' ammettere, che il pulviscolo penetri fino al germe per il pistillo, sostenendo, che nel fiore si trovino sviluppate tutte le interne parti della pianta, così che il calice venga formato dalla corteccia esterna, la corolla dall' interna, gli stami dall' Alburno, il pericarpio dalla sostanza legnosa, ed i semi dalla midolla dell' Albero.

Ci siamo poi riserbati a parlare del sommo Legislatore in Botanica *Carlo Linneo* (a) all' anno 1746. perchè quantunque apparisca aver Egli anco prima di questo tempo occupato l' ingegno in cose relative al soggetto nostro, fu in questo solo, che diede fuori la Dissertazione intitolata = *Sponsalia Plantarum*, = nella quale raccogliendo, e ponendo in luce maggiore tutto il già detto dagli altri sulla secondazione delle piante, dimostra appoggiato a sicure osservazioni la convenienza degli organi, e dei mezzi della natura appropriati a quest' importante fine. Noi andiamo a darne un più preciso ragguaglio, lusingandoci, che non dispiacerà veder

(a) Anno 1745. *Transf. Philosop.* N. 490. Osservazione di *Beniamino Cook* Inglese intorno la varietà d' un Pomo derivata dal pulviscolo d' un altro, ch' era in vicinanza.

Similmente N. 477. *Badcok*. Osservazione intorno alle polveri della Granadilla, e della Malva Arborea, i globettini delle quali spargono per una specie d' aculeo l' umore da essi contenuto.

(b) Quantunque la scoperta del sesso nelle piante sia dovuta ai Greci, e sia forse anteriore a *Teofrasto* ancora, da cui la sentiamo, e quantunque stata citata da *Plinio*; e riconosciuta nel 1591. dal *Zaluziaski*; nel 1550. da *Gio: Bauhino*; provata nel 1676. dal *Grew*, e dal *Malpighi*; dal *Rajo* nel 1681; dal *Camerario* nel 1694. dal *Waldschmid* nel 1705. dal *Gabenholtz* nel 1706, dal *Vaillant* nel 1717. E quantunque l' idea d' un metodo fondato sul sesso delle Piante sia dovuto a *Burkard*, come apparisce dalla sua Lettera del 1702. a *Leibnitz*. *Hic differere constitui an ex partibus istis, quas ab officio genitales dicturus sum, Plantarum comparationes institui possint*. Nulladimeno l' esecuzione di questo metodo è nuova, e dovuta al *Linneo* ecc. Adans. nella Prefazione pag. 11.

(c) Anno 1745. *Mich. Mattia Ludolf.* Accademico di Berlino — Metodo nuovo, in cui rigetta gli stami ecc.

qui riportate le principali ſue ragioni coſtituenti il doppio ſeſſo in rapporto alla riproduzione degli Eſſeri vegetabili.

Che le antere ſieno i genitali maſculini ſi dimoſtra: Dal vedere ch' eſſe, e il pulviſcolo precedono ſempre il frutto, e che ſubito dopo lanciato detto pulviſcolo, vivènte anco il fiore infiaccidiſcono, e cadono come inutili; Dalla poſizione o ſito di eſſe adattato a toccare l' organo femminino, o ſia il piſtillo nella maſſima parte delle piante, oſſervandoſi ſempre proporzione, e convenienza reciproca nei detti due organi diverſi; Dalla corriſpondenza dei tempi nell' apparire, ed eſſere in pieno vigore dell' antere, e dello ſtimma anco nelle piante, che godono di talami diſtinti; Dall' artificioſa, e mirabile ſtruttura dell' Antere eguale a quella dei Pericarpi ſteſſi, oſſervandoſi uniloculari nella Mercorella, biloculari nell' Elleboro, triloculari nell' Orchidi ecc.; Dall' abortire i frutti (generalmente parlando) allorchè ſi recidano l' Antere a quelle piante, che hanno un ſol fiore; Dalla figura ſteſſa del pulviſcolo, che moſtra di non eſſer formato a caſo, e che ſe ſi oſſervi in un' Antera non anco bene matura ſi vede ſituato in due cavità ſpeſſo, e talvolta in quattro diviſe da un ſetto intermedio, ove i piccoli globettini in ordine diſpoſti ſono ricevuti ecc.

Che lo Stimma, il quale in tutti i fiori ſi trova anneſſo al germe, ſia l' organo genitale femminino, ſi dimoſtra: Dall' eſſer collocato ſempre in maniera, che le Antere poſſono toccarlo a ſegno, che in alcune (come nelle piante della Syngeneſia rare volte ſterili) lo ſtimma giunge fino a perforare le Antere. Inoltre lo ſtimma è nel ſuo pieno vigore, quando lo ſono anco le Antere. Lo ſtimma quando ha fatto il ſuo uffizio, cade in molte piante, come ſegue anco all' Antere, il che prova non contribuire alla maturità del frutto, ma ſoltanto alla generazione. Se ſi recida lo ſtimma avanti d' aver ricevuto il pulviſcolo periſce il frutto, rimanendo la pianta mutilata per parte della femmina. Da tutto ciò rilevaſi, che la generazione delle piante ſi fa per

(*d*) Anno 1746. *Enrico Michele Doebel* Tedeſco ſaggio ſcrittore d' Agricoltura, ma non abbaſtanza Botanico rigettò il ſeſſo delle Piante.

mezzo della caduta del pulviſcolo fecondante ſopra il nudo ſtimma col romperſi, e tramandarvi l'aura ſeminale, che è aſſorbita dall'umore del detto ſtimma. Viene conſermato ciò dagli ſteſſi noſtri occhi, che ci moſtrano a prima ſronte queſto pulviſcolo volante, che va a poſarſi ſullo ſtimma, che di puro, e nitido che era, ſcorgeſi dopo la diſſipazione non poco imbrattato. Nel fiore della Viola di tre colori dopo la projezione del pulviſcolo, tutto lo ſtimma ſi vede aſperſo da eſſo, e prima di ciò premendolo diſtilla un liquore mielato, che ritiene, e forſe attrae la farina fecondatrice. Nella Graziola avanti la fecondazione oſſervaſi lo ſtimma aperto, dopo di eſſa ſi vede chiuſo. Nelle piante della Syngeneſia lo ſtimma s' inalza dimezzo all' Antere, e quando ciò accade, è ſempre indizio di germe fecondato, il che rare volte in queſte falliſce. Il *Juſſieu* vidde la polvere dell'Acero romperſi, e tramandare un umore. Gli ſtami, ed i piſtilli conſervano per lo più l'iſteſſa altezza, onde più facilmente il pulviſcolo poſſa attaccarſi allo ſtimma; quando non è così, come nel *Geranium Inquinans Calycibus monophillis florentibus erectis* ecc. *H. Eliff.* il cui piſtillo è minor degli ſtammi, ed i fiori ſtanno penduli avanti la fioritura, s' oſſerva, che s'inalzano, perchè il pulviſcolo giunga orizzontalmente allo ſtimma, compita la fecondazione ritornano penduli, e di nuovo s'inalzano, quando i ſemi ſono maturi per poter più facilmente eſſer diſperſi dai venti.

Nella Claytonia Sibirica ſegue l'iſteſſo. Nel Diantho i piſtilli ſi torcono a guiſa delle Corna d'Ariete verſo le Antere. Nella Nigella Arvenſe, che ha cinque piſtilli molto più alti degli ſtami ſi oſſerva, che nel tempo deſtinato queſti ſi piegano verſo le Antere, e faziati del pulviſcolo ſi rialzano: così nel Tamarindo, nella Paſſiflora, e nelle Caſſie ec. Per lo più gli ſtami circondano i piſtilli, perchè in qualunque modo il pulviſcolo facilmente giunga ad eſſi, e nelle piante della Didynamia, che ha i fiori poſti ad angolo acuto diſtanti dal Caule, gli ſtami, ed i piſtilli ſi piegano verſo il labbro ſuperiore, ove lo ſtimma viene ad eſſer coperto in qualche modo dalla pioggia. Segue l'iſteſſo preſſo a poco in quelle della Diadelphia. Nelle piante della Monoecia i fiori a ſtami per lo più riſedono ſopra i fiori a

piſtillo, cioè vengono più in alto, perchè il pulviſcolo poſſa così più facilmente cadervi. Nel Pino, e nell' Abete le Antere abbondano talmente di pulviſcolo, che ſi vede volar per aria a guiſa di denſa nube. Il Veratro ha veramente i fiori maſchi ſituati a baſſo, ma forſe è così, perchè tutti quei, che ſtanno in alto eſſendo ermafroditi, non han biſogno di loro. Reca ammirazione ciò, che s'oſſerva accadere nell' Iatroſa, e nella Muſa. L' Iatroſa produce un corimbo, nella cui prima diviſione, o giro i fiori, che ſono femmine per lo più precedono d' uno, o due giorni i fiori maſchi. Le altre diviſioni, che portano fiori maſchi, non ſono in grado di fecondarle per eſſere a quell' ora già sfiorite, onde ſogliono abortire, ſe non accade, che poſſano ricevere il pulviſcolo dai fiori maſchi d' un' altro corimbo. La Muſa anch' eſſa a motivo di queſta irregolare fioritura ſi rimarrebbe coi frutti privi di ſeme eſſendo ſola, o iſolata; ma eſſendo più inſieme unite, che nell' iſteſſo tempo fioriſcono, allora i frutti ottengono ſemi fecondi, e maturi, perchè le femmine del primo connubio deſtitute dai propri mariti rimangono dai maſchi altrui fecondate. Dovunque poi i fiori maſchi ſono o diviſi di talamo dalle femmine, o non poſti perpendicolarmente ſu quelle, ivi ſuole la fioritura anticipare lo ſpuntar delle foglie, perchè i piſtilli non ſieno, ſopraggiungendo eſſe, occultati a danno della fecondazione, come oſſervanſi nella Quercia, nel Faggio, e ſimili. Inoltre vediamo, che ai raggi del Sole ſi aprono i fiori, e nella notte poi, allorchè umida è l' aria, ſi chiudono. Forſe è così, perchè l' acqua non bagni le antere, e ne coaguli il loro pulviſcolo, che ſi renderebbe inetto a poter volare ſu i piſtilli, giacchè, quando fecondato è lo Stimma, nè l'acqua più, nè la notte forza hanno di coſtringere il fiore a contrarſi. E quei della Didynamia, e della Diadelfia, che hanno le Antere in certo modo coperte, nella notte mai non ſi chiudono. Se la Segale, che porta le Antere come ſedenti ſulli Stami, eſſendo in fiore, riceva la pioggia, per l' inzuppamento del pulviſcolo, ne predice toſto l' Agricoltore la careſtia, e con ragione, perchè la maggior parte dei ſuoi fioretti abortiſce, e va a male. Così per l' iſteſſo motivo contraria è la pioggia al Ciliegio, ed al Pero, ſe ſieno in

fiori, ma più pel Ciliegio, che tutt' in un tratto fiorifce, e lancia le polveri, lo che non accade nel Pero. Nota è per l' autorità di *Teofrasto*, e di *Plinio*, che è ftata poi confermata dall' *Alpino*, dal *Tournefort*, e dal *Kemfero* la pratica d' apporre fullo Spadice delle Palme femmine i fiori tolti alle mafchie per l' oggetto d' averne i Datteri maturi, e fecondi. In *Sicilia* i ruftici colgono dall' albero del Piftacchio mafchio dei rami di fiori, e dopo avergli un poco all' ombra feccati gli legano a quei della femmina, perchè il vento ne arrechi la polvere fecondante ai piftilli; ed altri tengono in facchetti i fiori mafchi a feccarfi, e poi con effi vanno fpargendo la detta polvere fu i fiori femmine per averne frutti, che fieno buoni, e in abbondanza. Offervafi nei fiori foliti ftar fotto l' acqua, che al tempo della fioritura s' inalzano fopra di effa come fa la Ninfea, il Potamogelo, il Miriofillo, la Vallifneria ec.. I fiori ancora della Linnide, e della *Saponaria porrigens*, per tacer di molti altri, benchè pofino fopra un caule giacente, follevanfi preffo al fiorire per meglio efporfi a ricevere il pulvifcolo agitato dai venti. Il Narcifo, il Galantho, la Viola, la Valanzia cruciata portano i fiori diritti ful caule avanti d' effer in fiore, e dopo s' offervano rivoltati verfo la terra. Le Piante a fpiga, e quelle ad ombella fomminiftrano altri confimili efempj; e riguardo ai Poponi, Cocomeri, e Zucche, che hanno fiori a ftami, e fiori a piftilli fon foliti gli Ortolani di configliare, che per non togliere il vigore, e il fugo alla pianta fi fvelgano gli fterili, cioè quelli a foli ftami, quando al contrario dovrebbero piuttofto con effi afpergerne lo ftimma alle femmine, o apporvene altri per il maggior bene. Certo è, che nelle Regioni più fredde uno dei motivi, per cui cadono facilmente i fiori alle piante, che della ftufa han bifogno, è la mancanza della fecondazione, non già del nutrimento, come penfa il volgo, e l' inavvertenza del Giardiniere vi coopera col non aprire le fineftre, impedendo così la ventilazione, e in confeguenza anco il trafporto della polvere fecondante. E' ftato pure offervato, che alla Canapa, fe fi fvelgano i fiori a ftami pria, che fviluppati fieno i fiori femmine, neffuna, o piccoliffima copia di femi s' ottiene. Accade alle volte però, che la Canapa feminifera produca

duca qualche fiore a' ftami (*a*), che rende feconde alcune femmine, come fucceffe al *Camerario*, che dopo efferne rimafto illufo fe n' accorfe. Il Luppolo pianta della Diecia ha un calice, che anco non effendo ftato fecondato s' allunga, e fi diftende in una fpecie di cono, onde è, che da quefta apparenza ingannato il *Tournefort* non feppe riconofcere le parti, che il feffo determinan delle piante. L' iftefsa cofa fegue nel Moro, e nel Blito, le cui bacche non fono nè pericarpi, nè ovaje, ma foltanto calici abbondanti di fugo. Un giocondo fperimento prefentano i Tulipani a coloro, che fono amanti di vaghi fiori. Trovandofi ad averne folo dei roffi fi recidano loro tutti gli ftami avanti che maturi il pulvifcolo, poi coll' antere d'un Tulipano di fiore bianco fe n' afperga lo ftimma d' un roffo, ed i femi, che da effo fi avranno, gettati in diftinta areola daranno fiori e roffi, e bianchi, e di vario colore. La Braffica, o Cavolo refta fecondato con facilità dalle polveri di fpecie diverfa, onde fe alcuno ne abbia dei buoni, non foffra, che altri inferiori vegetino in vicinanza di quelli per non deteriorare il fuo feme. Se ciò foffe avvertito dai noftri Ortolani, non farebbero ogn' anno coftretti a far con fpefa non indifferente venir da Malta il feme della Braffica Cauliflora, volgarmente chiamata Cavolfiore. Il *Rajo* a quefto propofito racconta un fatto degno d' effer riportato, accaduto con grave danno d' un' Ortolano di *Bradfort*, il quale per aver venduta molta quantità di feme di Cavolfiore, che produffe Cavolo a foglie lunghe, come fraudolento chiamato in Giudizio, fu condannato non folo a reftituirne il prezzo, ma anco a compenfare il danno del tempo, e del terreno perduto. Quefto delitto non doveafi afcrivere a lui, ma alla adulterata fecondazione del fuo feme, che quantunque di buona fpecie per il fopraddetto naturale accidente divenne cattivo. Nell' Orto Cliforziano fu per molti anni offervato, che il Ginepro femmina non diede mai frutti per effer privo del mafchio, e nell' Orto d' Upfal la Rodiola rofea fi mantenne

(*a*) Il Duhamel dice d' aver offervato ciò anco in una fpecie di Lentifco, e nella Gledifia.

ſterile dall' anno *1696.* in cui il *Rudbekio* la traſportò dall' Alpi Lapponiche fino al 1750., che produſſe i ſemi per eſſervi ſtato trasferito anco il maſchio. La Cluzia parimente era ſterile in quaſi tutti gli Orti Belgici, ma dall' aver il *Linneo* veduti in *Leida* i ſemi ſecondi congetturò, che doveſſe eſſervi anco il maſchio, e vi fu realmente trovato. Queſti, e molti altri ſperimenti, eſempi, e fatti, che potrebbero addurſi, ſembrano baſtanti (ſecondo l' Autore) a dimoſtrare, che la generazione delle Piante ſi compiſce in grazia del pulviſcolo dell' antere traſportato al nudo ſtimma dell' Organo ſemminino, che col proprio umore, e lo ritiene, e lo rompe, onde il contenuto nei globicini di eſſo penetrar poſſa per mezzo dello ſtilo aſſorbente fino ai ſemi nell' Ovarjo rinchiuſi.

Oſſerveremo ſoltanto, che queſto pulviſcolo non penetra veramente, come hanno creduto il *Morilland*, il *Geoffroy* e 'l *Logbano* fino al germe per lo ſtilo, o tuba del piſtillo, ma ſolo come ſi dimoſtra dall' eſperimento del *Vaillant* ſul papavero iſtituito, la parte più ſottile, cioè una ſpecie d' alito, o effluvio elaſtico a ſomiglianza di quel che accade negli Animali, nel cui ovario non entra il prolifico umore, nè tampoco in molti nell' utero, ma l' aura ſoltanto di eſſa, che è ſufficiente a ſecondarne le uova.

Tutte poi le femmine degli animali gettano nel congreſſo Venereo un liquore genitale neceſſario ad unirſi col prolifico, che lanciano i maſchi, e lo ſteſſo ſegue nelle piante, delle quali lo ſtimma ſuole abbondare d' un conſimile viſcido umore notato dal *Malpighi* ancora col nome di *Terebintina*.

Dopo tutto ciò, che riferito abbiamo contenerſi nel diſcorſo accademico di ſopra indicato, tralle tante moltiplici Opere tutte di Botanica ſcienza da lui pubblicate, altre pur ve ne ſono, che in qualche maniera o poco, o aſſai ci riguardano; tra le quali ricorderemo, (oltre la Filoſofia Botanica, e la Metamorſoſi delle Piante, in cui paragona lo ſviluppo della piantina, e del frutto alla traſformazione della Farſalla naſcoſta ſotto le ſpoglie del bruco) anco quella aſſai più notabile, che tratta delle piante Ibride, ove dimoſtra, che di continuo accreſconſi ſpecie novelle per il

trasporto del pulviscolo alieno, adducendone gli esempi di quelle nate fra la Veronica, e la Verbena, e del Glaucio violetto dalla Chelidonia, e dalla Reade, tra le quali annovera per Ibrida anco la Musa, sostenendo poi con molta verità, che tali piante spurie sono sterili, e difficilissime a propagarsi. Fu parimente una sua opinione in varj luoghi da lui esaminata, che nelle piante come negli Animali le parti esterne, e corticali provengono al Feto dal Padre, e che somministri la Madre le interne, e midollari; qual sentimento sembra, che nel Mulo derivato dalla Cavalla, e dall' Asino soffra non lieve eccezione, poichè la cute, ed i peli di esso s' assomigliano a quei della Madre. Resta finalmente a dirsi, che si meritò il premio dall' Accademia di *Pietroburgo* assegnato per averne con nuovi sperimenti sempre più stabilito il già conosciuto sesso delle piante.

Ma passando ora a dar conto delle scoperte fatte col Microscopio da *Turberville Needham* sulla polvere secondante, che in *Leida* tradotte comparvero un' anno dopo la sopraddetta *Linneiana* Dissertazione, per essersi anch' egli molto di proposito nella ricerca di tai cose internato, ne presenteremo qui al Lettore l' estratto colla maggiore esattezza.

Dall' osservazioni dei vasi lattiferi del *Calamajo*, nei quali seppe trovare nuovi motivi d' analogia tra il Regno animale, e il Vegetabile, volendo Egli dunque procedere a spiegare più precisamente di quei, che l' avevano preceduto la Natura, e l' uso del pulviscolo delle piante, comincia la sua memoria dal porre per dimostrato sull' autorità del *Morillando*, e del *Geoffroy*, che il detto pulviscolo sia la materia secondante, il grano, o frutto rinchiuso nel pistillo. Conferma poi ciò colle solite forti ragioni, quali sono; di trovarsi questa polvere in tutti i fiori rinchiusa in Cassulette alla sommità degli stammi per lo più intorno al pistillo, e d' essere sempre nelle piante (d'una stessa specie) di figura uniforme, rilevando quelle, che derivano, e dalla situazione di dette Cassule, e dalla pioggia osservata sempre nociva alle piante in fiore; dall' amputazione dello stimma, che l' esperienze hanno mostrato sempre impedire la secondazione, come anco quell' altre, che dependono da una specie di proporzione da Lui asserita trovarsi tra i globuli del

pulviſcolo, e l' aperture di diverſi ordini di papille, o piccoli tubi, dei quali lo ſtimma è fornito, ſoſtenendo di più, che vi ſi oſſervano nei piſtilli alcuni condotti, o trombe adattatiſſime a dar paſſaggio alla parte ſecondatrice per giugnere fino all' Ovaja, e finalmente le Oſſervazioni Microſcopiche fatte avanti, e dopo ſull' Embrione del frutto tendenti a dimoſtrare colla maſſima evidenza l' ammirabile uniformità dei mezzi, che la Natura impiega per arrivare ad un medeſimo fine. Premeſſo ciò, Egli viene alle ſue ſperienze, ſcegliendo per principale oggetto il Giglio comune, cioè il fiore di eſſo, le cui parti deſcrive con molta eſattezza, dandone anco le reſpettive figure. Oſſerva, che la teſta del piſtillo è compoſta di tre lobi, che internamente ſi uniſcono in un centro comune affatto chiuſo, e che lo ſtimma, o labbra di detti lobi ſono guarnite fino ad una certa profondità tanto al di fuori, che al di dentro di piccoli fori, o papille, che in ſeguito diventano tanti condotti, o tubi longitudinali, venendoci così a dar l' idea d' un' imbuto molto allungato, la cui bocca o apertura corriſponde alla teſta del piſtillo, e la punta all' Ovaja. Da queſta ſtruttura ſembrali poter inferire, che la polvere degli ſtammi penetri per mezzo di queſti fori nella cavità del piſtillo per quanto è poſſibile, e che arreſtata poi lanci una ſoſtanza ſecondatrice, la quale per via dei deſcritti tubi può facilmente giugnere ai grani nell' Ovaja contenuti; riguardando come un errore l' opinione di coloro, che credono dall' apertura dello ſtimma ſcorrere lungo il piſtillo un continuato condotto deſtinato dalla natura a queſt' ufficio. S' induce poi a credere, che umettata eſſendo la teſta del piſtillo con acqua, queſta poſſa ſervire di meſtruo, e di veicolo per far sì, che queſti globettini s' introducano in maggior quantità. E ritrae la ragione di queſto ſuo ſoſpetto dall' aver veduto nello ſpazio d' una notte riempierſi d' un abbondante umor giallo quei piſtilli, che erano ſtati aſperſi da lui d' un pulviſcolo non proprio, ma di ſpecie ſoltanto diverſa, quando quelli, che non avevano ſofferta una ſimile applicazione, eranſi mantenuti perfettamente ſecchi, onde ne conclude, che il pulviſcolo caduto ſullo ſtimma, ſi diſciolga entro le papille, e che ſolamente la parte più ſottile di eſſo penetri nelle tube.

Nè creder si dee, che questo suo pensamento sia cosa affatto nuova, ma da gran tempo congetturata dal *Geoffroy* stesso, il quale se insieme con tutti gli altri Naturalisti non ha fatto altro, che sospettarlo, ciò è stato in conseguenza di non essergli noti i cangiamenti, che soffre il pulviscolo bagnato dall' acqua; lo che non è da maravigliarsi, perchè l' azione di esso comincia, e finisce nel celere spazio di quattro o cinque secondi. E ad oggetto di poter bene osservare questo movimento si propone dal Traduttore, che ha fatte anco le note al suo discorso di situare la polvere in un vetro concavo obiettivo, sul bordo del quale sia stata messa una goccia d' acqua, che lentamente vada a discendere sul pulviscolo, avendosi così tutto il tempo di poter applicar l' occhio al Microscopio.

Passa poi l' Autore a darci un' idea del modo, col quale per la prima volta si fece a lui manifesto un tal fenomeno, e rende così ragione del perchè possa essere sfuggito anco alle ricerche degli altri; rappresentandoci intanto questa esplosione dei grani del pulviscolo, come uno strascico, o razzo di piccolissimi globettini involti in una sostanza membranosa agitantisi con direzioni diverse a guisa di Eolipila, il cui moto non dura che uno, o due secondi. In seguito ci assicura d' averne osservato ciò in più, e diverse polveri, tra le quali dà la preferenza a quella dei fiori delle Cucurbite, o Zucche per essere composta di globettini più grandi, e perchè vi si vedono alcune macchie trasparenti, che mutansi di luogo nel tempo dell' ejaculazione. Riduce poi i risultati delle sue sperienze a questi capi. 1°. Che quantunque abbia ragione di credere, che tutte le diverse polveri agiscano, e secondino i loro respettivi grani nella stessa maniera, nondimeno si rende più facile l' osservazione sulle polveri opache, perchè nelle trasparenti non si scorge, che un leggero vapore, e che se in alcune piccolissime non si giunge a veder nulla, come nelle polveri del Melagrano, degli sparagi, o simili, ciò debba ripetersi dalla troppa finezza, dalla trasparenza, e dal restare questi globettini fuori dell' acqua. 2°. Che pochi sono i globuli, che agiscono, se la polvere non è recente, e che quando è tale, non tutti agiscono, perchè non sono ugualmente maturi, e pronti all'

azione. 3°. Che alcune ſpecie di polveri agiſcono con tanta forza da ſar sì, che un globicino riſpinga l' altro contiguo ad eſſo alla diſtanza di ſei, o ſette volte il ſuo diametro. 4°. Che in alcune polveri oſſervanſi ſempre alcuni globettini crepati, e mezzi aperti, benchè ſia difficile l' accorgerſene per eſſer l'apertura quaſi impercettibile. 5°. Che il ſeme, o ſieno i grani non contengono avanti la ſecondazione la pianta in miniatura, come è ſtato creduto, ma che è la polvere del fiore, che rinchiude il primo germe, o bottone della nuova pianta, e che queſto germe per iſvilupparſi, e creſcere non ha biſogno, che d' un ſugo, quale è quello, che trova di già preparato entro l'ovaja. Queſto ſentimento è appoggiato (dic' Egli) all' oſſervazioni fatte da altri Naturaliſti, che non hanno potuto ſcuoprire nel grano, o ſeme della pianta veruna coſa, finchè gli ſtami non ſi ſono ſcaricati del pulviſcolo, trovandoſi ſempre vuoti col ſolo inviluppo eſterno prima di tal tempo, ed al contrario ſempre con un vero germe, o macchia verdaſtra, che nuota in un limpido liquore dopo eſſere accaduta la ſecondazione, onde ne conclude dalla ſomiglianza, che trova tra queſta macchia verdaſtra, e i globuletti lanciati dal Pulviſcolo, eſſer veriſimiliſſimo, che ciaſcun globulo ſia un germe, e di più non impoſſibile, che un ſolo globettino di primo ordine baſti a ſecondare tutti i grani contenuti nell' Ovaja. 6°. Che la vera ragione, per cui la pioggia ſi rende nociva alle piante in fiore, non deve rifonderſi dal portar via il Pulviſcolo, ma dal produrre l' eſploſione dei globettini ſugli ſtami, prima, che ſieno giunti al piſtillo. 7°. Che la ſoſtanza ſecondante è lanciata nei condotti terminanti all' Ovario in virtù ſolo della forza dell' eſploſione dei detti globettini, e che queſti condotti ſi poſſono oſſervare nei piſtilli di varie piante, e ſpecialmente in quelli del Cedrato, i quali ſe ſi eſaminano in qualche porzione tagliata a traverſo, appariſcono rigati come il Cedrato ſteſſo diſtinguendoſi beniſſimo i condotti, che finiſcono alle Cellulette contenenti i grani. In quanto alle papille conviene, che non ſi trovano ſempre in ogni piſtillo, come pure i condotti, ma che in quella vece la Natura ſuppliſce con altre parti, e che la ſecondazione in generale s' opera ſempre

nello ſteſſo modo in tutte, citando l'autorità del *Loghano*, e l'eſempio del *Mayz*, o *Granturco*, che invece di condotti ha dei filamenti eſattamente corriſpondenti al numero dei grani, al quale oſſervò, che tagliando una parte di detti filamenti, la fecondazione ſi fa in corriſpondenza minore, e viene a mancare d'un numero uguale di grani, quanti ſono i fili tagliati. 8°. Che quantunque l' acqua produca ſempre l'effetto dell'eſploſione dei globettini, contuttociò il liquore eſpreſſo dall'Ovaja ſembra eſſere a tale effetto aſſai più efficace. Finalmente crede, che il modo, col quale s' effettua dall' acqua la mentovata eſploſione reſterà ſempre un ſegreto, e che molti liquori acidi ſono ſtati da Eſſo ſperimentati inabili a produrla. Dopo tutto ciò paſſa il noſtro Autore a proporre varie queſtioni in parte aliene dal noſtro ſoggetto, che indirizza a quegli, i quali pretendono, che i vermicelli ſpermatici ſieno veri animaletti, e non piccole macchine ſimili ai vaſi lattiferi del Calamajo, penſando, (dic' Egli) coſtoro di diſtruggere così l' Analogia, che le precedenti ſue ſcoperte ſtabiliſcono fra i due Regni animale, e Vegetabile. Invita dunque a riſpondere alle qui appreſſo queſtioni. 1°. Perchè ſe i vermicelli ſpermatici ſono animali ſimili a quegli, che abitano nell'acqua, vivon eglino in un elemento per la ſua viſcoſità così improprio, e che ha biſogno d'eſſer fino annacquato, perchè non manchi loro il moto? 2°. Si guadagna Egli qualche coſa col ſoſtenere, che tali animaletti contribuiſcono in qualche maniera alla generazione, poichè ſi può ſempre domandare, come ſi producono, quando che non ſi voglia eſtendere il loro numero all' infinito? 3°. Senza derogare in nulla alla Sapienza del Creatore non ſiamo noi autorizzàti ugualmente a poter dire, che il feto trae la ſua origine da un punto di materia ſenza vita, come da un animaletto? Perchè tali animaletti nei ſoggetti troppo giovini reſtano mai ſempre imperfetti? e per molti anni non compariſcono (ſecondo il *Leeurrenhoek*) che come punti, o globuli ſenza vita? 4°. Da una ſimile oſſervazione non potrebbeſi dedurre, che vi è in ciò qualche coſa d'analogo colla graduata formazione dei vaſi lattiferi del Calamajo, piuttoſto che concluderne eſſere un' animale, il principio della Generazione? Termina poi il ſuo

discorso con dire, che per provare la realità di questi Vermicelli, il moto loro non basta; e che è equivoco subito, che se n'osserva un simile nei soliti vasi Lattiferi, che sono pure macchine, nulla facendo la maggior durata di questo moto per accrescer forza alle prove in favore della loro esistenza. Restano ora solo ad aggiugnersi a quest' Estratto, che è piuttosto una Traduzione, che altro, le risposte, che il suo Traduttore pone in piè di pagina, le quali sono.

1°. I Vermicelli se compariscono qualche volta inviluppati nei luoghi, ove il liquore resta un poco più denso, non siamo per questo sicuri, che sia così nei serbatoj d' onde escono, e non sono fatti per osservarsi al Microscopio. 2°. Non si tratta qui del loro uso, ma della loro realità, e per l' Ente Supremo tanto è creare dieci che un milione. 3°. Consultando la potenza del Creatore tanto può stare l' una cosa, che l'altra. Ma se si tratta qui di ciò, che ha fatto, non di quel, che poteva fare; se gli Animaletti esistono di fatto, e sono il principio del feto, sarebbe un derogare alla sua sapienza il dire, che la moltiplicazione delle specie s'operasse per un altro mezzo, avendo scelto questo, perchè il migliore. Dall' altra parte siamo noi sicuri, che non sarebbe un derogare a questa stessa sapienza il dire, che Dio è obbligato a creare nuove Anime per tutti gli Animali, che nascono? Conseguenza che è forse da superarsi subito che non s'ammetta l'esistenza degli Animaletti. 4°. Se gli Animaletti non danno segni di vita in un' età immatura, forse deriva ciò, perchè non trovano un Elemento, che loro convenga, e restano in uno stato di Ninfa, finchè tale Elemento non acquista quella perfezione, che loro è necessaria. 5°. Ci è qualche differenza tra il moto degli Animaletti, e quello dei vasi Lattiferi *(a)*.

(a) Dopo le divisate scoperte del *Needham* crediamo di non errare dicendo, che nessun altro apparisce aver illustrato tal materia fino all' anno 1749. in cui abbiamo dell' Illustre *Giorgio Gmelin* di Tubinga un discorso = *De novorum Vegetabilium post creationem divisorum exortu*. = In questo oltre la descrizione de' suoi Viaggi conferma il doppio sesso delle Piante, mostra l' analogia che passa tra le piante, ed i Polipi, attesta l' esistenza delle piante Ibride particolarmente tra i Delfini, ma non ammette però gli esempli portati dal *Linneo*, perchè le specie da lui credute spurie nascono in paesi, ove manca il supposto sostituito Padre.

Sia poi con lode della sempre benemerita delle Lettere Italia, il potere inoltrandoci all' anno 1750. nominare tra gli Scrittori di cose nostre anco una Donna. Questa fu *Maria Schiera*, che publicò colle Stampe di *Milano* due Dissertazioni Latine di Botanico argomento, trattando nella prima di esse della secondazione, e del doppio sesso delle piante, che procurò di confermare con i proprj suoi sperimenti.

E nello stesso anno *Enrico Ottone Bossek* Tedesco, descrisse la diversa figura di moltissime Antere, esaminandone la natura, ed il sito, e rilevando, che la secondazione nelle piante si opera in grazia dei vasi esalanti del pistillo, che per il ringorgamento del sugo vengono ad ostruirsi.

Va però innanzi a questi se non per ragion di tempo, almeno per dottrina incomparabilmente maggiore *Vitaliano Donati*, di cui abbiamo un saggio della *Storia Naturale Marina dell' Adriatico*, Opera egregia, che riguarda specialmente i Zoofiti interessanti per l' unione, che compongono tra i due Regni Vegetabile, ed Animale; dove parla ancora dell' Alghe, e dei Fuchi, che son vere piante, e che da lui dividonsi in varj generi assegnando a ciascun di loro il carattere proprio, con indicarne quali sieno i fiori maschi, quali le femmine, ed osservando a proposito della *Vissoide*, che la saggia Natura, la quale ha modellato nelle piante terrestri il principio secondante in polveri regolari, gli ha dato nelle Marine la forma d' un fluido mucilaginoso, che ha qualche sorta di trasparenza, e che rinchiude un' infinità di corpicciuoli di diversa figura, ma ordinariamente quasi rotondi, e giallastri, o d' un verde pallido, ed involti in un glutine come convenivasi, dovendo agire nell' acqua. Così per tutto veggiamo appropriati i mezzi al suo fine.

Di *Giovanni Hill* celebre per la Censura fatta alle Transazioni della Società Reale di *Londra*, e per tant' altre Opere Botaniche da lui date alla luce, non daremo qui altro conto che quanto concerne al 1752. mentre ci occorrerà di ragionarne più sotto. In questo anno dunque uscirono i suoi *Saggi di Storia Naturale* ripieni di Microscopiche Osservazioni sulle piante della *Erittogamia*, e sulle marine, nei quali si contiene anco qualche esame intorno ai globuli del-

la farina dell' antere, e al modo, con cui ſuccede la fecondazione (*a*).

Carlo Alſton Profeſſore d'*Edimburgo* attaccato ai principj del *Tournefort*, che aſſai bene ſviluppò, ed eſteſe, diede ſuori nel ſeguente anno il ſuo *Tirocinio Botanico*, ed in eſſo paragonando i due ſiſtemi, e moſtrandoſi in molte coſe contrario a quello del *Linneo* per eſſer più intricato, e non naturale, paſſa a negare anco il ſeſſo nelle piante, paragona gli Embrioni dei fiori ai bottoni, ed ai Calici, e ſoſtiene aver lo ſpinacio ſemmina prodotto il frutto ſenza che vi foſſero maſchi in vicinanza.

Si hanno poſcia, venendo all' anno dopo, due ſcrittori, cioè *Carlo Gianella*, che trattò della Vegetazione, e fecondazione delle Piante nelle ſue *Muſe Fiſiche*, e *Tiberio Lambergen*, che nell' occaſione d' un Diſcorſo inaugurale da lui recitato, e ſtampato a *Groninga*, ſtabilì eſſer rariſſime le Piante nate per l' adulterio di polveri di diverſo genere. Nè, perchè ſovente andiamo ricordando Opere poco note, ſarà chi ci riprenda, che oltre d' eſſere noi tenuti a ciò fare per integrità di queſti Commentarj, giova alle volte anco la nuda cognizione dell' idee corſe per mente (*b*).

Frattanto non va laſciato di dire, che appartiene all' anno 1756. il *Regno Vegetabile* ec. di *Xaverio Manetti* Illuſtre Prefetto dell' Orto Fiorentino per eſſere Opera utiliſſima, che facilita la cognizione del ſiſtema *Linneiano* in tutte le ſue parti, e che ampiamente tratta del doppio ſeſſo, e delle Piante Ibride, le quali ammette aſſerendo in oltre, che

---

(*a*) Contemporaneamente però, e forſe anco prima comparſa era un' Opera di *Jacopo Parſons* Medico Ingleſe col titolo di *Filoſofiche Oſſervazioni ſull' Analogia fra la propagazione degli Animali, e dei Vegetabili*, nella quale aſſomigliando i Polipi alle piante, benchè contrario al ſiſtema dello ſviluppo, pretende, che il nuovo germe prodotto rimanga naſcoſto da principio nel germe della nuova pianta, coſicchè la generazione non ſia altro, che una vera ſucceſſione, e quantunque non ammetta, che la pianta novella derivi dal pulviſcolo maſculino, ma, che ſia celata nel ſeme, vuole però, che eſſo ſerva a ſecondarla. Chiama poi germi ſubordinati quegli che ſono nell' ali delle foglie, e nei Polipi. *Jacopo Schilling* nel ſuo Saggio di Fitologia, *Duisburgo* 1752. conferma eſaminando la ſabbrica delle Piante, e la natura del ſucchio che crede eſſer la terra più ſottile ſciolta dall' acqua, anco il doppio ſeſſo ec.

(*b*) Nel Tomo II. delle Memorie *des Savans Etrang.* del 1755. Il Cav. *Gio. de Riville* deſcrive anch' eſſo la Caprificazione, che ſi pratica dai Malteſi, dimoſtrando, che la maturità dei frutti viene prodotta ſolo dalle bucature della Moſca. (*Cynips Pſenes Lin*).

quantunque accada, che alcuni frutti maturino ſenza l'azione del pulviſcolo, eſſer poi certo, che queſti non ſono altro, che meri ricettacoli (*a*).

Sul merito del qual libro ci eſtenderemmo di vantaggio, ſe la brevità propoſtaci non ci richiamaſſe al 1758 (*b*), per eſporre ciò, che ſi contiene di relativo al ſoggetto noſtro nella Fiſica degli Alberi di *Lodovico Du Hamel Du Monceau*, produzione tanto ſingolare, e nota agli amatori di queſti Studj, che non ha d'uopo eſſer lodata da noi. Tralaſciando dunque le altre infinite coſe, che magiſtralmente tratta, e riſchiara intorno ai metodi dei Botanici, ed alla non bene definita differenza, che paſſa dalla ſpecie alla varietà, e tutto ciò ancora, che da ſommo Fiſico ſciente di coſe agrarie c' inſegna intorno all' Anatomìa degli Alberi con unir per tutto all'altrui le proprie ſue Oſſervazioni, venendo al libro terzo, ove prende a parlare degli Organi della Fruttificazione comincia il ſuo eſame dai bottoni, d' onde ſpuntano i fiori, nei quali giunge a ſcorgere non ſolamente i fiori in compleſſo, ma le particelle tutte, che li compongono, cioè i petali, gli ſtami, ed i piſtilli, nella cui baſe arriva a vedere anco i granelli, o ſemi, e ſtabiliſce, che i ſemi appariſcono prima degli ſtami. S'avanza quindi a rintracciare gli uſi delle parti componenti i fiori, e le mutazioni a cui ſono ſoggetti dal momento, che diſtinguer ſi poſſono nei bottoni fino alla loro caduta, dopo la quale non rimane, che l'Embrione, o il frutto novello. E qui ci ſorprende col darci la più fina Anatomia di due Frutte, uno dei quali è la Pera, l'altro la Mandorla. Conclude poſcia, che gli ſtami, ed i piſtilli ſono ſpecialmente neceſſarj alla formazione dei ſemi, ammettendo l'eſiſtenza dei due Seſſi, e la neceſſità, che ambedue vi concorrano. Ma prima di decidere alcuna coſa ſull' ufizio, che preſtano tali organi, paſſa a preſentarci il proſpetto delle ſcoperte fatte intorno a

(*a*) *Frid. Haſſelquiot*. Nell'Opera poſtuma riguardante i viaggi da lui fatti in Smirne, e nell' Egitto ec. comparſa nel 1757. deſcrive la fecondazione delle Palme col ſolito mezzo del pulviſcolo maſculino ec.

(*b*) *Pietro Loesling*. Viaggi fatti in Spagna, e nell' America *Stokolm* 1758. dice, che nella Baniſteria ſpecie di Elematitide il pulviſcolo non può fecondare il frutto ſe non penetra pel ricettacolo.

tal materia, in che facendo ci vince d'assai per la discussione, che intraprende con molta dottrina, e criterio dell'opinioni insorte rispetto alla fecondazione sì degli animali, che dei Vegetabili, seguendo passo passo l'analogia, che per tutto accompagna questo inaccessibil mistero. Siccome poi, ammessa, che sia una volta la differenza dei Sessi, è persuaso doverne nascer naturalmente alcune mescolanze producitrici di nuove specie, o varietà nelle piante dello stesso genere, non lascia perciò d'additarcene le cause, e di suggerircene il metodo per facilmente ottenerle. Avverte in oltre, che confondere non si devono con queste varietà certi mostri, che sono piuttosto difformità delle parti dependenti da cattiva disposizione, le quali anco talora perpetuar si possono nelle piante. In fine si possono aggiungere a tali osservazioni l'esperienza della fecondazione sul Terebinto Femmina esistente nel Giardino di Monsieur *de la Serre* ottenuta, com' è noto, coll'approssimazione d'un Pistacchio maschio; e le ricerche sul pulviscolo dell' Equiseto, della Lingua Cervina, e d'altre piante, delle quali non bene si conoscevano gli organi della generazione.

Fu poi in questo suddetto anno, che seguitò ad illustrare *Gio. Hill* la generazione dei Vegetabili dandoci l' Anatomia della pianta chiamata *Amarillide*, e dall' esaminarne la struttura specialmente delle radici, rilevò, che le fibre di esse continuano fino all'estremità dell' antere, che quelle della corteccia vanno a terminare nei petali, e quelle dell' alburno nel ricettacolo del frutto: osserva di più, che la tuba, o pistillo viene formato dalla midolla, e che in ciascuno dei globicini del pulviscolo vi abita un vermicello, che dichiara essere il vero germe della pianta, e che ci assicura penetrare nell'interne parti dell'Embrione, e della siliqua, innanzi a ciò vuota, e composta dei soli inviluppi, per mezzo d'alcuni imbutini, i quali si scorgono chiaramente aperti intorno al detto pistillo.

Ci occorre ora di nuovo interrompere l' istoria dell'altrui utili ricerche per presentare le opinioni di *Giorgio Federigo Moeller* Svedese contrarie al già dimostrato sesso delle piante, che inserite si vedono nei Tomj 2do. 3zo., e 7mo. del *Magazzino d' Amburgo* intorno a questo tempo. In essi

adunque trattando del pulviſcolo dell'antere non ha difficoltà d' affermare, che con tutta l'amputazione degli ſtami, alcune piante hanno prodotto frutti maturi, ed oltre al non accordargli la forza di fecondare, ſi dichiara contro il ſiſtema dello ſviluppamento, e porta l'eſempio del Colchico, il cui frutto pretende, che ſia naſcoſto ſotto terra, quando la pianta trovaſi in fiore nell'Autunno. Dubita, ſe tra le Palme vi ſia differenza dal Maſchio alla Femmina, e riguardando il pulviſcolo, come un eſcremento, ci atteſta d' aver il noce perfezionati i ſemi ſenza il miniſtero della polvere maſculina. Nega anco l'eſiſtenza delle Piante Ibride, o almeno vuole, che ſieno aſſai rare, e così termina di darci ben ſicure riprove di quanto abbia cercato allontanarſi da quelle idee, che ſono oramai le più ricevute (*a*).

Giuſeppe Gottlieb Kſelrueter due anni dopo, cioè nel 1761. occupato eſſendoſi particolarmente nello ſperimentare gli effetti del pulviſcolo da eſſo in varj, e replicati modi ſparſo ſull'organo femminino di molte piante, oltre ad aver ſempre più dimoſtrata poſſibile l'artificiale fecondazione, venne a metter in chiaro, che tra le Piante Ibride, o nate da due ſorti di pulviſcolo alieno, la ſomiglianza della ſpecie, o piuttoſto della varietà ſta in ragione della maggior copia del detto pulviſcolo, di maniera che proſeguendo a rinnovarne l'adulterio, s' oſſerva, che queſte variano aſpetto, e ſeguitano le ſembianze ſecondo la provenienza, accordando però una qualche maggior prerogativa alla Madre. Quindi dopo aver eſaminata anco l' elaſticità, che hanno alcuni ſtami, e la natura oleoſa della farina fecondante, come pure del liquore, che inveſte lo ſtimma, c' informa, che ſe venga queſto traſportato ſul piſtillo d'un'altra ſpecie, non deriva alcuna coſa per non eſſer un ſugo prolifico, ma ſoltanto oleoſo, e deſtinato a ſervir di veicolo al vero ſperma maſculino delle piante.

Ed eccoci in tanto pervenuti a dover riferire il ſenti-

(*a*) *Jacopo Reinhard* in alcuni ſuoi Trattati d' Economia Rurale Stampati a *Durlac* nel 1750. loda molto il *Mayz*, e col mezzo d'un ſuo Sperimento moſtra, che ſparge in diſtanza per ogni parte il pulviſcolo.

mento d'un Botanico del primo ordine, cioè di *Michele Adanson*, a cui la naturale Filosofia è debitrice di molto non solo per la *Storia del Senegal*, ma più anco per le *Famiglie delle Piante* da lui pubblicate nell'anno 1763. In questa Opera eccellente, che contiene una Prefazione storica sullo stato antico, e attuale della Botanica, ed una teoría di detta Scienza, fra le tante cose di vario genere, delle quali tratta, esamina anco la secondazione delle Piante, e la ripete dal pulviscolo caduto sullo stimma in tutte quelle, che avendo stami e pistilli si riproducono per mezzo della semenza. Le prove, che egli riporta sono le già conosciute, che si deducono dall' amputazione degli stami, o dello stimma; dalla mescolanza delle polveri d'altra specie; dalle pioggie dissolventi il pulviscolo, o il glutinoso umor dello stimma; dal freddo, che impedisce all'antere l'aprirsi; dall' inalzarsi le piante acquatiche, allorchè sono in fiore, sopra la superficie dell'acque, come si osserva nel Nenufar, nel Neiumbo, nella Vallisneria, nel Potamogeton, e simili, quantunque molte non lo facciano, tra le quali nomina la Zannichellia, il Cheratofillon, la Chara ec., forse perchè in esse il liquor dello stimma, e la polvere dei loro stami è tale da non essere alterata dall'acqua; o è d' una natura analoga al vapore dei corpi Elettrici; dalla Caprificazione, che più ampiamente di chiunque descrive, e spiega secondo la pratica dell' Isole dell' Arcipelago, dell'Italia, e di Malta, apportandone con precisione i fatti, dai quali conclude esser un' effetto della necessità, che hanno quelle piccole Mosche (*a*), perchè dal secondarne i grani si producano Mandorle mature, e proprie a nutrire i loro piccoli vermi destinati a perpetuarne la razza. Volendo poi indicarci in qual maniera s' operi la secondazione in generale nelle piante, ove ha luogo, quantunque convenga, che alcune di esse, ed in ispecie le Liliacee sieno perforate da un capo all'altro, cioè dallo stimma fino all' Ovaja, contuttociò è d'opinione, che in molte più i pistilli sieno affatto chiusi, e pieni, onde crede, che si avrebbe sufficiente ragione di provare, che non di-

(*a*) *Cynips Psenes.* del Linneo. *Ficarium insectum* del *Pontedera*.

pende dalla polvere degli ſtami, ſe le oſſervazioni microſcopiche non aveſſero dimoſtrato trovarſi nei grani non fecondati l' Embrione già preformato in quella maniera, che ſecondo gli ſperimenti del *Malpighi*, e dell' *Haller* preeſiſtono i feti ranini, e il Pulcino nell' Uova. In conſeguenza di tali principj pare indotto a penſare, che tanto nei Vegetabili, quanto negli Animali eſſa s' operi per mezzo d' un vapore o ſpirito volatile, al quale ſerva ſemplicemente di veicolo la materia prolifica. Ed a queſto ſpirito poi, che ſi eſala dalla materia oleoſa contenuta nei globicini della polvere, allorchè viene umettata dal liquor dello ſtimma, attribuiſce una ſottigliezza pronta, e animata, non diverſa da quella propria del vapore, che inveſte i Corpi Elettrici in modo, che facilmente potendo inſinuarſi per le trachee poſte alla ſuperficie dello ſtimma, da quelle oltrepaſſi fino all' ovaja, ed ai grani, e così imprima in eſſi quel primo moto, che chiamaſi Vita vegetabile. Spiegato ciò paſſa ad accennare i varj mezzi, dei quali ſi ſerve la natura per procurare la fecondazione nelle piante relativi al luogo, al tempo, alla ſituazione, e proporzione delle parti, le quali coſe appreſſo a poco abbiamo già veduto eſſere ſtate rilevate ancora da altri, e maſſime dal *Linneo*.

In queſt' anno *Giuſeppe Quéér* diede fuori la *Storïa delle Piante*, che naſcono nella Spagna frutto dei ſuoi viaggi. Oltre ad opporſi in molte coſe al *Linneo*, pretende, che la differenza del ſeſſo nelle piante ſia incerta, e che le Palme maturino ſenza biſogno di fecondazione; al contrario di ciò, che pubblicato trovaſi quaſi nello ſteſſo tempo da *Antonio Cap. de Vila* Erudito Profeſſore Spagnuolo anch' eſſo in una ſua Deſcrizione della Cultura della Palma Dattilifera, nella quale ci aſſicura, che ſe non è fecondata dal pulviſcolo non matura i frutti, che ſuol produrre intorno al decimo anno (*a*).

(*a*) Dalla ſomiglianza che paſſa tra il regno Vegetabile, ed il regno Animale Venez. 1763. Del Conte *Federigo de Altban* de Servarolo. L' Autore tien dietro all' analogia, che accompagna la vita, la morte, il ſonno, la Venere nei Vegetabili, come negli animali.

Filippo Federigo Von Gleichen di Norimberga nel 1764. (*a*) trattando della fabbrica delle piante, e della ſtruttura delle parti, che il fiore compongono, da lui eſaminate col Microſcopio, intraprende a parlare anco della polvere degli ſtami, alla quale accorda la proprietà di fecondare, e conviene, che dai globettini di eſſa ne vengano lanciati altri più piccoli, che reputa eſſer veri germi, e vuole, che s' introducano per l' inviſibili aperture della tuba eccitati dal proprio moto, e da una forza attraente dei ſemi, nei quali pervenuti eſſendo, comincino dopo a ſvilupparſi, e creſcere. Ma ſe così foſſe, la Madre influirebbe ſulle parti eſterne, il Padre ſull' interne del Vegetabile, e dell' Animale.

Quantunque poi appariſca aver *Martino Frobenio Lederelluller* anco prima del 1765. fatto un ottimo uſo del Microſcopio nella ricerca di varie coſe relative ai due Regni Vegerabile, ed Animale; fu però in queſt' anno, che particolarmente ſi dichiarò contro la Generazione equivoca nelle Piante, e dopo aver riconoſciuta nei bottoni, o gemme la perfetta eſiſtenza dei fiori ornati di ſtami, e di piſtilli parlò anco per proprio eſame dell' eſploſione dei globettini del pulviſcolo fecondante (*b*).

Daremo adeſſo preciſo conto della memoria di *Gottlieb Gleditſch* Profeſſore di Botanica a Berlino inſerita negli Atti di quell' Accademia del 1767. (*c*) ſulla fecondazione da lui ottenuta nella Palma, che il *Linneo* chiama Chamærops. Dopo una breve digreſſione ſulle diverſe ſpecie delle Palme, e ſulla nota pratica, che ſi uſa in tutte le regioni calde Orientali, e Meridionali per avere i Datteri maturi dalla Palma comune affermando poterſi la fecondazione conſeguire

---

(*a*) In queſt' anno *Gio: Battiſta del Covolo* pubblicò in Firenze un Diſcorſo ſull' irritabilità d' alcuni fiori nuovamente ſcoperta che da Eſſo dimoſtraſi riſedere nei ſoli ſtami.

(*b*) Abbiamo di *Federigo Deluis* Profeſſore di *Eriang* intorno a queſto tempo un' oſſervaz. fatta ſul Formentone, o Granturco, in cui trovò dei fiori femminini in una ſpiga a fiori maſchi, ed altre relative alla fecondazione artificiale ottenuta col pulviſcolo ſul nocciolo.

(*c*) *Lorenzo Dutens* Celebre Scrittore d' un Libro intitolato = *Ricerche ſull' origine delle ſcoperte attribuite ai Moderni Par. 1766.* = Vorrebbe ſulle ſolite ragioni d' aver gli antichi, e *Ariſtotile* uſata la voce *Seſſo* riſpetto alle Palme, e diſtinti gli Alberi maſchi dalle femmine accordar loro anco la ſcoperta del ſiſtema ſeſſuale, ma ognun ſa, qual ſignificato Eſſi annetteſſero ad un ſimil vocabolo.

anco per opera degl' insetti, e dell' aria, e del vento, che ne apportino il pulviscolo, passa il dotto Autore ad avvertirci, che la Chamerops è pianta femmina Ermafrodita, ma che ha gli organi masculini insufficienti, onde per fecondare ha sempre bisogno dell' altro individuo a fiori maschi, ed in fatti quella, sulla quale intraprese le sue sperienze, ci racconta, ch' era stata infeconda fino dai tempi del Re *Federigo I.* Quantunque i frutti anco maturi della Chamerops in qualunque luogo sieno prodotti, non abbiano un gusto mielato per potersene nutrire, possono con tutto ciò essere impiegati come la terra del Giappone detta *Catechu* contro la Dissenteria, ed i mali di stomaco ecc. L'odore di essi si assomiglia a quello del burro vecchio, ed hanno un gusto aspro, e amaro, che può paragonarsi al frutto non maturo della *Siliqua dulcis*. Da questa dunque Egli n' ebbe per tre volte una completa fecondazione con averne ottenuti i semi, che nacquero, e produssero piccole Palme. E' da notarsi, che il pulviscolo masculino gli fu mandato avvolto in carta la prima volta da venti miglia lontano, ed altre volte da *Carslruhe*, ottanta miglia distante, e riflette a questo proposito, che gli Orientali vanno a cercare spesso nel fondo dei Deserti i fiori maschj delle Palme salvatiche per farne dei mazzetti, che pongono nella spata accanto ai fiori femmine delle loro Palme, avendo notizie sicure, che impiegano quindeci giorni, e tre settimane per viaggio, prima di potergli destinare a tal uso. Queste sue sperienze sulla Camerops furono intraprese dopo aver fecondato il Lentisco, ed il Terebinto, dal quale ottenne semi maturi, e fecondi. L' abile Naturalista *Koehlreuter*, già da noi mentovato su quello, che mandò al *Gledissch* il pulviscolo della Chamerops maschia, avendone unito al nuovo anco del vecchio d' un' anno. Ecco frattanto il metodo da esso tenuto ne' suoi sperimenti. Da undici mazzetti di fiori preparati, che tramandavano un odor penetrante, gratissimo, ristaurante, e vinoso, che profumava tutta la stufa, e dei quali le Antere erano vuote della materia ricercata per la fecondazione, e non traspiranti odore, e le parti femminine aperte, ed asperse della loro ordinaria umidità oleosa, scelti tre mazzetti fecondò il primo, che era il più piccolo colla polvere d' un anno ricuoprendone i

fiori, ma fenz' effetto, quantunque però non riguardi per vano interamente queſto tentativo. Gli altri due furono fecondati colla polvere freſca, ed in ſeguito oſſervò, che i petali dei detti fiori inſieme coll' Antere erano caduti, e che i piccoli Ovarj s' erano ammolliti, ed avevano preſo un poco d' aumento, variato eſſendo il loro colore, e divenuti più brillanti. Per applicare il Pulviſcolo ſi ſervì d' un pennellino toccando leggermente i fiori: tutti i non toccati non crebbero più d' un piſello: al contrario il mazzetto fecondato produſſe ſulla fine del ſettimo meſe dei Datteri maturi, e perfetti colla differenza, che quelli dei primi fiori vennero più groſſi. La figura dei Datteri perfetti s' aſſomiglia a quella dell' olive: il colore è d' un bruno di noce, e nei più belli il colore di marrone: la ſcorza eſterna è mencia brillante, quella del mezzo denſa, e filamentoſa: ſotto ſi trova l' inviluppo carnoſo, e molle del nocciolo, che ha il colore del fiore di Macis: l' odore è ingrato di burro vecchio. Le conſeguenze, che trae da ſuoi ſperimenti ſi laſciano, dovendoſi vedere originalmente. L' appaſſire, e cadere dei fiori ſecondati deve ſuccedere dopo ſette ore, e queſta è una prova della riuſcita ſecondazione, cioè, che ſuſſiſte il frutto novello, e continua a creſcere. I Globettini del Pulviſcolo conſiſtono in veſcichette di varie figure formate d' una doppia pellicola ſcaglioſa in forma di rete, dov' è rinchiuſa una vera midolla cellulare, friabile. Queſta midolla è una propagazione delle più ſottili della midolla, che è ſparſa in tutta la pianta, cominciando dalle fibre più inviſibili delle radici, d' onde ella s' avanza per il corpo della pianta giungendo ſino ai fiori, ed alle loro Antere, ed entra finalmente nelle veſcichette del pulviſcolo, ivi rinchiudendo un' umidità ſeparata dalle ſue cellule, e preparata per l' effetto della ſecondazione. Queſt' umidità, che avanti d' uſcire dalle veſcichette della polvere non è anco fluida, eſce a diverſe ripreſe ſenza la minima violenza attraverſo i piccoli pori, e ciò viene procurato da una dolce e alternativa contrazione di queſte parti viventi, e ſovranamente irritabili. Può eſſerſi convinti di ciò (dic' Egli) dall' oſſervare, che l' umido dell' acqua agiſce ſu i globuli della polvere in maniera da far uſcire rapidamente la loro materia

ancora cruda. Al contrario quando questa materia è perfetta, ed in grado d'uscire naturalmente, non esce che a poco a poco senza che le vescichette crepino per quest' effetto, e si distende sopra l'acqua come un'Olio delicatissimo. Questa materia oleosa si manifesta distintamente, quando si prende per modo d'esempio la polvere dei fiori freschi di Pino, e che si lascia per lungo tempo in un mortajo di vetro insieme con una porzione di Mercurio, ovvero se si vada tritando spesso unitamente, finchè il detto Mercurio si sia distribuito in modo, che non si conosca più se non dal peso. La massa intera cangia allora colore, sta insieme, e rappresenta una sostanza simile alla Cera, e che si può maneggiare, e distendere colle dita. Avvolgendola in fogli fini Ella gli penetra del suo olio in maniera, che sembrano imbevuti d'olio di Papavero, onde s'induce a credere, che questo saggio potrebbe condurre a cose più interessanti mescolandola con calci metalliche, e colle limature dei metalli stessi. In appresso passa ad esaminare la posizione, che prende il pistillo per rendersi atto a ricevere il pulviscolo, la struttura di esso sistulosa, e l'umidità analoga a quella del detto Pulviscolo, simile a ciò, che accade negli Animali, e porta per riprova d'aver osservato, che la fecondazione non si dà, se prima non si è aperto lo stimma. Pretende in oltre, che questi due Liquidi mescolati insieme, e confusi ne producano un terzo, che partecipa dei due primi. Questo per via di suzione portato nell' Ovario, entra nei gusci della semenza appena formati, e non isviluppati, ove in poco tempo vi cagiona per la forza, che gli è propria, un cangiamento tale, che estende incredibilmente il punto midolloso, che vi si trova, gli dà il primo alimento, e produce lo sviluppo ulteriore del germe della pianta novellamente formato. Per mezzo poi d'un moto interno, che suppone, e dell'evaporazione, e della filtrazione cerca spiegare, in che maniera la massa fecondata entri in un legame più stretto, e così s'avvicinino le parti l'une all'altre, secondo un'ordine determinato in virtù della loro particolar natura.

Meritevole di ricordo s'offre nell' anno seguente *(a)*

(a) In quest'anno *Natale Giuseppe de Necker* Botanico dell' Elettor Palatino diede alla luce l'Opera detta = *Deliciæ Gallo-Belgicæ Sylvestres* = Secondo i principj

un Libro del Marchese di *S. Simon* intorno all' Anatomia, riproduzione, e cultura dei Giacinti, nel quale dopo aver ben rilevata specialmente la fabbrica dei bulbi, e scorte le parti tutte del fiore ivi rinchiuse, ci rappresenta la tuba, o pistillo dei medesimi costrutto a guisa di favo, i cui fori, o pertugi dischiudonsi con apparente apertura per il ricevimento dell' Aura seminale, e vuole, che i globettini del pulviscolo contengano un umore viscido fecondatore, che si trova esistere anco nell' Ovaja, e negli stessi semi derivante dalla terra nel bulbo, e che s' insinua poi fino all' Antere. Ripete tutte le varietà dei colori dagl' Insetti, che trasportano le diverse polveri, e fa consistere la sede della vita di tali piante nella base dei filamenti, che dal fiore vanno all' Antere.

Ma procedendo ora all' anno 1774. fa d' uopo quivi collocare tra gl' Illustratori più riguardevoli di tal materia *Carlo Bonnet*, i cui pensamenti riferiti in una celebre Memoria, che si trova nel Giornale di Fisica dell' Abate *Rozier*, presso a poco son questi.

Comincia l' Illustre Contemplatore della Natura prima di passare a comunicarci le sue ingegnose idee sulla fecondazione delle Piante, dal darci in breve l' istoria dell' interessante scoperta del sesso nelle medesime, e dal additarci i primi Autori di essa. Il *Grew*, il *Ray*, il *Morlant*, il *Camerario*, ed il *Geoffroy* sono quei primi Naturalisti, ai quali ne attribuisce la gloria, non sapendo dire, perchè si sia dimenticato il tanto benemerito nostro *Malpighi*, che accanto al primo Inglese giusto era di veder rammentato. La polvere degli stami riguardata fin allora da tutti, e dal *Tournefort* istesso come un escremento della pianta, fu dall' Accademico Francese, che più attentamente degli altri seppe considerarla, innalzata a più nobile uso, ed importante. Ei ne spiegò la vera natura mostrando essere un' ammasso di corpicciuoli di diversa figura nelle diverse specie, ma costante, ed

del *Linneo*; nella quale conferma il doppio sesso, e parimente, circa lo stesso tempo, o poco dopo comparve *l' Anno campestre di Gio. Paolo Romè* d' Ardenne Francese, Prete dell' Oratorio, Autore di varj trattati d' Agricoltura, ove parlando delle varietà, che ripete dalla mescolanza del pulviscolo, annovera le Lattughe per ispecialmente soggette a variare.

uniforme in ciascuna di esse, cosicchè alcune apparivano essere in forma sferica, altre ellittiche, o cilindriche, o prismatiche ecc.

Il *Geoffroy* ammettendo, che questa polvere è la materia fecondante, si credè vedere, che lo stimma o testa del pistillo era traforata da una moltitudine di fori proporzionati ai globettini di detta polvere, onde per via di piccoli canali, o tubi paralleli all'asse del pistillo spiegò, come penetrar potessero fino agli Embrioni. Molti anni dopo il dotto *Needham* esaminando anch' esso questo soggetto scoperse, che la polvere degli stami era d' una composizione assai più fina, e con osservazioni ben fatte provò, che ogni granellino di questa polvere era egli pure una piccolissima cassettina contenente un vapore, o liquore prodigiosamente sottile, entro il quale ondeggiano infiniti altri granellini d' un' estrema piccolezza, quali riguarda come i veri agenti della fecondazione non convenendo però il nostro Autore sulla maniera, colla quale crede Egli, che si produca, dimostrata falsa nelle sue considerazioni su i corpi organizzati. In oltre con esperienze dirette, e ripetute anco da altri provò, che ogni granello è organizzato in modo, che, se s' inumidisca coll' acqua, s' apre per via di moto quasi spontaneo, e lancia i granellini contenuti in una specie di vapore, o d' aura fecondante. Portata quindi la sua attenzione all' interno del pistillo osservò, che i piccoli tubi, o condotti diminuiscono di diametro a misura, che s' accostano all' Ovario a guisa appunto d' un' imbuto, la cui bocca più larga corrisponde alla testa del pistillo, e la più stretta all' Ovaje. Notò poi anco, che questi tubi sono internamente aspersi d' un umore glutinoso più, o meno abbondante, destinato a procurare la rottura dei granelli, e l' esplosione dei più piccoli in essi contenuti. Dopo questo breve ragguaglio Istorico passa il Filosofo di Ginevra a sviluppare le sue bellissime idee, e ne prende il motivo dalla ragionevole congettura del *Duhamel*; Che ogni Grano contenente possa esser originalmente attaccato per un cortissimo peduncolo all' interno degli Apici. Tal congettura sembrava a lui più che probabile per esser questi piccoli Corpi organizzati, quali dovendo crescere, devono nutrirsi, ed in conseguenza essere per qualche vaso attaccati alla parte destinata

a tal effetto. Con questo principio andando più lungi ne inferisce necessariamente, che anco i granellini contenuti sieno per un gambetto proporzionato alla loro piccolezza in egual modo impiantati nei grani contenenti, e così procedendo ad altre divisioni d'un ordine sempre decrescente, pare inclinato a supporre, che la serie di queste possa estendersi molto più là del terz' ordine con contenere ciascuna di esse anco un vapore d'una sottigliezza adattata alla loro piccolezza, e funzioni. Crede poi, che non gli sarà domandato, perch' Ei precipiti così l'immaginazione nell' Abisso dell' isinito da quei che avendo letta la sua Memoria su i germi, dall' Ipotesi dell' *Emboitement* avranno intesi i fondamenti di tal sua congettura sulla polvere degli stami. Ed avendo provato altrove, che il liquor fecondante è un fluido, che al tempo stesso stimola, e nutrisce, ne segue, che varie essendo le proporzioni delle parti, che deve sviluppare, e nutrire, alcune delle quali sono d'un' estrema delicatezza, necessario si rende anco, che le molecole fecondanti sieno d' un diverso calibro. Io concepisco, (dic' Egli,) che nella polvere degli stami vi sieno dunque differenti ordini di fluidi stimolanti, e nutritivi rinchiusi in diversi globetti incassati gli uni negli altri, e congetturo, che alcuni forse di questi fluidi abbiano unicamente per fine lo sviluppo dei più piccoli bottoni, o gemme degli Alberi, poichè esse apparìscono svilupparsi senza fecondazione apparente, e spunterebbero dall' albero ancora, che costantemente si procurasse di reciderne tutti i fiori. Ora prego di rappresentarsi, se possibile è, la stupenda piccolezza, che aver devono nell' Embrione, o germe i bottoni, che un Olmo sarà per gettare giunto all' età di cento, o dugento anni; ed allora non recherà più sorpresa l' eccessiva degradazione da me supposta nei liquori, che contengono i diversi granelli della polvere degli stami, ma anco senza penetrare nella serie dei germi, quante sono le parti infinitamente piccole in un tutto organizzato chiamate a svilupparsi le prime nel momento della fecondazione! Qual mai prodigiosa sottigliezza particelle sì fatte suppongono nel fluido destinato a procurarne lo svolgimento! E qual mai finalmente non deve essere per esempio la piccolezza degli organi destinati a separare, e perfezionare nel fiore il prin-

cipio fecondante! Sembra poi convenire ful fondamento degli altrui rifultati, che il fluido rinchiufo nella polvere degli ftami fia di natura oleofa, infiammabile, e tale, che non s'unifce coll'acqua, nè fi fcioglie nello fpirito di Vino, riportando a quefto propofito le fperienze di *Gleditfch* relative all'aver mefcolate quefte polveri a varie Calci metalliche, ed a diverfi metalli ridotti in finiffima limatura, e concludendo averfene una riprova indubitata di tal qualità infiammabile dalla cera bruta, che fappiamo bene non effer altro, che la polvere degli ftami raccolta, e preparata dall' Api. Da queft' indole fulfurea delle polveri deduce anco l' attività grande, e l'energía, che è propria di loro, e penfa che dall' unirfi il fuoco negli organi della generazione della pianta ad altri Elementi, e mafsime all'aria, ne rifulti quindi una maggior efficacia. Partendofi poi dall'offervazioni del *Newton*, dell' *Hales*, e del *Baumé* paffa a dimoftrarci, come i Vegetabili combinino gli Elementi a forza dell' ifolargli per mezzo dei vafi innumerabili, che fi dividono, e fuddividono, e che avvolgendofi in diverfa maniera, ora accelerando, or ritardando il corfo degli umori vengono a feparare da un fondo molto eterogeneo i diverfi compofti, che negli organi della generazione abbiamo tutto il luogo di credere, che fieno della maffima importanza, perchè lì è dove fcopriamo una ftruttura più ricercata, e filtri affai più fini, e più delicati. Frattanto dopo aver riguardati i diverfi granelli, o globettini della polvere degli ftami, come tanti piccoliffimi organi deftinati a feparare, e laborare, e fpargere il fluido preziofo, a cui l'immortalità della fpecie è ftata attaccata, s' inoltra a confiderare efiftenti nell'Embrione le parti tutte del germe, che fi figura concentrate, e piegate fopra fe fteffe con molto artifizio, e giudicando di ciò dall' ammirabile ftruttura, che ha offervata nei bottoni a fiori, dietro la fcorta dell'*Haller*, e delle fue fteffe prove accennate nel Libro *della contemplazione della Natura*, fi perfuade, che la fecondazione non fia, che il principio d'uno fviluppo, il quale raddrizzando le forme ce le rende fenfibili, talmente che crede, ch'Ella non formi nulla, ma che folo procuri lo fviluppo di ciò, che era preformato fin dalla fua origine. E ficcome quefto fvolgimento fuppone manifeftamente l'in-

tervento d'una forza espansiva, che superi colla sua energía la resistenza dei solidi, e che spiegando, ed aprendo le maglie del germe le disponga a ricevere il nutrimento, così rileva, che subito, ch' è provato contenersi nella polvere degli stami una materia infiammabile, resta del pari dimostrato, ch' essa contiene un principio pieno d'attività, cioè quella forza d'espansione, che si richiede, e che non s'ignora possedere il fuoco al più alto grado. Tuttociò lo porta sagacemente a riflettere, che l'irritabilità della fibra costituendo nell'animale quel, che può chiamarsi potenza vitale, se mai i Vegetabili ne fossero dotati, (del che non ha bastanti dimostrazioni) ne seguirebbe, che il fluido sottile della polvere degli stami produrrebbe nel germe del Vegetabile i medesimi effetti essenziali, che il liquore spermatico opera nel germe dell' animale. Esso vi ecciterebbe, ed aumenterebbe l'irritabilità, questa l' impulso dei liquori, onde ne risulterebbe in ultimo lo sviluppo completo del tutto Organico. Fa d' uopo qui vedere originalmente con quanta facondia, e filosofico ingegno l' Autore va rintracciando in che consista il principio della vita, e come la fecondazione ne possa imprimere una nuova per mezzo d'un fluido sottilissimo, ed attivissimo, che pone in azione i solidi del germe, esercitando principalmente la sua efficacia sulla parte gelatinosa, come la più irritabile, della quale non ne vanno esenti i Vegetabili, e limitandosi in generale ad ammettere, che in una o più parti del corpo della pianta esiste un gioco segreto, che è il principio dei moti, e dei vasi, ed in conseguenza del fluido contenuto da essi, senza però escluder l' azione propria delle trachee, che per l'alternativa dilatazione, e condensazione dell' aria s'unisce anch' essa a render più facili i movimenti suddetti. Con tutto questo però confessa la difficoltà di spiegare in che maniera il principio fecondante della polvere degli stami accrescer possa la potenza vitale dei germi contenuti nell'Ovaja, dependendo ciò dall' intima natura di questa forza, che ci è assolutamente ignota, ancorchè in tutti gli Esseri viventi si faccia consistere sempre nell' irritabilità, e si riduce solo a congetturare, che possa esservi un rapporto segreto fra il fluido elastico diffuso nella gelatina vegetabile, e lo spirito fecondante in

virtù

virtù del quale questo risvegliando in quello dell' oscillazioni più, o meno forti, ne nasca l'accrescimento della potenza vitale nei vasi del germe. Passando poi ad esaminare i pensamenti del *Gleditsch* su tal materia, non crede il N. A. di dover ammettere nelle piante due principj fecondanti, cioè i due liquori, uno somministrato dagli stami, e l'altro dal pistillo, come gli ammette il Naturalista di Berlino, il quale dalla unione di essi vuole, che venga a prodursi una sostanza fluida di terza natura, che è la causa operatrice della fecondazione, (secondo Egli ne pensa) portata che sia dentro l'Ovaja, e quindi ne' gusci delle semenze: primieramente perchè tal congettura sembra esser solo appoggiata ad un' antica opinione delle scuole relativa alla generazione degli animali per ispiegare le somiglianze, dimostrata falsa dall'*Haller*, che provò di non esservi altro liquore veramente prolifico, che quello fornito dal maschio, o perchè non vi è la necessità di ricorrere al gratuito supposto di due liquori prolifici, molto più, che l'umore, che internamente bagna il pistillo è sì grossolano, e viscoso, e sproporzionato all'estrema piccolezza delle parti del germe, che non pare esser punto idoneo a compire l' importante funzione d'un principio fecondatore, veduto anco essendosi di sopra, che il suo ufficio è soltanto quello di procurare la rottura, e l' esplosione dei granellini contenuti nella polvere degli stami. L'abile nostro Osservatore pensa anco diversamente dal *Gleditsch* in quanto il modo, con cui Egli pretende, che la fecondante materia esca dai globettini della polvere, nè può adattarsi ad accordargli, ch'essa sen'esca a poco a poco, ed a diverse riprese senza la minima violenza dall' interno delle cassettine per mezzo d'un infinito numero di pori, dei quali la superficie di essi è traforata, confessando di non intendere le ragioni, che l'inducono a negare d'ammettere, che il fluido fecondante sia scagliato verso i germi in grazia del moto elastico dei globettini. E giacchè resta provato con esperienze dirette essere i medesimi tanti corpicciuoli a molla, i quali scattano per l'umidità, e tramandano fuori con una specie di getto il fluido fecondante, plausibilmente sostiene, che non potrebbe penetrare detto fluido entro il pistillo sempre asperso d' un umore, senza che i globettini

s' apriſſero in inſtanti, ſpecialmente ſe ſi voglia riflettere alla forma, e lunghezza dei diverſi piſtilli, ed al modo, con cui ſono ſituati gli Embrioni nell' Ovaja, ed al luogo profondo, che occupa queſta nella baſe del piſtillo, onde non eſſervi, che un moto di projezione, che poſſa portare il fluido ſecondante ſino all' interno dei germi. Laſcieremo ora d' accennare il compleſſo delle ſolite prove, che quivi l' Autore riporta, tendenti a dimoſtrare come tutto ſia ſtato diſpoſto dalla Natura nella maniera la più propria ad aſſicurare la ſecondazione delle piante per venir ſubito ad alcune ſue oſſervazioni. Riguardando un giorno con molt' attenzione il piſtillo d' un Giglio color d' Arancia credè d' accorgerſi, che vi foſſe un' apertura fra i tre pezzi, dei quali lo ſtimma di queſto Giglio era compoſto, e tentato avendo d' introdurre nel mezzo delicatamente la punta d' uno ſpillo, vidde con eſtremo piacere unito a ſorpreſa, che i tre pezzi facilmente s' allontanavano gli uni dagli altri, e gli laſciavano vedere una grande apertura ſpalancata, o ciò che ſuona l' iſteſſo, la bocca d' un grand' imbuto. Da tal momento non fu più come prima imbarazzato a renderſi ragione del come le polveri degli ſtami s' inſinuaſſero, ſcoperta avendo troppo chiaramente la ſpazioſa apertura a queſt' importante fine accomodata. Continuando le ſue ricerche s' aſſicurò, che i tre pezzi dello ſtimma erano elaſtici, e che queſta loro elaſticità tendeva a tenergli avvicinati, e a chiudere eſattamente l' apertura dello ſtimma. Notò anco le medeſime eſſenziali particolarità nel piſtillo del fior d' Arancio, e in quello del Tiglio. Il Piſtillo del fior d' Arancio gli offerſe di più una ſorte d' inneſto aſſai rimarcabile per l' approſſimazione d' uno, e talvolta di due ſtami colla teſta del piſtillo, e tuttociò oltre all' avergli fatto comprendere la neceſſità d' eſtendere tali oſſervazioni a un gran numero di ſpecie, perſuaſo, che ſi ſcuoprirebbero molte varietà nella forma, e proporzione dell' apertura dello ſtimma, lo porta a congetturare, che lo ſtimma s' apra ſul momento della ſecondazione per un moto in qualche maniera ſpontaneo, talchè vi ſia un certo tempo, e certe circoſtanze, nelle quali queſta ſpecie di vulva ſia più, o meno apparente, e più, o meno facile a riconoſcerſi; non eſſendo

anco impoſſibile, che gli apici eccitino ſulla teſta del piſtillo una leggera irritazione, o che vi ſpargano un liquore capace di determinarla ad aprirſi. Siccome però aveva tutta la ragione di credere, che l'oſſervato da lui non foſſe sfuggito agli occhi penetranti del *Linneo*, interrogatolo ſu di ciò, ebbe il piacere di ſentirſi confermare da lui, che effetti conſimili del vegetabile eſtro venereo ammiravanſi nella *Graziola*, e nella *Viola* di tre colori. E lo ſteſſo *Gleditſch*, come ei rileva, notata aveva anch' egli queſta grande apertura dello ſtimma, benchè ſu di ciò non s'eſprima con chiarezza uguale al Profeſſore d'*Upſal*, la quale apertura aſperſa ſi vede d'un umore analogo a quello, che traſuda dall'antere, maſſime allorchè giunto è il momento, in cui deve ſuccedere la fecondazione, lo che negliger non deveſi, quando s'intraprende di produrla artificialmente. Riflettendo poi ai già di ſopra accennati movimenti affatto ſpontanei degli organi genitali delle piante, e a tuttociò, che ſi racconta degli amori di eſſe dal *Linneo*, ſembra al *N. A.* di riconoſcere anco in ciò un luminoſo tratto d'Analogía, onde ſempre più aver ragione di credere, che le piante, e gli animali compongano una ſola gran Famiglia; e dal veder altresì, che molte ſpecie d'Inſetti, e di Conchiglie non ci preſentano nulla di così animato nell'atto della fecondazione, come le piante, trova ragione di riprodurre qui ancora la veriſimiglianza dell'ipoteſi accordante loro un certo grado di ſenſibilità. Per intender poi pienamente quali ſieno i principj del *N. A.* e l'ipoteſi, che abbraccia relativamente alla riproduzione dei vegetabili, riporteremo adeſſo le ſue ſteſſe parole. L'uovo, (dic'egli) è all'animale ciò, che è il granello alla pianta. Si ſa, che i feti dei vivipari ſono ſituati in veſcichette entro l'ovario, e che tali veſcichette ſono una ſpecie d'uova. Sapiamo pure eſſerſi trovati alcuni feti di vivipari, che ſi erano ſviluppati nell' Ovaja. Ora ſe oggigiorno reſta dimoſtrato, che il Pulcino, e i Girini eſiſtono per l'intiero nell'uovo avanti della fecondazione (a) vi è molta appa-

(a) Le prove di queſti fatti poſſono vederſi nel Tomo I. Cap. IX. *de' Corpi organizzati*, e nella *Palingeneſia* part. X. pag. 416. prima Edizione.

renza ancora, che del pari esista la piantina nel granello prima di essa. Nella *Palingenesia* (a) ho riportato un fatto importante, che rende ciò sommamente probabile; si giunge a veder con chiarezza le semenze delle piante leguminose avanti che sieno state fecondate, e nel tempo, che le silique sono ancora rinchiuse nell' interno del bottone a fiore. Se dunque il granello è alla pianta ciò, che l' uovo è all' animale, e se il Pulcino preesiste nell' uovo, e fa corpo con lui, si rende almeno assai verisimile, che anco la piantina, quale fa pur corpo col granello, preesista insieme con esso prima della fecondazione. Prego di non si scordare, che il giallo dell' uovo, che indubitatamente sussiste avanti, e che per ignoranza era stato riguardato come una semplice materia nutritiva, mostrasi esser di fatto veramente l' intestino stesso del Pulcino (b). Si rifletta quindi con attenzione alla grande analogía del vegetabile coll' animale manifesta per tanti caratteri, e sì diversi, e ci accorgeremo quanto i da me esposti principj sulla generazione degli esseri viventi sono più probabili di quegli ammessi dagli altri Fisici celebri. Ma i fatti ora indicati non sono ne meno quei soli, che hanno servito di base ai miei principj. Havvene altri non meno certi, non meno osservabili stati da me analizzati, riuniti, e paragonati, che tutti mi son parsi convergere verso il gran principio della preesistenza dei germi, e del loro sviluppo. Io ho dunque creduto poter rigettare con fondamento l' ipotesi, che suppone esser la polvere degli stami quella, che modella la piantina nel granello, ovvero, che essa sia il principio segreto dei primi rudimenti del tutto organico. Non minore ragione ho creduto d' avere per oppormi anco all' altra, colla quale s' ammette, che la polvere fecondante apporti il germe nel granello, e che esso non sia in certa maniera altro, che l' albergo destinato a riceverlo, ove prender deve il suo primo accrescimento. Si vede bene, che tale supposizione deriva da quella dei vermicelli spermatici accolta tanto una volta dai

---

(a) Tom. I. pag. 420.
(b) *Corpi organizzati* Tom. I. Cap. IX.

più grand' Uomini, ma che in faccia alle nuove ſcoperte non ha potuto però ſoſtenerſi. In fine non ho ammeſſa l'Epigeneſi, o ſia una formazione puramente meccanica dei corpi organizzati, in primo luogo perchè io non conoſceva alcun fatto, che deponeſſe con evidenza in ſuo favore, e ſecondariamente perchè non ſono mai potuto giungere a farmi idee nette, e preciſe d'una tal formazione, eſſendomi ſtato impoſſibile di trionfare delle tante sì diverſe, e preſſanti difficoltà, che aſſediano per ogni parte una ſimile ipoteſi.

Dopo l'eſpoſizione di queſti principj, che il noſtro Autore ſi dichiara eſſer pronto ad abbandonare, quando non ſieno giudicati conformi ai fatti, ed alla buona filoſofia, paſſa quindi ad inſiſtere, ed eſortare i Fiſici a moltiplicare le loro ſperienze per procurar d'ottener quelle ſpecie di moſtri, che portano il nome di Muletti, e che provengono anco nel Regno vegetabile dal concorſo di due individui di ſpecie differente, riguardando tali produzioni per le più idonee a ſparger luce ſul miſtero della Generazione, ed a queſto propoſito accenna eſſer da alcuni ſperimenti riſultato già, che le raſſomiglianze ſono ſtate ſempre relative alla ſpecie delle polveri, e che il ſoggetto fecondato ha avuto qualche ſuperiorità ſul ſoggetto fecondante, onde poterſi ſempre più dubitare, che il germe appartenga originalmente alla femmina. Ripete poi l'origine di queſti muletti dal numero dei più, o meno diretti rapporti, che legano inſieme le polveri ai germi, e crede, che poſſano dipendere da certe proporzioni fra le molecole dei fluidi fecondanti di diverſo ordine, e le maglie dei ſolidi, nelle quali deſtinate ſono ad inſinuarſi, e ancora dalla maniera d'agire di queſte molecole, e quella da cui i ſolidi ricevono l'azione loro, e la modificano; oltre alle ragioni derivanti dalle proporzioni, che gli organi dell'uno, e dell'altro ſeſſo oſſervano fra di loro, e che facilitano più, o meno la fecondazione d'una ſpecie con quella d'un'altra diverſa; non ammettendo però, che ogni ſorte di polvere poſſa fare ſviluppare ogni ſorte di germi, poichè troppo grande allora ſarebbe la confuſione nella ſpecie, ſe tal latitudine ſi eſtendeſſe a ſpecie di generi molto lontani, e di diverſa claſſe. Prima di terminare la ſua bella memoria l'Illuſtre noſtro Filoſofo conſultato avendo nelle

Famiglie delle Piante il sentimento dell' *Adanson* sul modo, con cui la fecondazione succede, osserva aver Egli pure adottato quello, che sembra a lui più da abbracciarsi. Noi però tralascieremo quindi riportarla, perchè ne abbiamo reso già conto al suo luogo, e soltanto rileveremo, che il Celebre *N. A.* disconviene dal credere, che esistano delle piante, nelle quali lo stilo, e lo stimma sieno chiusi, e pieni, essendo portato a supporre in tutti i pistilli un'apertura, o vulva, ed una, o più tube analoghe a quelle da lui descritte, e dubita, che in alcune quest'apertura possa essere forse nascosta, ed anco situata in luogo, ove non si pensa a cercarla, di maniera che non pare tampoco inclinato ad accordargli, che il vapore fecondante s'insinui nelle trachee terminanti alla superficie dello stimma, e si protesta, che se di queste dovesse farne uso, sarebbe piuttosto sulla superficie delle semenze collocate nell' ovaja il luogo, ove le concepirebbe esistenti per incaricarle dell' importante funzione d' introdurre nei germi il vapor fecondante. L'Anatomia della fava, e d' altri granelli e frutti, le cui ramificazioni dei vasi ha vedute colorarsi nelle naturali injezioni da lui trattate nel Libro sull' *uso delle Foglie*, gli danno luogo di congetturare piuttosto, che alcuni di questi vasi s' aprano alla superficie del granello, col quale fanno corpo, e che sia forse per questi orifizj, che lo spirito seminale penetri fino al germe, chiudendo in fine il suo discorso coll' osservare, che il ristringimento delle tube a misura che s'accostano all' Ovaja, sembra a lui molto proprio ad accelerare il moto del fluido destinato a compire il voto della natura.

Abbiamo nel seguente anno 1775. una Memoria di Scrittore Anonimo, che si crede essere il Chiarissimo Sig. *Fougeroux* di *Benderoy* Nipote dell' Illustre *Duhamel*, e Membro dell' Accademia delle Scienze di Parigi sulla fecondazione delle piante, pubblicata nel Giornale di Fisica dell' Abate *Rozier*. Contiene essa, o per darne in breve qualche notizia, oltre una succinta idea dell' attuale stato, in cui si trova questa parte della Scienza vegetabile relativamente alla non più controvertibile esistenza del doppio sesso, ed alla necessità del concorso di ambedue per la riproduzione delle piante, ancora alcuni dubbj, e riflessioni tendenti sempre più

a rischiarare tal materia, ed in fine un Saggio di sperimenti, che rilevano aver la Canape tenuta isolata prodotti i semi fecondi indipendentemente dal pulviscolo degli stami, quantunque (come sembra riconoscere anch'esso) tal tentativo per non essere stata la pianta coperta da alcuna cosa, venga a mancare dell'intera forza atta ad indurre negli animi convinzione. L'Autore si mostra molto sciente dell'opinioni tenute dai più accreditati Naturalisti sul soggetto della fecondazione, e di passaggio ce le accenna, esortandoci a non appigliarsi ad alcun sistema, ma piuttosto a raccoglier dei fatti con lasciare alla posterità l'incarico di dedurne le conseguenze. Ciò che più deve interessare la nostra curiosità, riguarda alcune sue asserzioni, per cagione delle quali stimiamo ora opportuno aggiunger qui uno squarcio di Lettera del Celebre *Bonnet* scritta all'Illustre suo Amico il Sig. *Abate Spallanzani*, nella quale si esaminano i pensamenti di lui. Questa si trova inserita in piè di pagina del Tomo secondo delle *Dissertazioni di Fisica Animale*, e *Vegetabile* del detto *Spallanzani*, da cui l'abbiamo trascritta, avvertendo, che le proposizioni segnate con virgole sono il Testo del medesimo Sig. *Fougeroux*. „ Noi non possiamo assicura- „ re, (dic'egli) se nell'Uovo esista il Pulcino prima della „ fecondazione, e per conseguenza dobbiamo esser incerti, se „ la pianta si trovi nella semenza innanzi alla fecondazio- „ ne „ A me sembra, che il nostro dotto Fisico avrebbe dovuto spiegarsi diversamente, dopo le belle scoperte del Barone *Haller* sopra la preesistenza del Pulcino, dopo le vostre sopra la preesistenza del Girino, e dopo le Osservazioni del Sig. *Muller*, e le mie sopra le *Silique dei Piselli*. *Paling. Tom.* 1mo. *pag.* 416. *ec.* Nel mio Scritto sopra la fecondazione delle piante stampato nel Giornale dell'*Abate Rozier* nel mese d'Ottobre 1774. io aveva espressamente richiamate alla memoria del Lettore queste differenti scoperte sopra il vegetabile, e l'animale, siccome sommamente acconcie a stabilire la grande probabilità della preesistenza del germe alla fecondazione, e lo Scritto del Sig. *F.* era manifestamente relativo al mio. „ Ma la fecondazione col mezzo delle polve- „ ri è ella necessaria in tutte le piante? Non ve ne sareb- „ bero forse di quelle, che alla maniera dei Pidocchi delle

,, piante aveſſero le parti ſeſſuali naſcoſte? ,, Le parti *ſeſſuali* ne' Pidocchi delle piante non ſono punto naſcoſte. Saltano eſſe per l' oppoſito agli occhi di tutti. Io mi era non poco eſteſo ſu gli amori di queſti piccoli Inſetti nel mio Trattato d' *Inſettologia* ſtampato nel 1745. Vi aveva al diſteſo deſcritti gli organi della generazione dei ſuddetti Pidocchi. ,, Ri-
,, moſſa qualunque idea di ſiſtema io mi attengo ai fatti,
,, ed alle oſſervazioni, e prendo guida un Celebre Mae-
,, ſtro il Sig. *Duhamel*, che ha moltiplicati codeſti fatti, e
,, codeſte oſſervazioni prima di me ſenza aver oſato ancor
,, di conchiudere. ,, Io molto approvo, che in Fiſica ſi attenga principalmente ai fatti, ed alle oſſervazioni. Ma egli è più che permeſſo in buona Logica il trarre dai ſatti, e dall' oſſervazioni le conſeguenze le più immediate, le più dirette. Queſto è ciò, che ho procurato di ſare nelle mie Opere, ed in particolare nello Scritto, che ſembra aver avuto in mira il Sig. *F.* Ei dice di *voler prender per guida il Sig. Duhamel*, ma le belle ſcoperte degli *Halleri*, degli *Spallanzani* erano incognite al Sig. *Duhamel*, quando compoſe l' eccellente ſua *Fiſica degli Alberi*, che ſu pubblicata nel 1758. Il Sig. *F.*, che pubblicò la ſua *Memoria* nel 1775. era naturalmente chiamato a peſare ciò, che riſultava da queſte ſcoperte, e a valutarne le conſeguenze analoghe, che dedotto io ne aveva per riguardo a' vegetabili. Egli non lo ha fatto, e non poſſo, che maravigliarmene. ,, Quelli che
,, penſano, che la pianta eſiſta nella ſemenza prima della fe-
,, condazione hanno conſiderata la polvere degli ſtami, co-
,, me un compoſto di guaine, d' aſtucci, ciaſcheduno dei
,, quali contiene un numero di ſemenze nuotanti in un ſot-
,, tile liquore ,,. Vi ſono de' Naturaliſti, ſiccome il *Needham*, che hanno conſiderara in tal guiſa *la polvere degli ſtami*, ma che non hanno però ammeſſo, *che la pianta eſiſta nella ſemenza innanzi alla fecondazione*. Il Sig. *Needham* che dimoſtrato avea sì bene la compoſizione delle polveri, credeva, che il germe foſſe nella polvere ſteſſa. Qui adunque il Sig. *F.* ſi è maliſſio ſpiegato. Ma egli cade nella più ſtrana contradizione, quando aggiunge immediatamente appreſſo: *Le piante, ſecondo queſto ſentimento preeſiſtono alla fecondazione nella polvere degli ſtami*. Il ſentimento, che vuole, *che la*

pianta

pianta preesista nella semenza alla fecondazione esclude manifestamente l'opinione, che le *piante* preesistono alla fecondazione nella polvere degli stami. „ Qui solamente si perde „ lo spirito umano. Come di fatti valendoci della ragione, „ immaginare il germe di tutte le piante rinchiuso in un „ tal germe? Quale abisso! Abbandoniamo questo filo trop- „ po atto a smarrirci „. Che vuole egli dire colla voce *solamente*? E precisamente usando della ragione, che non immagina punto, ma che *concepisce*, che arriviamo a persuaderci della probabilità dell'ipotesi dell'*inviluppo* dei germi gli uni dentro agli altri. Se il Sig. *F.* letto avesse la mia Memoria con più d'attenzione, se meditato avesse di più il suo soggetto, sarebbesi espresso più filosoficamente. Tocca forse all'immaginazione il decider di cose, su cui ha unicamente diritto l'intendimento? L'immaginazione si rappresenta ella forse l'animaluzzo più milioni di volte minore d'un *acaro*? Si rappresenta ella un globettino di luce, più migliaja dei quali fanno nel tempo stesso impressione sull'occhio di questo animaluzzo? Nò; non sarà mai per via di ragionamenti, e di calcoli, che si verrà a rovesciare l'ipotesi degli *Inviluppi*. Il grande, e il piccolo non sono che pure relazioni, e a noi sono cogniti de' fatti sorprendenti, che ci guidano a questa ipotesi. „ Secondo il Sig. *Haller* l'irrita- „ bilità è il principio, che costituisce l'animale, e che dà „ la vita; la polvere degli stami eccitando l'irritabilità, e „ l'impulsione dei liquidi nel corpo organico produce nel „ vegetabile i medesimi effetti, che il liquore spermatico nel „ germe animale „. Il Sig. *Haller* non ha ammessa l'*irritabilità* nel vegetabile; non ha egli dunque attribuito *alla polvere degli stami la proprietà stimolante*, che riconosceva nel liquido spermatico dell'animale. Eppure direbbesi, che fatto lo avesse secondo l'espressione del Sig. *F.* Ma era io quel desso, che nel mio Scritto *sopra la fecondazione delle piante* cercato aveva quest'applicazione dell'irritabilità alla fecondazione del Vegetabile. Non lo aveva però fatto se non se dopo l'aver dichiarato, ch'io non conosceva alcun fatto, che dimostrasse a tutto rigore l'esistenza dell'irritabilità nel vegetabile, e faceva eziandio su tal proposito alcune Logiche riflessioni proprissime a far sospendere il giudizio al Let-

tore. Permesso siami il dire questa verità. Niuno autore di *Storia Naturale* non ha usata maggior cautela di me nel non confondere le congetture coi fatti. Ma non ho creduto, che non si dovesse mai congetturare in Fisica. Sonomi adunque ristretto ad indicare, come potrebbe concepirsi l' influenza dell' *irritabilità* nel vegetabile nella supposizione, che possegga tal proprietà. Il Sig. *F.* mi aveva letto troppo rapidamente, nè riflettuto aveva abbastanza sulla mia maniera di ragionare. Del rimanente ciò, ch' io non facea, che congetturare intorno all' esistenza dell' irritabilità nelle piante, il Celebre *Gmelin* sembra aver assai bene osservato in alcune specie: ma io ignorava ciò, quando componeva il mio Scritto nel Settembre del 1774. Questo Autore assicura nella sua *Dissertazione sull' irritabilità* che le *antere* o sommità degli stami gli sono parute *irritabili*, *o dotate almeno d' una proprietà*, *che sommamente si accosta alla facoltà animale chiamata irritabilità*. Ne reca in mezzo molti esempli rimarcabili al sommo, tra gli altri quello delle *Orchis*. Le loro antere, dic' egli, *raccolte di fresco*, *e irritate in luogo caldo*, *sembrato hanno contorcersi*, *e rilassarsi in seguito*, *e provare un certo tremito*. Aggiunge di aver ripetuta sovente codesta esperienza, e che *sempre è riuscita*. „ Secondo il Sig. „ *Bonnet* questo fluido seminale, che opera la secondazione „ non tende, che a procurare lo sviluppo di ciò, che era „ già prima formato „. Questo gli è vero, e il mio sentimento, ma nel dir ciò non si dice nulla: poichè non si vede in queste espressioni vaghe, in che differisca il mio sentimento da quello degli altri Naturalisti, che ammessa non hanno l' *Epigenesi*. Ho fondamento di presumere, che lo Stimabile Sig. *F.* non si era dato la pena di fare qualche studio sulla Natura, e sulla connessione de' miei principj intorno alla generazione. Egli era senza dubbio troppo altamente prevenuto dell' idea, che la generazione è un mistero, che i più valenti Fisici non hanno ancor potuto penetrare. Guardimi il Cielo, ch' io presuma d' aver levato il velo, che cuopre questo mistero: ho tentato solamente di sollevare alcun poco un angolo di questo velo. „ Non sembra egli nel „ leggere l' opinione della più parte de' Fisici, che hanno „ scritto su questa materia, che ciascuno affezionato alle

„ proprie idee si sia lusingato d' aver indovinato il segreto „ della Natura? „ Confesso, che vi sono degli Scrittori di Fisiología, e di Storia Naturale, che meritano questo rimprovero: ma ve ne sono degli altri, che non lo meritano, e il Sig. *F.* avrebbe dovuto eccettuargli. Voi mi avete letto, o mio Caro Collega, e ciò, che è più, avete voluto meditarmi. Voi sapete dunque se ho proposto le mie idee come un Uomo, che *si è lusingato d' aver indovinato il segreto della Natura.*

Rimane ora a dirsi delle bellissime sperienze, ed osservazioni fatte dal Celebre Sig. Abate *Spallanzani* sulla generazione di varie piante, Opera singolare, e piena di nuove scoperte da poter sola esser sufficiente a farlo meritamente distinguere per uno dei più gran Genj osservatori del Secolo. Uscì questa alla luce nell'anno 1780. facendo parte del Tomo Secondo delle sue Dissertazioni di *Fisica Animale, e Vegetabile*, ed in essa il Dottissimo Autore, dopo data una breve idea dei sistemi, che i Naturalisti hanno dagli animali trasferiti alle piante, prende ad investigare la generazione d'alcune di esse, e l'Ovaja è quel luogo che elegge per il primario oggetto delle sue ricerche, esaminandolo in tre diversi tempi, cioè in quello, che precede, che accompagna, e che tien dietro alla fecondazione. Dall' Analisi instituita su diversi fiori di Ginestra chiamata dal *Linneo Spartium Junceum*, come pianta adattatissima per il suo modo di fiorire a porger materia a più osservazioni in un tempo, deduce Pmo., che le semenze in questa esistono nell'ovaja molti giorni innanzi alla caduta dei fiori, o sia alla fecondazione, senza però, che apparisca il germe, o sia la piantina. 2°. Che tali semenze per un certo tempo restano massicce, poi viene a formarsi in loro una cavità rigurgitante d'un liquido. 3°. Che qualche tempo dopo la caduta dei fiori comincia ad apparire dentro la cavità un corpicciuolo attaccato in due punti alle pareti di lei, il qual corpicciuolo ingrossando dà a vedere i due lobi racchiudenti la piantina. 4°. Che la semenza pervenuta a maturità non è altro, che i due lobi aderenti alla piantina, e vestiti da sottile membrana, che s' osserva essa pure coperta d' una buccia, o sia soprappelle. Quindi sottoposte avendo ad esame altre piante, cioè quelle,

che il *Linneo* chiama *Vicia Faba*, *Pisum*, *Satirum*, *Dolichos unguiculatus*, che sono le Fave, i Piselli, ed i Fagioli, e notomizzate con somma destrezza, e costanza in varj successivi tempi le loro piantine, giunge a poter conoscere più chiaramente l'attaccatura delle medesime alle piccole semenze, la quale si rende anco più manifesta nel Ravanello Ortense, *Raphanus Sativus*, e nei Ceci, *Cicer Arietinum*, benchè nel resto poi non differiscano dall' altre, e si abbiano consimili risultati. Da tutto ciò viene a concludere, che le semenze, o sieno i loro invogli preesistono alla secondazione, ma che la piantina, ed i lobi non si manifestano che dopo, e ne ritrae una nuova conferma dalle semenze dell'*Ixia Chinensis*, e del *Delphinium consolida*, come pure da quelle della Zucca volgare, *Cucurbita Pepo*, e del Cetriuolo, *Cucumis Sativus*, e da altre ancora da lui attentamente considerate, che tutte gli hanno dimostrato con qualche diversità nel tempo, e nel modo d' apparire le stesse conseguenze. Confrontando poi sì fatti risultati coll' osservato anco dal *Duhamel*, pare a ragione potersene inferire, che questa sia verisimilmente una legge dalla natura praticata, se non in tutti, in una non piccola parte almeno di vegetabili. Il non apparire della piantina dentro alle semenze, se non se dopo seguita l'azion del pulviscolo, sembra a prima fronte un argomento onde credere, che la piantina tragitti dal pulviscolo alla semenza. L' *A.* però riporta varj motivi di dover dubitar di ciò, primieramente per non esser vero, che l' Embrione si dia a vedere nell' Ovaja, subito che la polvere caduta è dagli stami, non comparendo, che molto dopo. E perchè il dedurre l' inesistenza dell' Embrione nell' ovaja innanzi alla secondazione per ciò solo, che non vi si vede, è un modo d'argomentare imperfetto, e fallace. Porta in oltre la più esatta attenzione alle parti, che compongono il pulviscolo, sembra non si abbia ragion di pensare che in esso si ascondano gli Embrioni. Finalmente il mezzo immaginato dall' Autore per dileguare ogni dubbiezza, consiste nell' osservazioni di quanto succede alle semenze, impedita che sia su di esse l' azione del pulviscolo. Con questo mezzo potè arrivare a conoscere, che nelle due piante a fiori Ermafroditi nominate dal *Linneo Ocymum Basilicum*, e

Hibiſcus Syriacus, la totale mancanza del pulviſcolo procurata ad arte con recider per tempo le antere, e con tener lontana ogni pianta ſimile non impediſce l' apparire degli Embrioni nelle ſemenze, quantunque impediſca, che queſte ſemenze ſieno feconde; dal che ne rileva la conſeguenza, che non è dunque il pulviſcolo, che nella fecondazione reca dentro alle ſemenze di queſte due piante gli Embrioni.

Inoltre paſſato eſſendo a ſperimentare un altro genere di piante, i cui individui hanno ſeparatamente i fiori maſchi, e fiori femmine, cioè la *Cucurbita Melo Pepo fructu clypeiformi*, o ſia la Zucca a ſcudo, e la *Cucurbita Citrullus* volgarmente detta Cocomero, trovò, che le ſemenze loro, non oſtante l' aver impedito ai fiori femmine l' acceſſo dell' aria eſterna nel tempo creduto idoneo per la fecondazione non ſolo ſi oſſervano fornite dei lobi, e della piantina, ma ſono ancora feconde, ed affidate alla terra producono altre ſemenze feconde, onde la fruttificazione di queſte due piante appariſce non aver la minima dipendenza dal pulviſcolo. Riferiſce l' Autore, che dall' aver veduto ſino dall' anno 1767. un piede di Canape femmina *Canabis Sativa* caſualmente nato nel ſuo Orto, che fruttificò non oſtante l' eſſer iſolato, ed unico, ſi era già indotto a ſoſpettare, che le polveri degli individui maſchi non foſſero neceſſarie per la fecondazione di queſta pianta; molto più per aver egli oſſervato in appreſſo nella Campagna molti individui femmine fiorire molto tempo, dopo eſſere ſtati levati gl' individui maſchi, e produrre ſemenze feconde. Ora a decider pienamente, ſe il pulviſcolo concorra alla fecondazione di queſta pianta, (non riputando baſtante l' eſperienza d' un Anonimo Franceſe, della quale abbiamo già poc' anzi parlato) produce i proprj ſuoi ſperimenti, ed oſſervazioni fatte ſopra alcuni piedi di Canape femmina cuſtoditi in una Camera chiuſa per tutto il tempo della fioritura, e dello ſviluppo delle ſemenze, altri laſciati liberi, altri ſervati in bocce di criſtallo, che impedivano l' ingreſſo all' aria eſteriore; i quali piedi ciò non oſtante hanno prodotte ſemenze feconde, onde ritrae con tutta la maggior ſicurezza, anco per non eſſere ſopra i mentovati fiori femmine ſpuntato mai alcun fiore maſchio, la perfetta fruttificazione nella Canape affatto indipen-

dente dall' azione del pulviſcolo. Così pure ricavate le ſemenze ſeconde da alcuni piedi di Spinaci femmine, *Spinacia oleracea*, laſciando che altri veniſſero iſolati in un orto, ed altri ſimilmente iſolati, ma coperti da una Campana di Vetro; e l' iſteſſo ha ottenuto da quelli fatti fiorire, quando molto prima, quando molto dopo che fioriſcano gli ſpinaci alla Campagna, notando quivi d' aver ſcoperto una volta ſopra un individuo femmina la comparſa dei fiori a ſtami non rari, come ſi dice oſſervarſi, ma numeroſi al pari de' fiori femmine. Il contrario però aſſicura d' aver ſperimentato in alcuni piedi di Mercorella femmina, *mercurialis annua*, fatti fiorire molto prima di quel che fioriſca naturalmente alla Campagna, i quali o non hanno date ſemenze, o le hanno date infeconde, e l' iſteſſo pure è accaduto in quelli, che ſi ſono tenuti iſolati, cioè lontani dai maſchj, ancorchè il fiore contemporaneamente ſi ſia diſchiuſo e da una parte, e dall' altra; ma l' avvicinamento dei piedi maſchi ai piedi femmine di queſta pianta ſi è veduto influire a render feconde le ſemenze, ed una maggiore approſſimazione, e quaſi contatto dei maſchi colle femmine apportar la fecondità in quaſi tutte, ſiccome l' allontanamento indurre ſterilità, benchè anco le ſemenze infeconde internamente ſieno fornite dei Lobi, e della piantina, come le feconde. Le conſeguenze che deduce dai fatti fin qui eſpoſti ſono 1°. che le ſemenze corredate dei lobi, e dell' Embrione non dipendono punto quanto alla loro eſiſtenza dal pulviſcolo degli ſtami; 2°. che dunque gli Embrioni eſiſtono nell' ovaja indipendentemente da eſſo pulviſcolo; 3zo. che queſti non ſono il riſultato di due principj l' uno derivante dal pulviſcolo, l' altro dal piſtillo. Il noſtro celebre Autore ſi rivolge adeſſo ad eſaminare ſe l' Embrione, che eſiſte nell' Ovaja, indipendentemente dal pulviſcolo, ſi formi quivi meccanicamente, oppure ſe vi preeſiſta. Ed a queſto propoſito rifletta dunque, che alcune apparenti ragioni potrebbero facilmente indurre un Epigeneſiſta ad abbracciare la prima maniera, ma che ſe ſi conſideri poi ciò ſenza prevenzione, riſulterà la difficoltà di capire come un Corpo non organizzato, ed informe, ſolido, o fluido che egli ſia, poſſa colle ſole meccaniche leggi organizzarſi, quando all' oppoſto intendeſi agevolmente, come un liquore, o qua-

lunque altra materia non organizzata possa nutrire, e far crescere un corpo organizzato. In oltre ammettendo Egli per dimostrata la preesistenza nel Pulcino, nelle Rane, nelle Salamandre, e nei Rospi, e riguardando come organizzati questi Animali prima della fecondazione, non ostante la loro apparentemente inorganica struttura, conclude, che può dunque anco l'Embrione nelle piante in simil guisa esser organizzato, ancorchè non lo appaja; sebbene non contento soggiunge di più una prova diretta; Che quando l'Embrione non apparisce, vi è; e che quando si dà a vedere organizzato, lo è veracemente; poichè prese avendo dall'istessa Ovaja più semenze, e fattene bollire alcune per pochi istanti, ed altre nò, nelle non bollite confessa di non aver saputo discernere l'Embrione, ma d'averlo distinto bene, e con molta chiarezza nell'altre, che avevano bollito; il che nasceva (dic' Egli) dall'aver l'acqua bollente rassodata, e quindi resa opaca quella particella, che mostrandosi allora in forma d'acuminato atometto, non ci voleva molto ad accorgersi esser la piantina, la quale nelle semenze non bollite per esser ancor fluida, e trasparente non ferisce la vista. Nell'aver altresì l'Embrione il più delle volte legamenti sensibili colle semenze, mediante una tela mucilaginosa, e per altre parti comunicanti con esse, come si sono manifestati a lui nella Ginestra, ne' Piselli, ne' Fagiuoli, e ne' Ceci, ritrova Egli un giusto fondamento di credere, che gli abbia sempre, ma che o per la piccolezza, o per la trasparenza non si discuoprano, onde venendo a farsi per mezzo di questi attacchi un tutto dell'Embrione colla semenza, e questa mostrandosi preesistere alla fecondazione, gli si rende probabilissimo, che preesista ancor l'Embrione. La qual conseguenza è pur la stessa, che aveva già dedotta il celebre Signor *Bonnet* dall'osservazione del chiarissimo Sig. *Muller* Danese fatta sulle semenzine dei Piselli preesistenti nelle silique all'aprimento dei fiori; ad onta però di simili prove il nostro Autore non si lusinga, che l'Embrione si possa arrivare a distinguere innanzi, che si dischiudano i fiori, e crede solo assai verisimile, che la preesistenza così provata in diverse piante abbia luogo anco nell'altre. Venendo poi ad esser dimostrata dagli sperimenti intrapresi sul Basilico, e special-

mente sulla mercorella, la necessità in queste piante del pulviscolo per la secondazione, e combinando ciò coll' osservato dal *Duhamel*, e dal *Jussieu* in un Terebinto femmina, e parimente coll'ottenuta dal *Gleditsch* artificiale secondazione sulla Palma detta Camerops, passa l' illustre nostro Filosofo a proporre con molto ingegno diversi tentativi, che potrebbero farsi sopra la mercorella, siccome pianta assai più comune ad oggetto di rischiarare l' oscura materia della secondazione. Per questo mezzo intende, che si debba fissare la parte precisa del pulviscolo, da cui si opera la secondazione, e se basti la più piccola particella del medesimo secondo il sentimento dell' *Adanson*, e per quanto tempo duri in tal pulviscolo disseccato l' idoneità a secondare, pensando Egli, che la prolifica sua virtù non possa continuare lungamente, perchè esposto all'aria il liquore contenuto nei globettini del medesimo sembra dover esser soggetto a disperdersi, alterarsi, e rendersi alla secondazione disadatto. Desidera in oltre, che si esamini, se veramente il pulviscolo s' insinui per le trachee situate alla superficie degli stimmi, e se alcuni pistilli sieno chiusi, come pretende il citato Naturalista, potendo forse succedere, che i condotti dei pistilli si rendano invisibili, ove non sono di mole sensibile i globettini della polvere, ovvero, che si manifestino all'occhio in un tempo, e si celino in un altro, come segue negli Ovidutti d'alcuni animali. Finalmente propone, che si tenti la secondazione della Mercorella per altri siti diversi dal pistillo, come nelle foglie, e nelle radici. Ora la generale conseguenza dei resultati del celebre Autore essendo, che siccome moltissime piante hanno bisogno dell'azion del pulviscolo, così diverse altre ne posson far senza, risponde dunque alle varie opposizioni, che dai Botanici, e dai Fisici potrebbero farsi per l' eccezioni da lui date al sessualismo delle piante. In primo luogo, che il pulviscolo degli stami allora solamente si sparga, quando lo stimma è disperso a riceverlo, e che il pistillo si trovi in una posizione favorevole per accogliere la polvere secondatrice; non sono, (dic' Egli) prove dirette del sessualismo, ma solo ragioni di convenienza atte ad allettare l'assenso, non a sforzarlo; secondariamente la niuna fruttificazione, ove vengano recisi gli stami, o i pistilli, oppure tralignino gli uni, e gli altri,

tri, non convince che questi sieno gli organi della generazione, ma solo, che interessino la fruttificazione, come altre parti ancora della pianta. I fatti, che provano senza replica il sessualismo nelle piante, sono quelli della nessuna fruttificazione nelle piante semmine lontane dai maschi, e dalle secondazioni artificiali; ma il valersi di premesse particolari per dedurne una conclusione generale è maniera difettosa di ragionare, non dovendo i fautori di esso far uso di pochi fatti per istabilirlo universalmente. In oltre rileva esser molto uniforme a quanto s' osserva accadere nei Polipi, nei Pidocchi delle Piante, e negli animalucci dell' Infusioni, che alcune piante possano moltiplicare se stesse, e perpetuar la specie senza l' influsso del pulviscolo fecondatore, ed essere poi affatto inverisimile, che le semenze feconde ottenute senza pulviscolo sieno l' effetto d' una fecondazione antecedente avutasi per opera di questo. Non nega Egli però la possibilità di qualunque fecondazione, mentre esser potrebbe, che il pistillo di tali piante avesse congiunto forse un principio fecondatore, onde nell' arrecarne i dubbj esorta i Botanici a meglio esaminar la natura dei detti Pistilli. Conclude finalmente, che le piante Erbacee sono una classe d' Esseri organizzati, che meriterebbero d' essere più conosciuti per aversi di essi poco più, che la nuda nomenclatura, all' arte della quale sarà certamente da preferirsi lo spirito dell' osservazione, e della sperienza, volendo noi accrescere il tesoro dell' utili cognizioni nei tre Regni.

Fin qui fatte non abbiamo, che le parti di semplice Istorico, esponendo, ed illustrando le Osservazioni degli altri. Mi sarà egli lecito ora arrogarmi quelle di sperimentatore per aver tentato ancor io di rischiarare alcun poco una tal meteria (a)? Lontano da ogni presunzione passo senza più a sottoporre qui le mie congetture unite a ciò, che m' è accaduto di poter osservare.

Sebbene dall' ultime sperienze del Celebre Abate *Spallanzani* venga dimostrato, che alcune piante, come la Ca-

---

(a) *Sapientiam sibi adimunt, qui sine ullo judicio inventa majorum probant, & ab aliis pecudum more ducuntur.*

nape ec. possono fare a meno del pulviscolo secondante per averne ottenuta una perfetta fruttificazione affatto indipendente dall' azione di esso: con tuttociò non essendo da controvertersi la necessità del detto pulviscolo per la massima parte delle piante, come si prova dal fatto ec. il quale parimente ci dimostra darsi le secondazioni (*a*) artificiali nel Pistacchio, nelle Palme, ed in altre piante, e ce ne assicura la pratica di tutti gli Orientali oltre all' uso dei Siciliani rispetto ai Pistacchi, e dei Popoli dell' Arcipelago in quanto alla caprificazione (*b*), non essendomi paruto più della massima importanza l' accertarsi con nuove sperienze di questa verità, stimato ho piuttosto doversi ricercare, se anco la più piccola parte di questo pulviscolo, per esempio d' un solo globicino sia potente, ed efficace a produrre tal secondazione perfetta, come sembra che abbiano creduto il *Needham*, e l' *Adanson*, a motivo delle conseguenze d' analogia atte a confermare quanto è stato dal detto *Spallanzani* osservato negli Animali.

E non essendo meno importante ad investigarsi, secondo il detto Naturalista, se la virtù secondatrice consista, come creduto hanno l' *Adanson*, il *Needham*, il *Jussieu*, ed altri nello spirito, o in quel sottilissimo umido oleoso, che dalle vescichette del pulviscolo vien lanciato, meditando sopra di ciò, varj dubbi, e riflessi mi nacquero, che presenterò qui al Lettore con quell' ordine, che mi s' affacciarono allora alla mente. In primo luogo parvemi dunque che all' opinione sostenente esser lo spirito solo quello, che opera la secondazione, fosse contraria la surriferita pratica, e nominatamente quella dei Rustici di Sicilia a noi più nota, i quali seccano prima all' ombra i rami dei fiori maschi del Pistacchio, e poi gli legano ai rami dell' Albero fruttifero, o femmina, perchè la polvere secondante coll' ajuto dei venti si disperga sopra i pistilli ec. e quella di altri, che raccolgono i medesimi fiori maschi, e gli espongono a seccarsi in sacchetti spargendone dopo la polvere prolifica su i fiori

---

(*a*) Il *Duhamel*, il *Jussieu*, e il *Gleditsch* hanno ciò verificato.
(*b*) Vedi il *Boccone*, l' *Adanson*, il *Sestini* ec.

femmine. Quest'osservazione, che è appoggiata all'autorità del *Tournefort*, del *Boccone*, del *Geoffroy*, e di tanti altri ci porta naturalmente a riflettere, che questo spirito deve esser svaporato, e perduto, quando il pulviscolo deve operare, onde a prima vista pare, che s'opponga al sentimento dell' *Adanson*, molto più, che rapporto alla fecondazione della *Phoenix*, o Palma Dattilifera convengono tutti, e l'istesso *Gleditsch*, che gli Orientali sono costretti a procacciarsi il pulviscolo dalle Palme maschie salvatiche dei Deserti, talchè, quando l'usano, è sempre stato raccolto da due, o tre settimane. Egli pure fecondò la palma della Chamærops col pulviscolo avuto per la Posta da *Carlsruhe* lontano ottanta miglia, ed impiegato dopo nove giorni da che fu raccolto, ed io non meno la fecondai nell'Orto Botanico di Pisa col pulviscolo venutomi di Firenze. Tutto ciò provando in qualche maniera, che il pulviscolo conserva per un certo tempo la forza fecondatrice, interessante sembravami il poter fissare, se tale attività duri in esso lungamente, ed in oltre mi dava non lieve ragione di dubitare, che la virtù fecondatrice potesse consistere piuttosto nella parte oleosa, rilevando, che se s'ottiene con detta pratica (da riguardarsi forse come viziosa, e contraria alla migliore, e più ampia fecondazione) ciò potesse esser solo in grazia d'un residuo oleoso, piuttosto che spiritoso, non anco bene sviluppato, e rimasto in detto pulviscolo, onde giudicai, che i miei tentativi andassero primieramente diretti all'oggetto d'assicurarsi, se quando l'aria della parte più attuosa, e volante l'ha spogliato d'umidità dopo d'averlo prima bagnato con acqua, questa fecondazione s'otteneva. Ed in secondo luogo credei, che dovesse rintracciarsi per quanto tempo si conservi in esso la virtù sua prolifica naturalmente usato senza nessuna preparazione.

Ma confesso ingenuamente, che quantunque mi risolvessi ad eseguir ciò nella miglior maniera, restavami sempre un qualche dubbio, che mi faceva travedere l'incertezza della conseguenza, ch'io voleva dedurre dai miei sperimenti, poichè comprendeva la difficoltà d'assicurarmi coi sopra indicati mezzi d'avere intieramente spogliato il pulviscolo d'ogni aura, o spirito sottile, intendendosi la possibilità di ridurlo a

ſemplici caſſulette vuote, e del liquore, e dello ſpirito; nel qual caſo era per ſe chiaro, che doveſſero eſſere inoperoſe, mentre il ſupporre diverſamente corriſponderebbe al credere, che la potenza ſecondatrice conſiſteſſe nelle membrane delle veſcichette ſeminali, lo che ognun vede, quanto repugni al buon ſenſo. Ma ſe poi doveva ſervirmi di pulviſcolo in qualunque modo preparato, perchè dell'aura ſi ſpogliaſſe, ma non già di tutto il ſuo umore oleoſo; ecco che incerta pareva a me, che ſi rendeſſe la concluſione della verità da ſiſſarſi, potendoſi dire allora, che in eſſo umore racchiudevaſi ſempre una qualche porzione di ſpirito, dalla quale derivata era la ſecondazione.

Io mi ſentiva altresì inclinato a credere, che alcune polveri raccolte nel debito tempo, e conſervate difeſe dall' umidità poteſſero anco dopo un anno, altre più, ed altre meno trovarſi atte al ſecondare, ſul rifleſſo, ch' eſſendo il contenuto liquore un umido oleoſo, queſto non avrebbe fatto, che ſeccarſi entro i globettini del pulviſcolo, ma bagnato poi dall'umore, che inveſte lo ſtimma, ſi ſarebbe ſciolto, e trovato efficace a poter operare la ſecondazione nel modo appunto, che le ſemenze conſervate non perdono (almeno ſe non dopo lungo tempo) l'idoneità a poter naſcere ſubito che un umido ſuolo offra loro i mezzi adattati, e neceſſarj per iſvilupparſi.

Infine ſebbene le ſperienze dell' Illuſtre *Spallanzani* dimoſtrato m'aveſſero, che il ſeme d'alcuni animali ſpogliato in gran parte dell'aura ſi trova efficace a ſecondare, io era in qualche perſuaſione, che in quanto ai Vegetabili la cauſa operante doveſſe conſiſtere nel tutto inſieme, e in dubbio per le ragioni addotte di ſopra, piuttoſto che nello ſpirito volatile, nelle particelle del liquore oleoſo.

Frattanto con queſte vedute eſſendomi poſto a ſperimentare, prima di paſſar oltre, comincerò da eſporre qui con qualche chiarezza le parti di quella pianta, che è ſtata il principale oggetto delle mie oſſervazioni, vale a dire della Mercorella, che il *Linneo* chiama *Mercurialis annua*, come pianta adattatiſſima a ſimili tentativi, ſecondo c'inſegna il

detto Sig. Abate *Spallanzani* per non produrre mai femenze feconde fenza l'azione del pulvifcolo (*a*).

In quefta pianta i fiori femmine nafcono dall' afcelle delle foglie, e fono compofti d'un calice tripartito, che chiude due piftilli, finchè quefti reftano immaturi, ed in boccia, poi col crefcer di effi s'apre il calice, e comparifce una caffuletta biloculare, e villofa, che termina in due ftili ramofi, i quali vanno diminuendo, e quafi perdendofi a proporzione dell'aumento, che prende la caffula. Due femi roffícci della grandezza d'un granello di panico, ftanno dentro di effa aventi una corteccia non lifcia, ma fcabra, e lavorata fopra da piccoli folchi, e rifalti; ftaccata la quale, oltre la propria interna tunica comparifcono i lobi, e la piantina in forma d'un corpicciuolo irregolare, ed in punta compreffo. I fiori mafchj, finchè reftano in boccia mancando anch'effi di petali, vengono chiufi dal calice, che col crefcer di detti fiori s'apre in tre parti lafciando vedere gli ftami coll' antere didime, e globofe, quali ftami fpeffo fono più di dodici, benchè il *Linneo*, che pone tal pianta nella *Diecia Enneandria*, ne affegni ai fiori di effa da nove fino a dodici. Quefti fiori fono aggruppati in cima al caule quafi a fpiga, o piuttofto a Corimbo, o a grappolo. Spiegato il calice fi diftendono gli ftami allargandofi in cerchio; e l'antere, che fono uniloculari dopo qualche tempo aprendofi orizzontalmente fpargono il pulvifcolo fopra le fottopofte foglie, che fi vedono quindi afperfe da effo in forma di gialla minutiffima polvere, rimanendo dette antere di globofe, e gialle che erano, vuote e appaffite in figura di piccoli filamenti turchini.

Efaminato quefto pulvifcolo con varie Lenti, e col Microfcopio non s' arriva a veder altro, che dei globettini di figura ovata, fempre in tutti uniforme, e nel mezzo un poco diafani, come fappiamo aver in altre polveri offervato anco il *Grew*. Subito ufcito il pulvifcolo dall' Antere, apparifce un poco oleofo, avendo una qualche umidità, o glutine, che fa sì, che s'attacchi ai corpi anco i più levigati,

(*a*) *Spallanzani* loco cit.

come al Criſtallo, e ſimili, ma ſeccato, che ſia facilmente vola.

I piſtilli ſul principio s' inalzano uniti dal mezzo della caſſula, poi ſi dividono piegandoſi ſpeſſo come le corna dell' Ariete, con queſta differenza che di più ſono molto ramoſi a guiſa di Litofilo, o di Corallo, e che queſta ramoſità vaſculare è quaſi tutta dalla parte eſterna ſuperiore eſpoſta all' aria, onde appariſce in loro l' idoneità a facilmente poter ricevere il volante pulviſcolo; intendendoſi come arreſtato da uno dei tanti tubetti ſia in grado d' inſinuarſi per le loro boccucce dentro la cavità dei piſtilli, che ſono indubitatamente vuoti per tutto quello ſpazio, che reſtano fuori, ed appariſcono anco in qualche modo fiſtuloſi, entrati che ſieno nel diſſepimento della Caſſula.

Due Nettarii ſi partono dalla baſe della Caſſuletta eſternamente uno per parte appunto nel luogo, dove detta Caſſula fa angolo di diviſione, e ſi ſollevano a guiſa di filamenti ſopra i piſtilli, e ſi trovano eſiſtere, benchè un poco inariditi anco quando i ſemi ſono ingroſſati, e quaſi maturi *(a)*.

(a) Il reſto ſi darà in ſeguito, e ſubito, che rieſca all' Autore di poter terminare le ſue ſperienze, che richiedono tempo, ed ozio, di cui non abbonda.

SULL' ATTIVITÁ DELLA DATISCA CANNABINA DI LINNEO CONTRO LE FEBBRI INTERMITTENTI

Del Sig. PIETRO RUBINI P. Profefs. di Chimica nella R. Univerfità di Parma.

PRESENTATA

Dal Sig. MICHELE GIRARDI

QUantunque la celerità, ficurezza, e coftanza, colla quale la Chinachina arrefta il corfo delle febbri intermittenti abbiano ad effa già da lungo tempo afficurato il primo rango fra rimedj a tal' uopo deftinati, e le abbiano preffo la maggior parte de' Medici guadagnato l' onorevole titolo di fpecifico: pure non fono mancate, e non mancano frequenti occafioni nella pratica giornaliera, nelle quali un altro rimedio fi bramerebbe da poterfi ad effa foftituire con eguale vantaggio, e ficurezza. La fcarfezza della buona Chinachina, attefo le non rare falfificazioni, che di quefta preziofa fcorza fi fanno, e le alterazioni gravi, che foffre ne' lunghi trafporti dal lontaniffimo Clima, ove fiorifce, il prezzo che la rende inacceffibile al povero, e di fommo aggravio negli fpedali, il volume, ed il fapor naufeofo, che ne rendono difficiliffima l'amminiftrazione in convenevol dofe a' fanciulli, a molte femmine, ai difguftati infermi, infine i radicati pregiudizj, per cui la rifiutano molti oftinatamente, formano tanti oftacoli fovente infuperabili all' ufo di effa anche il meglio indicato. V' hanno in oltre delle Epidemie intiere nelle quali trovafi inerte, o nociva, e vi hanno delle Idiofincrafie particolari, a cui non può adattarfi. La fcoperta pertanto d'un altro fpecifico ad effa equivalente formò fem-

pre, e forma tuttora uno dei tanti defiderj dei buoni Medici. Nel numero grandiffimo di piante a tal fine propofte hanno in quefti ultimi tempi goduta qualche celebrità la Cariophyllata, o *Geum Urbanum* L. (1) la fcorza del Salce (2) quella dell' Ippocaftano (3) l' Anguftura (4) e fra rimedj d'una claffe più attiva è ftato lodato l' Oppio (5) il Tartaro Emetico (6) l' Arfenico (7). Ma alcune delle prime non fembrano aver coftantemente corrifpofto alle prefentate fperanze (8), gli altri effendo rimedj attivi troppo, e dotati d'una eftrema energia, capace di fconvolgere in un momento con grave danno l' Animale Economia non mancano mai d'un certo grado di pericolo, ed efigono in chi li ufa, una prudenza e deftrezza, che non può effer comune (9). Io credo pertanto, che non farà cofa difcara ai Pratici, ch' io richiami i loro fguardi fu d' una Pianta, che non ha finora molto fiffata la Medica attenzione, e che dopo replicate fincerifſime fperienze mi pare, che fi potrebbe in molti cafi foftituire alla Chinachina fteffa, ed in qualche circoftanza eziandio meritare fu di quefta la preferenza.

---

(1) La Cariofillata propofta già da *Hulfe*, e *Chomel*, è ftata recentemente lodata affai da *Bucchave*, *Aaskow*, *Callifen*, *Bang*, *Schoeneyder*, *Tode*, *Waldftedt*, *Weber*, *Anjow*, *Staravafnig*, *Zanner*, *Clein*, *Anderwerth*, *Afti* ec.

(1) Lo.iata da *Stone*, *Cloffio*, *Gunz*. *Cofte*, *Villemet*, *Burtin*, *Duplanil*: *Spielmann*, *Akerberg*, ec:

(3) Lodata da *Miftichelli*, *Zannichelli*, *Pontedera*, *Spielmann*, *Turra*, *Leidenfroft*, *Bucholz*, *Sabarot*, *de la Veniere*, *Junghans*, *Cofte*, *Villemet*, *Lacroix*, *Cuffon*, *Larber* ec.

(4) Celebre refa dalle fperienze di *Ewers*, *Brande*, *Heyne*, *Wilfon*, *Williany*, *Filter*, *Wilkinfon* ec.

(5) Fu già propofto dai difcepoli di *Paracelfo*: lo ufarono in feguito *Stahl*, *Apino*, i Medici d' Uratislavia, *Fouchys*, *Berryat*, *Laffonne*, *Ferrein*, *Duchanoy*, *Lind*, *Dechaux*, *Schaetlik*, *Monro*. *Riviere* il primo, poi *Hoffmann*, e *Metzger* guarirono delle intermittenti coll' Oppio, che pel fopore che le accompagnava, andavano nella Claffe delle perniciofe.

(5) Oltre una folla di Pratici che hanno ufato il Tartaro emetico come evacuante nelle Intermittenti con profitto, il *Cawsland* lo ha veduto utile anche dato in maniera, che non cagionaffe la menoma evacuazione.

(7) L' Arfenico, tuttocchè fia uno de' più terribili veleni, è ftato vantato da *Lomery*, *Wepffer*, *Giacobi*, *Meyer*, *Friccio*, *Bayer*, *Willan*, *Fowler*, *Jenner* ec.

(8) Ccsi fi fono lagnati dell' inutilità della Cariofillata *Lund*, *Brandel*, *Chriftopherfon*, *Barfoth*, *Daiberg*; e *Tode* ftello fi è difdetto. L' attività della corteccia del Salce non è ftata offervata da *Tode*, nè quella dell' *Ippocaftano* da *Mohring*, e *Zullatti*.

(9) *Stork*, e *Borfieri* dicon d' aver veduto dei mali di capo graviffimi nati dall' ufo dell' Oppio. I mali prodotti dall' Arfenico fono egualmente gravi per teftimonio di *Stahl*, *Gohl*, *Werlhoff*, *Haen*, *Stork*, *Sagar*, *Quarin*, *Cruikshank* ec. e tutti i Medici fanno quanto dannofo fia il Tartaro emetico, fe ufato venga fenza le neceffarie cautele fpeffo difficili, talora impoffibili ad offervarfi da tutti.

Queſta pianta ſi è la Datiſca Cannabina di *Linneo* (10) pianta originaria della Canèa, colà ſcoperta del 1594. circa dal *Todeſchini*, ma che con ſomma facilità alligna fra di noi. L'amarezza ſingolare della Datiſca, ſuperiore a quella della Chinachina, e fors' anche a quella della Coloquintide induſſe, ha di già molto tempo, il chiariſſimo mio Maeſtro fu Dott. *Gio. Battiſta Guatteri* Profeſſore di Botanica in queſta R. Univerſità di Parma a ſoſpettare, che contener poteſſe un principio antifebbrile, eguale per lo meno a quello di tante altre amare piante, e fors' anche a quello ſteſſo della Peruviana corteccia. Condotto da queſto analogico argomento egli fece qualche tentativo, e ne riportò il più favorevole ſucceſſo. Siccome però egli non era addetto all' eſercizio della pratica Medicina, così limitoſſi ad indurre qualche Medico di profeſſione a moltiplicare gli ſperimenti. Malgrado la felicità colla quale la Datiſca riſpoſe alle concepite ſperanze reſtò tra di noi quaſi ſepolto l' utile rimedio eſſendoſene appena dato un cenno nella politica noſtra Gazzetta l' anno 1781. Sembra che avendo il noſtro Profeſſore ſcritto qualche coſa ſu ciò ad alcuni ſuoi corriſpondenti, e tra queſti al celebre di lui Maeſtro Sig. *Marſili*, foſſero anche in Padova fatte alcune vantaggioſe prove colla Da-

(10) Datiſca *Linn.* Siſt. Veget.

Maſ. Cal. Perianthium eptaphyllum foliolis linearibus acutis æqualibus.

Corolla nulla

Stam. Filamenta vix ulla. Antheræ circa 15. oblongæ, calice multoties longiores, obtuſæ.

Fœmina Cal. Perianthium bidentatum deficiente tertio dente, erectum, minimum, ſuperum, perſiſtens.

Cor. nulla.

Piſt. Germen oblongum, inferum, calice longius, ſtyli tres bipartiti, breves, ſtigmata ſimplicia, oblonga, villoſa, longitudine germinis

Per. Capſula oblonga triangularis, trivalvis, tricornis, unilocularis.

Sem. numeroſa, parva, trifariam capſulæ longitudinaliter adhærentia.

Datisca caule levi.

Cannabis foliis pinnatis Hiſt. Cliſt. 457. *Roy. Lugd.* 221.

Cannabis lutea fertilis Alp. exot. 300. *T.* 298. *Moriſ. Hiſt.* 3. *p.* 432. *ſt.* 8. *T.* 25. *f.* 4.

Luteola herba ſterilis Baub. Pin. 100.

Cannabis lutea cretica Alp. exot. 296. *T.* 295.

Cannabis lutea ſterilis Alp. exot. 307. *T.* 300.

Luteola herba foliis cannabinis Baub. Pin. 100)

Canape Acquatico: Pona Deſcrix. Montebaldo p. 81.

Cannabina Oretica Tournef. Corollar.

E radice lutea lignoſa perenni quotannis exſurgunt caules ad humanam fere altitudinem glabri, ſtriati, foliis donati alternis, inferioribus pinnatis, foliolis plerunque biſerratis, lucidis, glabris, impari lacero, ſuperioribus tripartitis, iiſdem integris, lanceolatis, flores axillares, & terminales ſpicati.

tiſca, che vengono di volo accennate dal *Borſieri* nella ſeconda edizione della ſua opera ſulle febbri. Ignoro ſe ulteriori tentativi ſieno ſtati fatti, e conſegnati alla pubblica utilità.

Io intrapreſi le mie ſperienze ſulla Datiſca nel noſtro Regio Spedale, ove era Medico aſtante l' anno 1787, e le proſeguii per tutto l'anno 1788. Per tre volte in queſto ſpazio di tempo regnarono Epidemicamente le febbri intermittenti, due volte cioè in Primavera, ed una volta in Autunno. Egualmente felice fu l'evento di queſte prove. Avendo io in allora cominciati i miei viaggi, tralaſciai di più uſare la Datiſca fino al mio ritorno, che fu l'anno 1792, dopo il qual tempo ne ripigliai l'uſo, e continuai a valermene, come tuttodì nella mia pratica me ne valgo con sì proſpero ſucceſſo, che mi è parſo degno di eſſere propoſto alla pubblica attenzione. Alcune di queſte ſperienze ſono ſtate fatte nell' Iſtituto Clinico, di cui m' è affidata la direzione, alla preſenza de' giovani Medici che v' intervengono. Il compleſſo di tutti gli ſperimenti fatti in diverſi tempi è troppo conſiderabile, onde convenga diſcendere al minuto dettaglio, ed eſporre la completa ſtoria di ognuno di eſſi, il che non formerebbe che una ſerie di inutili ripetizioni, onde io mi contenterò di preſentarne i generali riſultati, narrando ſoltanto per eſteſo alcune di quelle ſtorie, che per qualche particolar circoſtanza mi ſembreranno meritare una diſtinta attenzione.

Gli effetti primi ſenſibili, che produr ſuole la Datiſca ſono diverſi ſecondo le diverſe circoſtanze dell' infermo, cui viene ſomminiſtrata, ed anche ſecondo la doſe, a cui viene eſibita. Se l' infermo per una eccitabilità particolare di ſtomaco, o per la preeſiſtenza di ſtimoli ſaburrali nello ſteſſo viſcere ſi trovi avere qualche diſpoſizione al vomito, o ſe la doſe del rimedio ſia un po' forte, allora queſto con facilità eccitando un moto antiperiſtaltico nel ventricolo promove delle evacuazioni più o meno forti per la parte ſuperiore, in queſto ſomigliando alla Cinchona di S. Lucia, o a quella che diceſi Piton, le quali ſogliono egualmente produrre per poco il vomito. Che ſe preeſiſta nel paziente una diſpoſizione alla diarrea, cioè ſe una maggior eccitabilità v' abbia

nelle inteſtina, o vi ſia in eſſe una raccolta di materie pronte ad evacuarſi, o ſe la doſe ſia minore, egli è allora il seceſſo, che viene promoſſo dalla Datiſca. Qualche volta avviene eziandio, che entrambe le evacuazioni vengano ſimultaneamente procurate. Queſta di lei azione ha fatto penſare a qualcheduno, che la Cannabina agiſca ſulle intermittenti colla ſola ſua forza draſtica, per cui elimini il fomite morboſo eſiſtente nelle prime vie, e che quindi convenga reſtringerne l'uſo a' que' caſi ſoltanto, ove una ſaburra da ſcacciarſi produce la febbre, o la ſoſtiene; ove in ſomma converrebbe un Emetico, od un purgante. Ma queſta idea non ſembra ſoſtenibile, ſe ſi rifletta, che molte altre volte non ſi vede ſeguito l'uſo della Cannabina da veruna evacuazione, ma da ſoli tormini, o nauſee, o da ambaſce generali, e molte volte ſi vede anche rotto il periodo ſebbrile ſenza averſi altro ſegno manifeſto della di lei azione.

Alcune volte mi è anche avvenuto di oſſervare, che ſotto l' uſo della Datiſca il numero delle pulſazioni arterioſe ſi accreſce ſenſibilmente per modo, che nel tempo ſteſſo d'una perfetta Apireſſia manifeſtata dall' aſſoluta mancanza di ogni altro ſintomo di febbre, e dal regolar compimento di ogni funzione, il ſolo polſo è di maniera tale frequente, che ſi direbbe ſebbrile, ſe la frequenza ſola baſtaſſe a darle un tal carattere, come già lo preteſero alcuni ſiſtematici. La prima volta, ch'io oſſervai queſto fenomeno ſi ſu in un Quartanario; di cui ecco la ſtoria.

Un giovine di venti anni circa cominciò nell' Autunno dell' anno 1787 ad aſſoggettarſi ad una gagliarda febbre quartana, che gli durò tutto il ſeguente inverno, e buona parte della primavera del 1788. Egli preſe ſul principio una conſiderabile quantità di Chinachina, dalla quale non ritraſſe il menomo vantaggio. Eſſendoſi ſcoperto in coſtui un notabile accreſcimento del volume della milza, cominciò a far uſo di bocconi di Rabarbaro; ſapone, terra fogliata ec. e ne ſeguì l'uſo coſtantemente tutto l'inverno, e parte della primavera, ma pur ſenza prò, eſſendoſi anzi ridotto d'un color giallaſtro, cachetico, e privo di forze. In queſto ſtato egli cominciò a far uſo della Datiſca. Il primo giorno queſta gli produſſe del vomito, dopo il quale però proſeguì

la quartana immutabile il suo corso. Gli si continuò a dar il rimedio, ma a dose minore, sicchè non gli producea veruna evacuazione, ma solo un interno tumulto, che gli girava per le intestina. Sotto l' uso continuato di quello se gli fece il polso frequente ne' due giorni liberi egualmente, che nel dì dell' accesso. A giudicar dal solo polso si sarebbe sostenuto, che la febbre si era fatta continua, ma nel tempo stesso tutti gli altri sintomi indicavan anzi esser quella finita. Si dileguò il senso di freddo, che solea precederne gli accessi: alla lassezza, ed al malessere sottentrò un interno senso di sanità, il colorito si fece migliore, riacquistò le perdute forze, e protestando di sentirsi tanto sano, quanto altra volta mai in vita sua, si rimise, sempre sussistendo la stessa frequenza di polso, al suo ordinario travaglio. Io lo rividdi qualche mese dopo, mi raccontò d' essere stato sempre assai bene: gli toccai il polso, e lo trovai ridotto alla naturale frequenza; la milza erasi alcun poco sminuita di mole, ma non del tutto.

Questa osservazione unita ad altre affatto simili, ch' io qui tralascio per brevità, non sembrerebbero forse provare, che la Datisca ha la proprietà di esercitare in alcuni casi un' azione particolare eccitante sul sistema arterioso? Azione, che sarebbe precisamente l' inversa di quella, che esercitar sogliono in certi casi sul sistema medesimo la Digitale purpurea L. e il *Rododendron Chrisantemum* L., dall' uso delle quali piante le pulsazioni arteriose si sono vedute acquistare una rarità considerabilissima? E qualora col mezzo di moltiplicate osservazioni si fosse arrivato a conoscere, e distinguer bene le circostanze particolari, nelle quali questa diversa azione ha luogo, non se ne potrebbe forse trarre un buon partito, usando la Datisca, qualunque volta il sistema arterioso peccasse per inerzia, e languor d' azione, e fosse indicato l' animarlo, e l' eccitarlo anche ad azion febbrile, come se ne potrebbero forse giovevolmente colle altre due piante reprimere, e rallentare i movimenti precipitosi?

Non mi è accaduto di osservare, che la Datisca abbia alcuna azione decisa sulle vie dell' urina, onde ne promova, o ne rallenti il corso, come ho provato averla la Chinachina in una mia Dissertazione stampata quest' anno a *Pa-*

via. Così neppure ho io veduto copiosi sudori, od altro fenomeno che indicasse un'azione positiva della Cannabina sulla cute: soltanto in alcuni rari casi, cui riferirò di sotto, mi è avvenuto di vedere qualche eruzione cutanea seguir l' esibizione della stessa.

O sia però, che la Datisca produca qualcheduno degli accennati sensibili effetti, o ne produca diversi nello stesso infermo, ovvero anche non ne produca alcuno; il risultato però più costante delle mie osservazioni si è, che essa riesce benissimo a troncare il corso delle febbri intermittenti. Qualche volta la prima, o la seconda dose di essa basta all'intento: qualche volta è necessaria la quinta, o la sesta. Ho anche veduto, che alcune volte la febbre viene immediatamente troncata: alcune altre volte continua dopo l'interruzione del rimedio per due, o tre parossismi, indi senza bisogno di ulteriori dosi, svanisce. Delle febbri di qualunque forza, di qualunque tipo, cotidiano, terzanario, quartanario hanno egualmente ceduto. La Cannabina ha domato delle febbri, che da quattro, sei, sin otto mesi resistevano ostinate a qualunque rimedio, ed a qualunque metodo, ed allo stesso specifico del *Perù*.

Affine però di ottener dalla Datisca tutto il vantaggio desiderato, e di esser certi della di lei azione sanatrice, è cosa sommamente necessaria il ristringerne l' uso entro i suoi giusti limiti, e non già considerarla come un immancabile universale specifico. La Chinachina anch' essa riesce inutile, anzi dannoso rimedio nelle mani di chi ne generalizza di troppo la prescrizione, onde nacquero i tanti mal intesi biasimi, ed il discredito ingiusto, in cui era caduta presso molti, massime ne' primi tempi, in cui cominciò ad esser in voga.

E' necessario divider co' buoni pratici le febbri periodiche ed intermittenti in due classi, le vere cioè, che diconsi anche legittime, o primarie, e le spurie, che chiamansi anche sintomatiche, o secondarie, divisione su cui ha particolarmente insistito il Celebre Sig. *Frank* nel suo Opuscolo *de Ordinandis morborum periodicorum familiis*. Nella prima classe vengono comprese quelle intermittenti particolarmente, che nascono da' Miasmi paludosi, e che regnano per lo più epidemicamente: nella seconda poi vi stanno quelle, che so-

no legate all'esistenza d'un altro vizio della macchina, come il Celtico, l' Etico, lo Scorbutico ec. il quale quasi causa e fomite permanente le sviluppa, e mantiene. Siccome egli è alle febbri della prima classe, alle vere cioè, e primarie, che l' utilità della Peruviana scorza è limitata, così in esse soltanto può contarsi molto sull' attività, ed efficacia della Cannabina. Presentandosi una febbre di questa classe, qualunque sia il tipo, ch'essa vesta, e qualunque ne sia la forza, se sia ben pura, e scevra da complicazioni, egli è ben noto, che il Medico può promettersi con fondata sicurezza di troncarne immantinente il corso colla Chinachina: e parmi poter dedurre dalle mie sperienze, che lo stesso felice evento può aspettarsi dalla Datisca: almeno le eccezioni a questa regola, che ho incontrate nel corso della mia pratica, sono assai poche, e forse dipendenti dal non aver potuto scoprire qualche latente circostanza, per cui la febbre appartenesse alla seconda classe, anzichè alla prima. Nel caso poi, che qualche complicazione unitamente si presenti, come se la febbre attacchi un corpo affetto d'una flogistica diatesi, o d'una flogosi parziale, oppure che abbia le prime vie imbarazzate da gastrico smegma, è sentimento comune de' migliori Scrittori, che convien meglio levar tali complicazioni prima di accingersi a sopprimer la febbre colla Chinachina, a meno che delle circostanze imperiose, quali sono quelle d'una febbre perniciosa, non isforzino a porgere un prematuro, ma necessario soccorso: e questa stessa regola conviene applicarla esattamente all' uso della Datisca (11).

(11) Il *Brovvn negli Elementi di Medicina* al Paragrafo 650. rigetta e cerca di distruggere tutte queste idee, che sono quelle de' più accreditati Scrittori, e stabilisce per generale Assioma, che mai può nelle intermittenti convenire il salasso, e mai la purgagione, perchè a' mali Astenici, sotto la qual classe gli piace di collocar le intermittenti, non possono mai essere che nocivi i rimedj debilitanti. Ma quando pressochè tutti i Pratici, cominciando da *Ippocrate*, *Celso*, *Asclepiade*, e venendo a *Thompson*, *Baumes*, *Melart* ec. ci asseriscono santamente di aver curate intermittenti senza numero colle purghe, e cogli Emetici: quando i fasti Medici a folla ci presentano le Storie di Epidemie intiere, ove gli Ammalati, ne' quali si premetteva la purga, o l' Emetico, ottenevan subito o pace, o tregua dalle febbri, che li affliggevano, laddove quelli, ne' quali si trascuravano queste evacuazioni, e si usava la Corteccia, o qualche altro metodo, erano più ferocemente, e più lungamente maltrattati, come mai può credersi a *BroWn* l' asserzion sua gettata sì francamente al Paragrafo 655. che *Omne purgationis genus, quoties ejus periculum factum est, haud ambiguæ noxæ*

Nel caſo d'una generale inflammatoria diateſi, la tonica forza della Cannabina tendendo ad accreſcere la diateſi ſteſſa potrebbe portarla ad un grado pericoloſo, e l'urto di eſſa potrebbe produrre qualche ſconcerto; onde è prudente regola il premettere all'uſo di eſſa uno, o più Salaſſi, e di ſervirſi di quella parte di regime antiflogiſtico, o debilitante, che la particolar ſituazione dell'infermo ſuggeriſce.

Le flogoſi limitate di qualche viſcere, o di qualche altra parte, che complicanſi talora alle intermittenti, ſono di due claſſi, acute cioè, e croniche. Tanto nelle une, quanto nelle altre ſi deve indagare per mezzo de' ſegni proprj indicati da tutti i buoni pratici, ſe ſieno eſſe dipendenti dalla cauſa ſteſſa, che produce la febbre, oppure ſe ne ſieno ſeparate, e formino una malattia a parte. Nel primo caſo ſappiamo che la Chinachina toglie beniſſimo e la febbre, e la complicazione unitavi; e dei Pratici valenti, come *Sarcone*, *Clegborn*, *Medicus* ec. col mezzo di queſta hanno ſalvati i loro infermi da feroci acute infiammazioni di qualche viſcere, come giornalmente i buoni Oſſervatori riconoſcono eſſer dalla Chinachina ſteſſa vinte aſſieme colle intermittenti anche le croniche flogoſi del fegato, della milza ec. che le accompagnano, e che conoſciute vengono coll'erroneo vocabolo di Oſtruzioni (12). Nel ſecondo caſo poi ſappiamo, che

---

eſſe deprehenditur? E quando noi ſappiamo, che ſenza parlar di *Botallo*, di *Chomel*, e de' loro ſeguaci, che han generalizzato anche di troppo il principio di curar le intermittenti col ſalaſſo, e ſenza valutar l' uſo generale, che v' ha in alcuni Paeſi, come nell' Olanda al dir di *Fordyce*, di curarle colla ſola lancetta, e col nitro, tutti i più ſinceri Scrittori ci aſſicurano di aver oſſervato eſſer il ſalaſſo un ottimo rimedio, ſe non capace di toglier intieramente da per ſe ſolo la febbre, almeno coadjuvante moltiſſimo l' azione degli altri rimedj: quando ſappiamo che *Senac*, *Lautter*, *Richa*, *Boucher*, e cento altri Pratici han veduto delle periodiche che coi ſalaſſi ſi curavano facilmente, ommeſſi queſti diventavano continue, e rapidamente uccidevano gli infermi, coſa mai giudicare dell' altra aſſerzione *Brownniana* egualmente ardita, che *ſanguinis detractionem vix quiſquam ſanus vel tentavit?* Queſti non ſono i ſoli punti, ne' quali il ſiſtema di *Brown* mi pare in oppoſizione non già colle Teorie, o colle opinioni di tutti gli altri Scrittori, le quali potrebbero eſſer pretti pregiudizj malgrado la loro antichità, ed univerſalità, ma coi fatti i più ſemplici, i più coſtanti, che non poſſono negarſi ſenza roveſciar a capriccio il fondamento più certo della Medica Scienza, l'*Oſſervazione*.

(12) Il nome d'Oſtruzione, che ritienſi tutt' ora nelle Scuole, deriva dalla antica ſuppoſizione d' un lentore, d' una viſcoſità del ſangue, per cui arreſtandoſi ne' canali minimi vaſcolari del fegato, o della milza, o di qualunque altro viſcere, ne oſtruiſſe le boccuccie, li rendeſſe impermeabili, e formaſſe quivi un oſtacolo alla libera circolazione. Al dì d' oggi è aſſai generalmente riconoſciuta l' inſuſſiſtenza di queſto lentore, di queſt' arreſto, e la Patologìa, che

la Chinachina intempeſtivamente uſata rieſce nociva, ed *Haſenöhrl*, *Boucher*, *Kirkland* ed altri ci hanno laſciato ſtorie di intermittenti complicate con flogoſi acute locali, delle quali la cura richiedeva i ſalaſſi, ed il regime antiflogiſtico, e la Chinachina o mai, o ſol tardi conveniva, come giornalmente veggonſi le croniche flogoſi de' viſceri accreſcerſi ſotto l'uſo di queſta, data per troncar l'unitavi intermittente. Le ſteſſe regole ſono aſſolutamente da ſeguirſi nell' amminiſtrazione della Datiſca, e con tanto maggior preciſione, quanto l'energia, e l'urto di queſta eſſendo maggiore di quello della Corteccia, gli ſconcerti, e le conſeguenze potrebbero eſſerne più gravi.

Nel caſo, in cui gaſtriche ſaburre ſieno unite alla periodica febbre, e ne formino una complicazione, la Datiſca ha un deciſo vantaggio ſulla ſteſſa Chinachina. Siccome queſta deve in tal caſo eſſere ſempre preceduta da qualche emetico, o purgante, che ſgombri le prime vie, e faciliti, e renda efficace la di lei azione, così la Datiſca, che ha la proprietà di ſervir in tali circoſtanze da ottimo rimedio eva-

---

deriva l'origine de' morbi dalla craſſizie, o tenuità degli umori, è rancida, ed antiquata. Eppure ſi ritiene tutt'ora il vocabolo di Oſtruzione, che ad eſſa immediatamente ſi appoggia, e ne riſveglia quaſi neceſſariamente l'idea; ed in conſeguenza di queſto convien ritenerne degli altri ancora. Le Oſtruzioni preſentano per indicazione di deoſtruire, aprire i canalicoli chiuſi, e ſono perciò indicati i rimedj deoſtruenti, aperitivi, incidenti, riſolventi ec. Indicazione, ed indicati non meno ipotetici, e fallaci: così la Patologìa, e la terapeutica di queſti mali non ſono che romanzeſche. Quanto mai ſarebbe deſiderabile una riforma nella vizioſa nomenclatura della Medica Scienza, e quanto lodevoli ſono, e degni d' incoraggimento gli sforzi di que' Moderni che l' han tentata! Io per me guardo le malattie chiamate volgarmente *Oſtruzioni*, come ſemplici croniche flogoſi de' viſceri. Io ſono indotto a così penſare dal compleſſo de' ſintomi, che ſono gli ſteſſi d' ogni altra infiammazione: vale a dire l' intumeſcenza della parte, l'accreſcimento dei di lei vaſi oſſervato da *William Kunter*, e dal *Rezia*, lo ſviluppo della di lei cellulare notato dal *Teſta*, il dolore, che alle volte ivi ſi fa ſentire, e ſi ſentirebbe più ſpeſſo ancora, ſe queſti viſceri non aveſſero una ſpecie d' indolenza, per cui nelle ſteſſe più acute infiammazioni danno pochiſſimi, o neſſun ſegno di ſenſitività. Non potrebber forſe ridurſi qua le accreſciute pulſazioni della Milza oſſervate da *Tulpio*? Io ſono confermato in queſto ſentimento dalle terminazioni di queſti mali, analoghe pure a quelle delle Infiammazioni, cioè riſoluzione, ſuppurazione, ſcirro, Idrope, gangrena. Si aggiunge in fine a tutto ciò il rifleſſo, che tutti i rimedj decantati ſotto il nome di deoſtruenti, incidenti ec. non poſſono conſiderarſi ſotto un punto di viſta più ſemplice di quello di leggeri ſtimolanti, capaci di mantenere pel lungo tempo, per cui ſoglionſi uſare, un punto d' irritazione nel tubo inteſtinale, atto a formare una ſalutare rivulſione dell' azione delle forze della vita dal viſcere affetto; locchè forma una delle indicazioni più ragionate e più utili in tutte le croniche infiammazioni.

cuante, riempie da se sola tutte le indicazioni, e risparmia all'infermo la moltiplicità, ed il cambiamento de' rimedj, che gli riesce di aggravio, se povero, o di noja se nauseabondo, o delicato.

Diverso è l'affare trattandosi delle febbri della seconda classe. Come in esse la Peruviana corteccia è stata trovata costantemente o di nessuno, o d'un accidentale vantaggio, così nulla, o poco sembra che aspettar si possa di bene dalla Datisca. Questa classe in fatti è un'unione malissimo intesa di febbri accozzate insieme per una ingannevole esterna somiglianza del tipo, e della forma apparente, ma che sono realmente tra di loro differentissime quanto al fondo, ed all'intima loro natura. La febbre intermittente legata ad un ulcere, o ad un tubercolo polmonare, quella che è sostenuta dalla Diatesi venerea, e così le altre secondarie appartengono essenzialmente a delle specie di mali diversissimi, nè possono che per illusione Nosologica unirsi sotto una sola classe, e richiedono perciò dei metodi di cura affatto diversi. E come potrebbe ragionevolmente esigersi dalla Cinchona, o dalla Datisca, che fosse lo specifico egualmente del vizio venereo, dell'Ulceroso, dello Scorbutico ec.

Quantunque però il vero, e convenevole metodo di trattare le febbri secondarie sia quello di diriger le viste curative alle rispettive cagioni, e cercar di togliere il vizio specifico, che le sostiene, pure non voglio tralasciar di qui raccontare alcune storie di intermittenti di questa specie, nelle quali la Datisca ha prodotto del vantaggio.

Un giovane, che qualche mese prima avea avuta la rogna, da cui era guarito medianti le unzioni fatte coll'unguento di Zolfo, fu assalito da una terzana. Dopo il secondo parossismo di questa, ei prese la Datisca, che non produsse in lui alcun sensibile fenomeno: solo la febbre non tornò più, ed in vece egli coprissi a tutti due i carpi di pustole scabbiose della stessissima qualità delle prime, che dopo qualche giorno cominciaronsi a perdere, e con una leggerissima unzione si dileguarono affatto.

Una donna di cinquant'anni fu assalita da una doppia terzana allo scomparir d'una rogna, cui avea adoperato l'olio irritante del Leandro. La prima dose, che pigliò di

Cannabina la fece vomitare, come pur la seconda, benchè minore. Siccome il vomito la sconcertava assai, senzachè la febbre perdesse punto di forza, così fu scemata di nuovo la dose, e vi fu unito un poco di sciloppo di Papaveri. In questa guisa continuò l'uso del rimedio per pochi giorni, dopo di che la febbre scomparve, senzachè però sortisse alcuna eruzione.

Un altro giovine, che avea una terzana, avendo dopo il quarto accesso presa la Datisca, ne restò libero senza sentirne il menomo incomodo: solo gli si fece ad ambi i carpi un'eruzione copiosa di minute pustole piene d'una bianca linfa, rassomigliantissime a quelle della scabbia, non però pruriginose, che poi da per se svanirono. Ei disse di non aver mai avuta alcuna malattia di pelle.

Un postiglione era assai mal ridotto da una terzana feroce, che da due mesi lo tormentava. Essendogli stati senza verun profitto amministrati da un altro Medico molti rimedj, tra' quali una considerevol dose di Chinachina, io volli tentar la Datisca.

Questa gli diede qualche poco d'interna agitazione, e produsse qualche leggero scarico di ventre. Ma il rimarchevole si è, che la sera in cui si aspettava l'accesso, questo affatto mancò, ed in vece si manifestarono delle doglie acerbissime a tutte le articolazioni. Allora l'infermo confessò ciò che dapprima avea sempre taciuto, cioè, ch'egli avea da principio una Gonorrea, la quale sotto l'uso di certi irritanti injezioni fattegli da un Chirurgo erasi istantaneamente arrestata: che a questo arresto erano succeduti senza intervallo dolori articolari somiglianti a quelli, che attualmente lo affliggevano, e che al cessar di questi avea fatta la sua comparsa la febbre. Dopo la quale confessione guardandosi questa successione di mali, e l'artritide stessa come dipendente dallo stesso principio celtico, fu usato l'Oppio, col quale guarì perfettamente.

Quantunque in questi casi la febbre appartenesse alla seconda classe, delle spurie cioè, o secondarie, è però sensibile il vantaggio, che dalla Datisca si ottenne. Non potrebbesi adunque col moltiplicar cautamente le Osservazioni sperar di rinvenire, e determinare con precisione dei casi di febbri

ſpurie, alle quali poteſſe convenire vittorioſamente la Datiſca? Le forti ſcoſſe eccitatrici, che queſta porta ſulle prime vie, e che quindi ſi diffondono per tutta la Macchina, e ne alterano, e ne invertono i movimenti, e le azioni, non promettono forſe, qualora ſieno a propoſito concertate, di produrre de' ſalutari cangiamenti, non iſperabili dalla Peruviana corteccia?

La maniera ordinaria, della quale io ſoglio ſervirmi nell'amminiſtrar la Datiſca, ſi è di darla in ſoſtanza, vale a dire di uſar la polvere delle foglie ben diſſeccate. La doſe ne è da uno ſcrupolo alla mezza dramma, che ſi ripete per tre, o quattro mattine. Quantunque il volume di queſto rimedio ſia pochiſſimo conſiderabile, pure chi voleſſe diminuirlo ancora, potrebbe ſervirſi dell'eſtratto.

Se ne formano pillole di tre grani per cadauna con grano di polvere; e dandone dalle tre alle ſei per diverſe mattine ſe ne hanno gli ſteſſi vantaggi, a riſerva ſoltanto di eſſer un pò più tardivi. Siccome poi l'eſtratto dopo lo ſpazio d'un anno perde di ſua forza, così dopo detto termine fa d'uopo formár ogni pillola di quattro grani di eſtratto con due di polvere. In fine per chi amaſſe meglio di prender il rimedio ſotto la forma liquida, può uſarſi l'infuſione fatta coll'erba freſca, la cui doſe è dalla mezza oncia fino ad un'oncia.

Le recidive de' febbricitanti trattati colla Datiſca ſono ſtate aſſai poche, e mi ſono ſembrate in proporzione più rare di quelle, che accadono ſotto l'uſo della Chinachina. E' queſto un altro titolo, per cui io rinuovo i miei voti, affinchè altri Medici dotati di penetrazione, e di ſpirito oſſervatore vogliano metter alla prova la Datiſca, onde confermandoſene le ſalutari proprietà rendaſi più comune l'uſo di un rimedio sì commodo, e di sì poco diſpendio.

DELLA LEGGE

D' immutabile capacità, e neceſſaria contrarietà di eccesſo, e difetto di elettricità negli oppoſti lati del vetro, e di altro ſtrato reſiſtente ſuppoſta da Franklin *per la ſpiegazione della carica, e della ſcarica elettrica nella boccia Leidenſe.*

Del P. Carlo Barletti.

NElla ipoteſi immaginata per iſpiegare la carica, e lo ſcoppio della boccia Leidenſe, quella perſetta eguaglianza di contraria elettricità negli oppoſti lati del vetro (*a*) non per altra ragione fu aſſunta da *Franklin*, ſe non perchè ſtabilì da principio per legge immutabile, e propria di ogni ſtrato, o lamina di vetro, che foſſe neceſſariamente in ciaſcuno di quegli ſtrati o lamine certa quantità di elettrico fluido, che ne eſauriſſe la capacità, e ne coſtituiſſe il naturale equilibrio. Finchè tale quantità rimane con perfetta egualianza diviſa fra quelle due oppoſte facce del vetro, ſiccome è perciò in perfetto equilibrio, non porge alcun ſegno della ſua eſiſtenza. Qualora però in qualſivoglia modo viene accreſciuta, o tolta in una di quelle oppoſte facce qualche porzione di elettrico fluido, non rimane con ciò alterata punto nè la naturale capacità del vetro, nè la quantità ſteſſa della naturale ſua elettricità; che anzi non accade nell' una, e nell' altra faccia ſe non un ſemplice cambiamento di luogo dell' elettrico fluido preeſiſtente. Talchè quanto di queſto fluido ſi toglie, o accreſce in una faccia, altrettanto appunto, anzi quello ſteſſo deve o accreſcerſi, o toglierſi nell' oppoſta faccia dello ſteſſo vetro. Indi ne riſulta l'ecceſſo in

(*a*) Di queſta parte della *Frankliniana* ipoteſi vedi la Diſſertazione pubblicata nel Vol. IV. pag. 304 di queſte *Memorie di Matematica, e Fiſica*.

una eguale al difetto nell'altra faccia; ed in queſto cambiamento di luogo, e nell' eccesſo, o difetto corriſpondente, e non in verun altro incremento di elettricità conſiſte la carica (*Franklin Op. Vol. I. Lettera* 4. *n.* 8. *e* 13.) a tal ſegno, che perfino il nome di carica non è che improprio (*Ivi n.* 12.) come eſpresſamente dichiara *Franklin* medeſimo. Comunque ſi presti il vetro a ſiffatto cambiamento di luogo della naturale ſua elettricità, non muta però con queſto nè l'asſoluta ſua capacità, nè la quantità steſſa di elettricità, che è ſua propria; che anzi la ritiene con forza, e *oſtinazione* (*Ivi n.* 14.). Indi ſebbene in tale ſtato ſia nel vetro una faccia piena, e pronta a rigettare l' altra vuota, ed eſtremamente *affamata*: con tutto ciò la prima non ne rigetterà mai la menoma particella, ſe non può queſta *nello ſteſſo iſtante* riceverſi dall'altra oppoſta; nè queſta ne riceverà giammai un punto, un atomo ſolo, che non proceda *nello ſteſſo iſtante* da quella prima faccia (Ivi n. 11.). Ed in queſta iſtantanea reſtituzione, o circolazione al naturale luogo di ciaſcuna parte della elettricità del vetro conſiſte la ſcarica, e lo ſcoppio della boccia Leidenſe.

Non mi fermerò qui ſul vecchio errore di neceſſità del moto iſtantaneo introdotto non già ſu qualche nuova ſembianza di vero (poichè in realtà l'elettricità ſi propaga con rapidità bensì grandiſſima, ſempre però con ſucceſſione di luogo, e di tempo) ma derivato unicamente dal ſuppoſto principio d' inalterabile capacità, e d' indomabile oſtinazione del vetro a non cangiare nemmeno per un impercettibile momento nè in più, nè in meno, ma permettere ſoltanto mutazione di luogo, e ſemplice traſporto nella naturale ſua doſe di elettricità. Quella neceſſaria conſeguenza di moto iſtantaneo riconoſciuta da *Franklin* medeſimo avrebbe dovuto eſſere ſufficientiſſima per indicare la falſità dell' ipoteſi.

Non parlerò della morale ſeveriſſima di queſto fluido ridondante, per ſe ſteſſo attiviſſimo, mercè la quale non vi è mezzo, nè via di farlo ſpendere un atomo ſolo della ſua ſoſtanza, ſe non lo rimborſa nell' iſtante medeſimo all' oppoſta faccia del vetro, che ne è la proprietaria, e creditrice; nè della ſcrupoloſità più che eroica della faccia vuota, e affamata a non volerſi riſtorare nemmeno per un iſtan-

te, neppur d' una ſtilla di altra elettricità, ſe non della ſua propria, la quale ſta nell' oppoſta faccia ſtruggendoſi indarno di pari ardore per ſatollarla. Sono queſte idee morali contrarie a tutti i notiſſimi fenomeni delle chimiche affinità ſottilmente bensì, ma infelicemente applicate alla Fiſica ſecondo l' antico ſtile delle cauſe finali.

Nulla dirò dell' intera, e piena azione, che in queſta lotta di deſiderj, e di eſigenze ſi fa paſſare attraverſo tutta la groſſezza del vetro ſenza la minima diminuzione, e reſiſtenza per cacciare, o trarre dall' oppoſta faccia la quantità eguale di fluido, che accorre, o parte dall' altra. Mentre in tutte le fiſiche idee il mezzo reſiſtente non può a meno di non cauſare qualche diminuzione di forza, e di effetto in proporzione della ſua capacità a reſiſtere; e qui che ſi ſuppone il vetro impermeabile, dovrebbe eſtinguerla interamente. Laſceremo ai Metafiſici la gloria di conciliare l' impermeabilità del vetro colla ſuppoſta eguaglianza di mutua azione tra le oppoſte ſue facce; giacchè non avendo nè la prima, nè la ſeconda veruna realtà, ſarebbe la loro conciliazione poco ad un Fiſico glorioſa.

Farò un ſolo cenno della inſigne contraddizione; che a me ſembra palpabile, benchè da altri che io ſappia non oſſervata, nella proporzione ſteſſa della carica ſecondo la *Frankliniana* ſuppoſizione. Riſiede nella due oppoſte facce del vetro naturalmente eguale doſe di elettricità. Qualunque cauſa ne accreſca, o ne tolga in una faccia, deve in proporzione cavarla, o tramandarla ſull' oppoſta faccia. Ora io dico quella cauſa, che la toglie, o la tramanda ſull' oppoſta faccia, dovrà certamente far per lo meno tanta azione ſulla faccia ſteſſa, nella quale opera immediatamente, quanta ne fa ſull'. oppoſta (preſcindo qui dal nodo di reſiſtenza, e d' impermeabilità più ſopra notato). Se dunque nell' oppoſta faccia toglie o manda una data parte della naturale doſe di elettricità, anche in queſta, ove da principio, e per natura era a quella eguale, dovrà toglierne, o rimetterne altrettanta. Il che ſe ſi nega, rimane la forza inducente, o eccitante l' elettricità ſenza verun effetto ſulla faccia immediatamente ſoggetta all' azione ſua, e ſi eſtende in vece intera ſoltanto nell' oppoſta faccia, a cui è intermedia la ſuppoſta impermeabile ſo-

ſtanza del vetro. Che ſe anche in queſta prima faccia toglie o rimette elettricità proporzionata alla ſorza eccitante, cerco dove la mandi, o d'onde la tolga? Poichè ſe la manda ſimilmente nell' oppoſta ſaccia, o indi la toglie, la permutazione ſarà reciproca; nè per tale vicendevole progreſſione vi ſarà giammai il preteſo ecceſſo, o difetto per cambiamento di luogo.

Se in fine ſi nega queſta reciproca tratta, e traſſunzione, allora la progreſſione dell' ecceſſo, e del difetto non può nè procedere, nè pare altrimenti, come ſi ſuppone in ſemplice ragione della parte tolta, o tramandata dalla prima all' oppoſta ſaccia, in cui comincia la ſerie; ma ſorza è, che qui creſca, o ſcemi in ragione ſempre dupla. Poichè oltre la parte tratta, o traſmeſſa dalla prima nell' oppoſta ſaccia, rimane in queſta, o in quella di più la parte corriſpondente, che non può non eſſervi, e frattanto non ſi vuole nè tramandata, nè tolta. Sia per eſempio la naturale doſe di elettricità in ciaſcuna faccia eguale a dieci. Non poſſo torre da quella faccia una decima, e riportarla in queſta ſenza che in queſta non monti ad undeci, e là non reſtino che nove; e non ſia perciò la differenza eguale a due. E ſimilmente togliendo la ſeconda parte là reſteranno otto, e qui ſaranno dodeci; e ſarà perciò la differenza eguale a quattro; e così in ſeguito. E nella reſtituzione all' oppoſto, in cui conſiſte la ſcarica, non ne ripaſſerà giammai ſe non la metà. Il che ſarebbe ripugnante non ſolo ai ſenomeni, ma anche alla ſteſſa *Frankliniana* ſuppoſizione della ſcarica eguale alla carica.

Immaginò taluno di prevenir queſto nodo paragonando la poſitiva, e la negativa elettricità alle poſitive, e negative quantità matematiche ſenza riflettere, che il comune limite di codeſte matematiche quantità è il zero; onde la natura di ciaſcuna riſulta direttamente contraria alla natura dell' altra. Quando per oppoſto il comune limite delle due elettricità conſiſte nell'eguale diſtribuzione di una ſteſſa identica quantità; e in ſomma poi dal ſemplice traſporto di una parte ſull' altra, che era in prima eguale, ſi vorrebbe far naſcere e la contraria loro natura, e la coſtante ragione di eguaglianza nella loro contrarietà.

Vi fu perfino chi volle spiegar l' andamento della positiva, e negativa elettricità colle idee delle matematiche serie convergenti, e divergenti; e presentò così l' inudito confronto di quantità astratte, che hanno per essenza il carattere di non pervenire giammai ne' loro termini a perfetta eguaglianza, colla fisica idea delle contrarie elettricità, che per natura supporre si vogliono perfettamente eguali.

Quando io rifletto a simili condizioni d' ipotesi, e di principj, che di leggieri si ricevono, e si rendono dominanti presso il bel mondo de' Fisici, non posso a meno di non riconoscere anche nelle scienze una certa vertigine non molto dissimile da quella, che regge con perpetue vicende il gusto per le nuove mode, e per le cose di estraneo, e rimoto paese.

Ciò non pertanto comparve da principio sì ingegnosa l' analisi proposta da *Franklin* della boccia Leidense, ed abbagliò per tal modo colla semplicità delle combinazioni, alle quali appoggiò quel suo principio, donde la spiegazione di quel maraviglioso fenomeno derivò, che come sembravano direttamente compierne l' induzione, così neppure il sospetto lasciavano di alcun lato debole, per cui potessero ristringersi, o limitarsi, non che abbattersi. Se non vi è circolo di conduttori tra la faccia, che caricar si vuole, e l' opposta faccia del vetro, è vano ogni sforzo per indurre la carica. Similmente se non vi è circolo di conduttori tra la faccia caricata, e l' opposta faccia del vetro, è vano ogni sforzo per ottenere lo scoppio. Come dunque potrà quel principio pretendersi fallace, e contradittorio? Perchè dovrà il genio, e la persuazione per sì semplice, e felice ipotesi paragonarsi al frivolo gusto delle mode, e delle straniere novità? Non per altro, a dirlo in breve, e apertamente, se non perchè diversa è l' apparenza dalla realtà: perchè quella induzione di sperienze non corrisponde altrimenti al principio introdotto; perchè in fine quelle combinazioni ingegnose sono imperfette, e non compiono l' analisi del proposto fenomeno.

Per esporre con chiarezza, ed evidenza queste mie riflessioni gioverà partirle in tre articoli; e dimostrerò nel primo che l' idea di semplice circolazione d' un fluido è precaria, nè deriva altrimenti dalle *Frankliniane* sperienze.

Precarie

Precarie dimoſtrerò nel ſecondo articolo le conſeguenze del *Frankliniano* principio, nè in verun modo corriſpondenti all' ingenua eſpreſſione delle ſperienze medeſime. Proverò in fine, che non è altrimenti neceſſario l' intervento di oppoſti lati del vetro per avere la carica, e lo ſcoppio; e produrrò un nuovo genere di carica, e di ſcoppio elettrico monopleuro, e autopleuro ſomigliante al dipleuro finora noto.

ARTICOLO PRIMO

L' idea di ſemplice circolazione di un fluido è precaria, e non deriva altrimenti dalle Franckliniane *ſperienze.*

Nè occorre quì ripetere le *Frankliniane* combinazioni, che nel principio di queſta memoria riferite abbiamo fedelmente colle iſteſſe eſpreſſioni del celebre Autore. Per poco che ad eſſe ſi rifletta con uſo di analitica Logica, anzi che con ſintetico criterio, come nelle mode appunto fa per coſtume la moltitudine degli uomini, indicano quelle pur bene certa corriſpondenza di azione fra l' una, e l' altra oppoſta ſuperficie del vetro tanto nell' atto, che ſi carica, quanto nell' atto, che lo ſcoppio ſuccede; ma non moſtrano per verun conto d' onde naſca ſiffatta corriſpondenza, e non è ſe non giuoco di prevenuta immaginazione il derivar quella corriſpondenza dalla preteſa circolazione; ed è poi giunta di fantaſia ſopra fantaſia l' immaginare ancor di più, che cotale circolazione ſia unica, e di ſolo ecceſſo, e difetto di un ſemplice fluido. Anzi ſiccome indicano quelle ſperienze eſterna corriſpondenza di azione fra gli oppoſti lati del vetro, così ci guidano naturalmente a riconoſcere ſimile corriſpondenza fra i lati ſteſſi internamente attraverſo la ſoſtanza del vetro. Nè queſta interna corriſpondenza eſcluſa viene da veruna ſperienza, ma unicamente ſi elimina in virtù d' un nuovo sforzo di fantaſia coll' ipotetico nome di impermeabilità; alla quale impermeabilità, o incapacità ſuppoſta di azione per l' interna via dello ſtrato reſiſtente ripugnano

apertamente i fatti più ſolenni, nei quali le bocce ſteſſe, e i quadri nel caricarſi in fine ſi rompono con manifeſto ſcoppio per la ſola via, e direzione interiore, ſenza veruna corriſpondenza, o mediazione di eſterno circolo; anzi all' oppoſto per ſolo, e pretto mancamento, e impedimento di quella ſteſſa comunicazione, che per cotale eſterior via ſi ſuole, o ſi vuole più d' ordinario rappreſentare, e condurre.

In oltre non vi è ſperienza, nè combinazione veruna, che eſiga quella ſuppoſta permutazione, o circolazione di un fluido immaginario a talento intruſo nella eſpreſſione di quelle ſperienze, le quali in realtà nulla altro eſprimono, ſe non *che per indurre la carica in una faccia del vetro è neceſſario, che ſi ſcoſti, o ſi eſterni con certa corriſpondenza nell' oppoſta faccia l' elettricità omologa a quella ſteſſa, per cui la carica s' induce; ſiccome per ottenere lo ſcoppio non vi è neceſſità di verun circolo, ma ſoltanto è neceſſario di volgere eſteriormente l' azione, colla quale ſi trattengono, e ſi legano inſieme attraverſo la groſſezza del vetro le due oppoſte forze di elettricità.* „ Il che ſi fa con l' arco, o con altro mezzo idoneo ad eſternare quella mutua azione delle elettriche potenze.

Che poi l' elettricità d' un lato della boccia ſia eguale, come vuole ſupporſi, a quella dell' oppoſto lato, non ſolo non ha apparenza di vero, ma è aſſolutamente falſo, ſiccome dimoſtrai nella Diſſertazione precedentemente citata.

Ma che quel ſemplice, ed unico fluido ſi muova, e proceda da un lato del vetro per traſportarſi nello ſteſſo iſtante ſull' oppoſto lato, in cui vuol farſi la carica per incominciarla, e proſeguirla (oltre che ſarebbe nello ſteſſo tempo effetto, e cauſa) è poi affatto contrario alla immediata evidenza del fatto. Mentre baſta indurre la carica a continua ſucceſſione di ſcintille per vedere, che eſiſtono ambedue diſtinte nello ſteſſo tempo le omologhe elettricità negli oppoſti lati del vetro; e ſi vede quella prima tanto diſtinta da queſta, che ſempre la precede; nè ſi trae dall' oppoſto lato la prima ſcintilla, che non balzi la ſeconda nel lato, che ſi carica. Ond' è, che la carica ſi compie (è può ſimilmente eſaurirſi, quando è compiuta) con due ſerie diſtinte di omologa elettricità negli oppoſti lati del vetro; le

quali ſerie non ſono nè uguali, nè contemporanee, e tantomeno iſtantanee, come aſſume *Franklin*, ma con vera precedenza continua di luogo, e di tempo, e con neceſſaria diſuguaglianza di eceſſo nella prima di quelle ſerie.

Diſſi, che per indurre la carica in un lato del vetro l'omologa elettricità nell' oppoſto lato ſi ſcoſta, e ſi eſterna. Il che ſi verifica ſoltanto ne' vetri i più ſottili; e con certa proporzione di minore diſuguaglianza fra la prima, che s' imprime, e l' omologa che nell'oppoſto lato ſi eſterna, corriſpondente alla minore groſſezza del vetro, in cui ſi tenta di accumulare la carica. Il quale ſenomeno diſtrugge apertamente la ſuppoſta impermeabilità degli ſtrati reſiſtenti, e rende evidente la neceſſaria corriſpondenza, e la maggiore proporzione di azione fra le elettriche potenze, quanto è minore la frappoſta ſoſtanza del vetro, per cui cotale azione ſi compie. Poichè per cominciare la carica ſteſſa negli ſtrati reſiſtenti aſſai groſſi, per eſempio di zolfo, ſi ſcoſta ſoltanto l' omologa elettricità per entro la ſoſtanza ſteſſa della materia reſiſtente verſo l'oppoſto lato, ma non ſi eſterna, e non appariſce in queſto oppoſto lato per verun modo ſenſibile. Lo ſteſſo accade ne' priſmi ſolidi, e ne' tubi di vetro, quando s' imprime, e ſi ſpinge l'elettricità ſecondo le lunghezze loro, come più eſteſamente oſſervai nell'analiſi di alcune ſomiglianti ſperienze di *Epino*, che perciò volli chiamarle lo ſpaccato della boccia Leidenſe (*a*).

La realtà pertanto di quelle ſperienze non è, che ſopra un lato non poſſa accumularſi elettricità, ſe dall'oppoſto non procede; ma più veramente, e ſoltanto, che da quel primo per entro la ſoſtanza del vetro fino all' oppoſto lato vi è qualche coſa, che a codeſta accumulazione ſi oppone, e fa oſtacolo. Quindi è che il vetro, e qualſivoglia altra ſoſtanza capace di elettrica carica a ſomiglianza della boccia Leidenſe ſi chiama, ed è in realtà materia reſiſtente, ed oppone alla carica un oſtacolo proporzionato alla groſſezza, e alla direzione delle ſteſſe parti reſiſtenti. Si può adunque ri-

(*a*) Dubbj, e penſieri ſopra la Teoria degli elettrici fenomeni num. XC. e ſegg.

cercare in qual modo si opponga, se direttamente, o indirettamente. Ma che intanto qui non si accumuli, perchè direttamente, e istantaneamente di là non viene, si può a genio immaginare, e non altrimenti dall' esperimento dedurre.

Similmente per ottenere la scarica necessario non è verun circolo dall' uno all' opposto lato del medesimo vetro, in cui e l' immutabile capacità, e il semplice trasporto, e indi la ridondanza, e l' impeto, e la vacuità, e il difetto, e l' esigenza del supposto fluido, e somiglianti nomi, si asserisco-no gratuitamente, e per sola virtù di asserir francamente, e di servilmente ripetere si vantano que' nomi, come cardini della più luminosa teoria. Imperciocchè due distinte lamine di vetro ambedue cariche si scaricano del pari, e sovrapposte in un colpo solo, e anche senza sovraimporle, purchè s' introduca reciproca comunicazione tra le opposte elettricità dell' una colle opposte dell' altra lamina, senza che possa fingersi un sol pelo, nè un' ombra di commercio, e di restituzione, o circolo dall' uno all' opposto lato del medesimo vetro. Ed in fine di questa memoria descriverò, come già proposi nell' Articolo Terzo, il modo di preparar la carica, e di ottenere lo scoppio tra l' una, e l' altra parte d' un solo, ed unico lato della stessa lamina di vetro. Non è dunque, che l' elettricità da un lato proceda per accumularsi nell' altro, nè che questa stessa sopra un lato accumulata voglia, o debba unicamente restituirsi al lato vuoto, donde partì. Ma prima di definire, che la facenda corra precisamente per tal modo, resta da ricercare, se intanto di qua non parta, perchè nell' opposto lato, e nella intermedia sostanza vi sia qualche forza, che impedisce, e trattiene. La qual ricerca sarebbe veramente fisica, e sperimentale, anzi che immaginare una forza a capriccio grande, e attivissima, frenata non mai da veruna contraria forza, ma da una supposta legge, e condizione di vacuità, o difetto, e da una capricciosa ostinazione di non trasportarsi, che a quella sola vacuità.

Si sostituisce adunque alla realtà l' immaginazione, e la via si preclude alla investigazione per riposarsi, e fondarsi sopra mere astrazioni, e leggi ultroneamente anteposte alla osservazione.

ARTICOLO II.

Precarie sono le conseguenze del Frankliniano principio, nè corrispondono altrimenti alla ingenua espressione delle sperienze.

SEguitiamo ora a paragonare col principio introdotto quella induzione. Dice questo primieramente, che quella omologa elettricità non solo si scosta, e si esterna nell' opposta faccia, ma che circola, e rifluisce la medesima nella prima faccia, che si carica. In secondo luogo aggiunge, che quella stessa elettricità è cacciata, e spinta per semplice, unica, e diretta azione in virtù d'una legge metafisica. E conchiude in fine, che nell' opposta faccia nell' atto, che si carica quella prima, non resta, nè si eccita, nè si raccoglie altro, altro affatto, ma risulta soltanto vacuità, e fame. Il linguaggio dell' induzione è poi lo stesso? Facile, e triviale sarebbe l' interpretazione della natura, se per sì lieve instanza si esprimesse colla voce de' suoi fenomeni.

Primieramente esige bensì l' esperienza, che l' omologa elettricità debba scostarsi, o esternarsi dalla prima per mezzo della sostanza del vetro nell' opposta faccia, ma non esige nè l' indentità, nè l' eguaglianza di quella supposta circolazione. Può di fatto l' omologa elettricità dell' opposta faccia raccogliersi in altri conduttori isolati, e separati; può anche raccogliersi in bocce, e in quadri diversi per tutta la successiva progressione della carica. Siccome però tanto in que' conduttori, come in queste bocce, o quadri la somma dell' elettricità raccolta è sempre minore della prima, che nella faccia caricata si aduna, così non solo non è questa la stessa in individuo, che dall' opposta partì, ma neppure può dirsi la stessa in ragione di eguaglianza, o di quantità, come pur esser dovrebbe, quand' anche volesse benignamente interpretarsi mediata, e indiretta quella circolazione. E' pertanto nei primi termini l' induzione ben diversa, anzi opposta a quel principio.

Quale è poi l'esperienza, che esprima l'unità, la semplicità, l'integrità di azione dell' elettricità, che induce la carica con quella, che parte dall'opposta faccia? Vedemmo ne' primi termini, che questa non è, nè può essere la stessa, nè eguale con quella prima. Come potrà dunque concepirsi non che dedursi l'unità, la semplicità, e l'integrità di azione? Chi prima d'osservare immagina, tutto intende, purchè nelle sue immaginazioni involga l' espression de' fenomeni. Per contrario chi prima d'immaginare osserva, vedendo quella omologa elettricità esternata dall'opposta faccia non si crederà in diritto d'intenderla senza premettere molte instanze, e perquisizioni. Questa è la stessa colla prima? No, perchè quella resta, mentre questa parte. E' poi necessario, che sia questa cacciata fuori direttamente da quella prima? Si, quando si supponga il moto istantaneo, e la cosa stessa causa, ed effetto di se medesima: quando non si supponga nel vetro altra specie, che l'unica di quella prima: quando pur questa si voglia sciolta, e spedita per obbedire ad ogni cenno di quella prima: e quando in fine si costituisca nel supposto fluido unico somma docilità a cangiar di luogo, e indomita ostinazione a non cangiar di specie, nè di quantità. Ma per lasciare il moto istantaneo, e il circolo di causa, ed effetto, tutte queste parole di *specie unica*, *di docilità*, *di ostinazione*, *di cambiamento di luogo* sono poi il linguaggio dell'esperienza? Non potrebbero anche in questa elettricità dell'opposta faccia aver luogo gli stessi equivoci, che prese *Franklin* in proposito di quella prima, che induce la carica? Immaginò egli, che l'una fosse la medesima coll' altra, e la trasportò dall'uno all' opposto lato con istantanea circolazione in modo per verità non ben coerente co' fenomeni, ma colla sua supposta legge coerentissimo. Immaginò in oltre, e suppose come fatto d'immediata evidenza, che l'elettricità per cui s'induce la carica, non d'altronde partisse, che dall'elettrico conduttore per estendersi, e raccogliersi sull'armata faccia del vetro. Eppure è dimostrato al contrario colle bellissime sperienze di *Epino* (*a*), che l'azio-

(*a*) Vedi l'Opera Cit. *Dubbj e Pensieri* ec. num. 69. e seqq. 127. e seqq. e 147. e seqq.

ne del Conduttore non si estende altrimenti intorno a se, nè passa per conseguenza in quella faccia del vetro per effusione di elettricità. Se dunque in questo ultimo termine del supposto circolo, che pur sembrava il più costante, l'identità non sussiste di quella specie; come potrà sostenersi questa ne'primi passi, e ne'continui salti dall'esterior faccia del vetro sino al Conduttore?

Non sarebbe egli stato più cauto l'esaminar in prima attentamente quel primo giuoco tra il Conduttore, e l'armata faccia del vetro, che non immaginarsi un modo a norma delle vaghe apparenze per trasportare poi la stessa immaginazione anche nel giuoco dell'opposta faccia? Avrebbe quel previo esame risparmiati molti errori, e aperte più sicure vie nelle successive esplorazioni. Avrebbe egli colla mirabile sagacità del suo ingegno trovato al pari d'ogni altro, che nella sfera di attività del Conduttore, che elettrica atmosfera si nomina, vi sono una in conflitto coll'altra le due opposte specie di elettricità; le quali non mai dal conduttore procedono, ma coll'azione sua si sciolgono e si svolgono l'una dall'altra. Avrebbe riconosciuto, che la specie opposta a quella, che da prima nel Conduttore s'imprime, e si raccoglie, viene sciolta, ed eccitata nelle ambienti parti del mezzo, e si dirige a quella del conduttore medesimo, come se fosse attratta. Indi se allo stesso ha qualche sensibile accesso, ne scema in proporzione la forza; se poi non ha che insensibile accesso, resta come involta fra le resistenti parti dell'aria, o di altro mezzo resistente, dalle quali non si scioglie, che lentamente, e rimanda in tal'atto, e in certo modo schizza in fuori le particelle della opposta specie omologa a quella del conduttore. Ed è questa così smossa, e spinta fra la sostanza dell'aria in quantità sempre decrescente dal contorno del conduttore, che si prende per l'atmosfera elettrica dello stesso; ed è questa stessa, che se introdotto sia libero accesso tra l'armatura del vetro, e il conduttore, viene spinta e si raccoglie sulla faccia opposta del vetro, e si trae successivamente con serie di scintille di elettricità omologa a quella prima nell'atto, che nel vetro armato si raccoglie la

carica (*a*). Se non aveſſe avuto, che qualche prevenzione pel circuito ſenza però che predeſtinar ne voleſſe il modo prima d'ogni eſame, avrebbe incontrato qui una ſpecie di circolazione, e ſarebbe apparſo tanto più plauſibile ſiffatto

---

(*a*) Accenno queſte idee d' inveſtigazione, le quali ſono ampiamente diſcuſſe ne' miei *Dubbj*, *e Penſieri ec.*, e nelle Differtazioni mie pubblicate ne' precedenti Volumi di queſte memorie di Matematica, e Fiſica. Gioverà qui proporre un' immagine di ſiffatto modo di azione del Conduttore elettrico, dello ſmovimento di elettricità nel mezzo ambiente, del ſucceſſivo accorrimento d'una ſpecie al conduttore, e dell' indiretto riſpingimento dell' altra ſpecie omologa alla prima del conduttore, la quale ſpecie ſuppor ſi volle unica, ed efficiente cauſa di tutto queſto giuoco. Riempite un corto tubo di vetro con miſcuglio di parti preſſo a poco eguali di limatura di ferro, e di arena bianca in modo, che non ſieno troppo fitte, e compreſſe inſieme. Indi chiuſo queſto tubo ſtendetelo ſopra una tavola. Accoſtate verticalmente ſopra lo ſteſſo a certa diſtanza una forte Calamita, e vedrete tutte le particelle della limatura ſmuoverſi, ed ergerſi in mezzo all' arena frammiſchiata, e tenderſi quelle direttamente al polo della Calamita. Ritirate la calamita; tutte ricadono, e reſtano come erano previamente inerti, ed involte coll' arena. E' queſta l' immagine della elettricità ſmoſſa nell' aria intorno all' elettrico conduttore, la quale ſi dice *Atmosfera elettrica*. La quale atmosfera ſpariſce, tolta l' elettricità del conduttore; ovvero accompagna coſtantemente il conduttore ſteſſo comunque ſi traſporti colla propria elettricità in aria ſempre nuova, ovvero ſi muti continuamente l' aria intorno allo ſteſſo.

Ma ſe invece di ritenere la calamita imprimete con ſucceſſive percoſſe d' un dito ſulla tavola un moto di ſucceſſione, o ſubſulto nelle particelle frammiſchiate entro quel tubo, vedrete nella limatura non più ſemplice moſſa, o tendenza, ma vero accoſtamento, e ſucceſſiva raccolta di quella verſo la ſuperiore parte del tubo, ſtattanto che l' arena ricade, e ſembra riſpinta nella parte inferiore oppoſta. Talchè ſe dopo certo tempo ritirate la calamita, non trovate più come nel primo caſo involte, come erano fra l' arena, le particelle del ferro, ma quaſi tutte le vedete raccolte verſo la ſuperior parte del tubo, e vedete l' arena ributtata all' oppoſta parte. Perchè ſenza quel ſucceſſivo ſubſulto non andava la coſa ſimilmente? Perchè le frappoſte parti d' arena reſiſtevano al trapaſſo delle particelle del ferro, ed il ſubſulto ha dato ſucceſſivamente or all' una, or all' altra di quelle certo ſcampo per isbrigarſi e ſeguire la loro tendenza, e direzione alla calamita. Si dirà mai, che quelle arene ſono riſpinte in oppoſta parte dalla calamita? L' effetto che naſce qui dal ſubſulto, lo fanno nelle Atmosfere elettriche i conduttori ſenſibili, o inſenſibili.

Spingiamo più oltre quella immagine. Si tragga dal tubo quel miſcuglio di limatura, e d' arena, e ſi ſpanda ſul tavolino. Accoſtate la calamita, e vedrete con rapidiſſima ſucceſſione il ferro unirſi alla calamita, e rigettate in fuori, e come ſparpagliate ſul tavolino le particelle d' arena. Lo ſteſſo accade ſenza trarre quel miſcuglio dal tubo, purchè ſi preſenti la calamita al tubo aperto, e ſi vada queſto ſcuotendo. Si dirà mai, che l' arena vada al fondo per ripulſione, o per eſpanſiva forza della calamita?

Chi impediva prima l' unione del ferro colla calamita? Il vetro, o il turacciolo frappoſto, il quale però non ne impediva il ſucceſſivo accoſtamento, e ammaſſo ſulla faccia ſuperiore verſo la calamita. Tolto quel turacciolo le particelle del ferro corrono in folla alla calamita, e intanto laſciano, e ributtano in dietro una corriſpondente moltitudine d' arene, che erano frammiſchiate.

Succede in ſimil guiſa la ſeparazione, e l' accoſtamento di due oppoſte elettricità, e il rigurgito, o riſpingimento della ſpecie riſpettivamente oppoſta a ciaſcuna di quelle, quando ſi carica un quadro, come pure quando s' induce in un quadro la carica non a ſucceſſione di ſcintille, ma a sbocco, e ſgorgo di altra carica precedente.

incontro, quanto che non eſige nè iſtantaneità di moto, nè identità di materia per farne inſieme cauſa, ed effetto.

Con queſti lumi introdurſi poteva nel bujo dell'oppoſta faccia del vetro; e non aveva che conſiderare il vetro come un mezzo reſiſtente ſimile all'aria per veder limpido il giuoco di quella omologa elettricità, che ivi ſucceſſivamente ſi eſterna, e per concepire perchè eſſer debba queſta neceſſariamente indi eſtratta, e rimoſſa, acciò ſulla prima faccia abbia luogo il ſucceſſivo ammaſſamento di elettricità per fare la carica. La ſpecie oppoſta alla prima del conduttore non può a queſto accoſtarſi attraverſo dell' aria, ſe non vi è capacità, o luogo, in cui ſi rimandi, e ſi raccolga l'altra ſpecie, dalla quale ſi ſtacca e ſi ſcioglie a particella per particella fra le reſiſtenti parti del mezzo. Chi preſta quel luogo, ſono i conduttori; come queſti ſono, che per tal modo porgono adito, e campo alle particelle ſmoſſe di sbrigarſi dalle reſiſtenti parti del mezzo, e innoltrarſi ſucceſſivamente verſo la prima muovente, e attraente. Se dunque ſi conſideri il vetro come un mezzo reſiſtente non diſſimile dall' aria, quella elettricità diretta, e raccolta per l' azione del conduttore ſulla prima faccia armata del vetro opererà contro il vetro nella ſteſſa maniera, che opera quella del conduttore contra l' aria. E ſiccome tra le vie di accreſcere la capacità, e d'ingrandire l'elettrica forza del conduttore, una efficaciſſima ſi è di preſentare a certa diſtanza nell' aria ambiente un' eguale ſuperficie conduttrice, dalla quale ſi tragga ſucceſſivamente l' omologa elettricità; ſiccome lo provò *Epino* in quelle ſue ingegnoſiſſime ſperienze, colle quali ottenne in tal modo la ſcoſſa elettrica tra quelle oppoſte ſuperficie deferenti ſoſtenute a certa diſtanza nell'aria, ſcoſſa in tutto ſimile a quella, che tra le oppoſte armature d' un vetro ſi ottiene *(a)*; così avrebbe inteſo, che l' oppoſta armatura del vetro non ha in fine altro officio, che di accreſcere la capacità della prima armatura per ivi raccogliere maggior copia di elettricità ſulla corriſpondente faccia del vetro.

(a) Ved. Op. Cit. num. 45. e 65. e pag. 107., in cui ſi narra l' eſperienza colle ſteſſe parole di *Epino*.

Avrebbe qui trovato un circolo non già di perfetta eguaglianza di azione in tanta progressione, e fra tanti ostacoli, pei quali tale idea di eguaglianza doveva a prima vista rendersi incredibile, ma con successiva diminuzione proporzionata agli ostacoli. E non avrebbe per conseguenza pensato giammai di spiegare, e trarre effetti fisici dal seno di astratte leggi presupposte nel vetro, e in chimerico fluido, ma riconosciuto avrebbe in fine veri, e non finti soggetti di quelle forze medesime nelle due opposte elettricità. Non sospettò mai *Franklin* in quelle sue combinazioni, che la virtù di fare la carica della boccia Leidense fosse comune all' aria, e a tutti i corpi resistenti, come poi lo dimostrarono *Epino*, e *Wilke*; che anzi la stimò unicamente propria, e privativa del vetro. All' opposto essendo egli prevenuto dall' idea di circolazione d' un solo fluido l' intese continua, e semplice, ove dovea vederla doppia, e reciproca. Fu dunque affatto infelice nell' uso di quella sua induzione, poichè semplificò, e ridusse nel modo della circolazione, ove forza era di comporre, e distinguere; e in cambio restrinse e limitò nel solo vetro la capacità di ricevere la carica, che poteva generalizzare, ed estendere agli altri corpi resistenti.

Non altro ci rimane a compimento del presente articolo, che di porgere qualche ristoro a quella faccia del vetro, che per la perdita, e partenza del naturale suo fluido lasciammo, secondo *Franklin*, vuota ed affamata. Per convincersi, che nelle due opposte facce del vetro armato rimangono nell' atto, che si carica, le due opposte elettricità, ed hanno fra loro nell' uno del pari, che nell' altro lato vicendevole, e costante azione, bastava, siccome fece *Epino*, rialzare or l' una or l' altra di quelle opposte armature. Poichè e dallo sforzo, che non si può a meno di non fare per rimoverle dal contatto del vetro, e dalla notabile forza di opposta elettricità, che in ciascuna di esse si manifesta in proporzione, che sono più discoste dal vetro, avrebbe riconosciuto ben altro che difetto, o fame, ovvero che in una sola quel suo fluido colle supposte magiche virtù ripellenti, ed espansive; che anzi sarebbe stato convinto, come in ciascuna faccia si esterna la specie di elettricità opposta a quella, che reciprocamente s' interna, e cresce attraverso la so-

ſtanza ſteſſa del vetro per formare la carica. Si trova adunque dal primo fino all' ultimo termine quel ſuppoſto principio ſenza verun appoggio dell' induzione.

ARTICOLO TERZO

Non è in fine neceſſario l' intervento di oppoſti lati del vetro per avere la carica, e lo ſcoppio elettrico; ſiccome ſi dimoſtra con un nuovo genere di carica, e di ſcoppio elettrico monopleuro, o autopleuro ſomigliante al dipleuro fin' ora noto.

Inutile ſarebbe dopo tante correzioni di aggiungere nuovi argomenti dell' imperfetta analiſi, che di quel maraviglioſo fenomeno fu da *Franklin* immaginata. Tanto più, che ad ogni paſſo comparvero que' ſuoi principj premeſſi alle oſſervazioni, e ſorrogati perpetuamente alla eſpreſſione delle ſperienze: il che è affatto contrario allo ſpirito, e al fine dell' analiſi, che libera eſſer vuole da ogni prevenzione, e unicamente intenta all' evidenza de' ſenſibili effetti. Non poſſo però a meno di non far in ultimo riflettere, che prima di ſtabilire que' cardini d' immutabile capacità, e di neceſſaria contrarietà, e di ſemplice circolo tra gli oppoſti lati del vetro doveva almeno tentarſi, ſe pur luogo aveſſe qualche permutazione, e traſporto di elettrica virtù per la carica da una in altra parte dello ſteſſo lato d' un vetro, o di altro ſtrato reſiſtente.

Ho io tentato queſta ricerca con facile, ed evidente preparazione. In quell' elettroforo di una laſtra rotonda di criſtallo, che deſcriſſi ne' miei *Dubbj*, *e Penſieri* ec. col quale non ſolo riduſſi, ma traſformai eſattamente in un quadro elettrico ogni ſpecie di elettroforo, non ſi ha che laſciar intera l' armatura inferiore, e dividere in due parti eguali il conduttore piano, e circolare che forma la ſuperiore armatura (*a*). Con queſta armatura dimezzata io pren-

(*a*) Op. Cit. n. 149. e annotazione ſottopoſta.

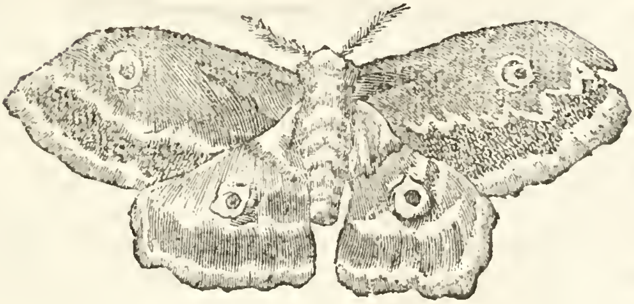
do qualunque ſpecie di elettricità dalla metà della faccia ſteſſa, e d'un lato ſolo di quel criſtallo, e la porto nella vicina, e ſimile metà di quell' unico lato; e parimente da una in altra metà l'accreſco, la diminuiſco, ed in fine la eſtinguo, non altrimenti che ſi uſa di ſare fra le oppoſte ſacce, e fra i due lati del medeſimo vetro.

Nè mi fermerò qui in vani progetti d' ingrandire queſto nuovo genere di carica, e di ſcoppio. Gioverà meglio avvertire, che la carica, e la ſcarica tanto ſucceſſivamente ſi fa maggiore, quanto più ampie ſono le ſuperficie, nelle quali ſi traſporta, e s'imprime, e quanto è più ſottile il vetro, e lo ſtrato reſiſtente, a cui quel lato ſolo appartiene. Negli ſtrati più ſottili vi è nell' oppoſto lato certa corriſpondenza di contrarie elettricità, ma non mai con reciprocità eguale alle due corriſpondenti del primo e ſemplice lato, che per ſe ſolo ſoggiace al propoſto cimento. Se gli ſtrati ſono più groſſi, ſi comincia la carica ſopra quel ſolo, ed unico lato ſenza veruna ſenſibile corriſpondenza del lato oppoſto; e non procede eſſa più oltre per l' oſtacolo, che naſce dalla ſteſſa groſſezza delle ſoſtanze reſiſtenti, ſiccome oſſervai nel precedente articolo primo. Conchiuderò adunque, come da principio propoſi, eſſere non ſolo nell' eſpreſſione e nel modo, ma ne' termini ſteſſi delle ſue combinazioni imperfetta, e fallace quell'analiſi ſamoſa.

Se però *Franklin* fu, come fin qui accennai, sfortunato nelle ſue induzioni, ſu per compenſo altrettanto fortunato nel maraviglioſo ſucceſſo, onde ſurono benignamente accolte quelle ſue idee, dacchè il Sig. *Collinſon* da Londra le reſe con ſolennità pubbliche per tutta l' Europa; e l' Italia ſempre vaga delle eſtranie coſe volle ſegnalarſi in adottarle con particolare ardore, e ſedeltà. Non voglio turbare a *Franklin* la ſua felicità, e la ſua gloria; ed anzi lo felicito, e lo ammiro non meno de' ſuoi più fidi ſeguaci; e traſporto con vera compiacenza in Italiana favella il ſuo elogio già pubblicato a fronte delle ſue Opere in Francia:

Nuovo Prometeo il fuoco al ciel rapio;
Arti in rozzi inneſtò climi ſelvaggj:
Primo l' eſtolle America fra' ſaggj;
La dotta Grecia ne avria fatto un Dio.

Penetrato come ſono di ſtima per l' ingegno di *Franklin* non tralaſcio perciò di eſporre le verità ſteſſe, che egli al pari di me ſi propoſe di ricercare, e ſulle quali prima di me pubblicò egli medeſimo i ſuoi tentativi contro le opinioni di Fiſici illuſtri, che erano in que' tempi applaudite.



DETERMINAZIONE

DEL TEMPO CHE IMPIEGA UN GRAVE DISCENDENTE PER UN CANALE CIRCOLARE.

Del Sig. Gio. Francesco Malfatti.

1. Il fortunato accidente del Galileo di trovarsi colla mano al polso, mentre nel Tempio di S. Antonio di Padova teneva gli occhi rivolti ad una lampada pendente innanzi all' Altare, la quale andava oscillando, ci ha fruttato, come ognun sa, la sua bella teoria de' pendoli semplici circolari, promossa poi tanto dall' *Ugenio* colla invenzione de' centri di oscillazione ne' pendoli composti, colla dottrina delle evolute, e con altri tali sublimi ritrovamenti, che hanno dilatato sempre più i confini della Meccanica, ed accresciuta di molto la suppellettile delle umane cognizioni. E' noto altresì, che l' osservato isocronismo tra le battute del polso e le oscillazioni prima più grandi e poi minori della lampada avean fatto credere al primo, che un grave discendente per un canal circolare, per arrivare fino al punto più basso, sempre impiegasse lo stesso tempo, qualunque fosse l' arco della discesa; proposizione, che egli non ha mai potuto dimostrare, perchè essa è solo fisicamente vera negli archi minimi del cerchio presi dal punto più basso, e non si verifica matematicamente per qualunque arco, che nella cicloide, come nel suo libro *de Horologio oscillatorio* c' insegna il secondo.

2. Oltracciò si è cercato di provare, che la caduta per un arco circolare si compie in tempo più lungo che per un arco cicloidale, il quale abbia comuni col primo i due termini; verità, che si trae pure dal problema della brachistocrona, che si sa essere la cicloide. Ma a me non è noto, che nessun Geometra si sia espressamente applicato a deter-

minare con precisione il tempo speso da un corpo nel discendere per un arco di circolo; e in grazia della celebrità dell'errore Galileano ho creduto che la cosa possa meritare qualche serata di attenzione per parte di alcun che sia del mestiere. Io vi ho posto la mia; ed ecco cosa sono stati i miei risultati.

3. Il Problema dunque che si deve sciogliere è questo: Determinare il tempo che impiega un grave nel discendere, partendosi dalla quiete, per un canale FA, che sia un arco di cerchio di raggio BA (Fig. 1.).

Suppongo, che in F si cominci il moto, e che sia arrivato il grave in M colla velocità u. Guidate le due ordinate ortogonali coll' asse BA, e infinitamente prossime MP, QT, tiro QN parallela ad AB e il raggio BM. Stabilisco quindi che sia MI la gravità acceleratrice del corpo in direzione parallela al raggio verticale, e da I conduco sulla tangente MQL la normale IL, e compio il rettangolo DL. Perchè gli angoli BMQ, NMI son retti, detratto il comune NMQ, sono eguali gli angoli BMP, IML; onde riescon simili i triangoli BMP, ILM, e perciò sarà $BM:MP::IM:ML$; e di più $BM:BP::IM:MD$. Ora, per la legge della risoluzione delle forze, in vece della gravità MI posso sostituire le due forze laterali MD, ML, che sono a quella equivalenti, delle quali la MD, siccome normale al canale, contr'esso si esercita, ed applicata alla massa del corpo riducesi ad una pura pressione; l'altra ML è la forza libera che accelera il grave per la curva.

4. Chiamo $MI=f$, $AB=a$, AE altezza della caduta $=b$; $AP=x$, $PT=-dx$, ed è $PM=\sqrt{2ax-x^2}$. Avremo pertanto la forza del grave contro il canale da questa analogia $a:a-x::f:\frac{f(a-x)}{a}$, che è nulla in O principio del quadrante circolare, ove da questo punto cominciasse il moto, e diventa uguale alla gravità acceleratrice, quando arriva il corpo nel punto A.

5. La forza libera per la tangente si ottiene coll'analogia $a:\sqrt{2ax-x^2}::f:ML=\frac{f\sqrt{2ax-x^2}}{a}$. Ora, chiamato

dt il tempuſcolo per l'archetto MQ, poichè le formole delle forze libere ſono $Fds = udu$, $Fdt = du$, introducendo in vece di F la forza $f\frac{\sqrt{2ax - x^2}}{a}$, e in vece di ds, che nel noſtro caſo è MQ, l'eſpreſſione dell'archetto minimo $\frac{-adx}{\sqrt{2ax - x^2}}$, il quale ſi prende negativamente, perchè nel diſcendere che fa il corpo, cala l'arco AM, e cala l'aſciſſa AP, avremo $-fdx = udu$; $\frac{f\sqrt{2ax - x^2}}{a} . dt = du$. Colla integrazione della prima formola ſi ottiene $2f(b - x) = u^2$, così portando la condizione, che ſia nulla la velocità, quando $x = b$; onde ſi trae $u = \sqrt{2f}\sqrt{b - x}$; perchè poi $du = -\frac{fdx}{u}$ ſarà parimente $du = \frac{-fdx}{\sqrt{2f}\sqrt{b-x}}$, e quindi $\frac{f\sqrt{2ax - x^2}}{a} . dt = -\frac{fdx}{\sqrt{2f}\sqrt{b-x}}$; e colle riduzioni $\frac{dt\sqrt{2f}}{a} = \frac{-dx}{\sqrt{x}\sqrt{2a-x}\sqrt{b-x}}$; formola che ſi deve condurre ad integrazione.

6. Per integrar queſta formola faccio $x = \frac{z^2}{b}$, e mi riſulta $-dx = -\frac{2zdz}{b}$, $\sqrt{x} = \frac{z}{\sqrt{b}}$, $\sqrt{2a - x} = \frac{\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b}}$; $\sqrt{b - x} = \frac{\sqrt{b^2 - z^2}}{\sqrt{b}}$; e quindi colle ſoſtituzioni naſce

$$\frac{-dx}{\sqrt{x}\sqrt{2a - x}\sqrt{b - x}} = \frac{-2dz\sqrt{b}}{\sqrt{2ab - z^2}\sqrt{b^2 - z^2}}.$$

Queſta la ſpezzo in due, coſicchè la prima abbia il ſolo denominatore $\sqrt{2ab - z^2}$, la ſeconda l'altro denominatore $\sqrt{b^2 - z^2}$ ed ho con equivalenza;

$$-\frac{2dz\sqrt{b}}{\sqrt{2ab - z^2}\sqrt{b^2 - z^2}} = \frac{2dz\sqrt{b^2 - z^2}}{(2a - b)\sqrt{b}\sqrt{2ab - z^2}}$$

$$-\frac{2dz\sqrt{2ab-z^2}}{(2a-b)\sqrt{b}\sqrt{b^2-z^2}}$$. Onde $\frac{dt\sqrt{2f}}{a}=\frac{2}{(2a-b)\sqrt{b}}$

$$\left(\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}-\frac{dz\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}\right)$$, oſſia $\frac{dt\sqrt{2fb(2a-b)}}{2a}$

$$=(A)\ \frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}\ (B)-\frac{dz\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}.$$

7. Integriamo ora la prima formola (A), che biſogna innanzi a tutto trasformare in un' altra per trarne quell' algebraico che può contenere. A queſto fine faccio $\frac{r}{b}=$

$$=\frac{\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}$$; e ſarà quadrando, $\frac{r^2}{b^2}=\frac{2ab-z^2}{b^2-z^2}$

ovvero $b^2r^2-z^2r^2=2ab^3-b^2z^2$, che ci ſomminiſtra

$$z=\frac{b\sqrt{2ab-r^2}}{\sqrt{b^2-r^2}}$$. Differenziando poi la precedente equazione, abbiamo $2b^2rdr-2zrD.zr=-2b^2zdz$; e dividendo per $2zr$; $\frac{b^2dr}{z}-D.zr=-\frac{b^2dz}{r}$, o equivalentemente

$$\frac{bdr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}-D.zr=-\frac{bdz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}$$, cioè

$$\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}=D.\frac{zr}{b}-\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}$$. Dunque

integrando; $\int\frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}}=\frac{zr}{b}-\int\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}=$

$$\frac{z\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}-\int\frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}}.$$

8. La teoria delle Sezioni Coniche ci ricordi ora, che nell' iperbola chiamato c il primo ſemiaſſe, e il ſecondo, r l' aſciſſa dal centro nel primo, l' eſpreſſione del minimo archet-

to iperbolico, che denomino ds, è $ds =$

$$dr \frac{\sqrt{\frac{(c^2+e^2)}{c^2} r^2 - c^2}}{\sqrt{r^2 - c^2}};$$

Sicchè moltiplicando per $\frac{c}{\sqrt{c^2+e^2}}$, e cambiando i segni sotto le radici nell' omogeneo di comparazione, si avrà $\frac{cds}{\sqrt{c^2+e^2}} = dr \frac{\sqrt{\frac{c^4}{c^2+e^2} - r^2}}{\sqrt{c^2 - r^2}}$. Confrontiamo pertanto con questa la formola $\frac{dr\sqrt{b^2 - r^2}}{\sqrt{2ab - r^2}}$, e la ridurremo identica, se farem $c^2 = 2ab$; $\frac{c^4}{c^2+e^2} = b^2$, onde trarremo $c = \sqrt{2ab}$; $f = \sqrt{4a^2 - 2ab}$; $\frac{c}{\sqrt{c^2+e^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$; e concluderemo, integrando, essere $\int \frac{dr\sqrt{b^2-r^2}}{\sqrt{2ab-r^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$ (Arc. ip°: di $\frac{\text{sem. } 1°. \sqrt{2ab}}{\text{sem. } 2°. \sqrt{4a^2 - 2ab}}$ ascissa dal centro nel 1° r); e sostituendo il valore di r, e ritornando alla formola (A);

$$(A) \int \frac{dz\sqrt{b^2-z^2}}{\sqrt{2ab-z^2}} = \frac{z\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}$$

(Arc. ip°. di $\frac{1°. \text{ sem. } \sqrt{2ab}}{2°. \text{ sem. } \sqrt{4a^2 - 2ab}}$ ascissa centrale nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab-z^2}}{\sqrt{b^2-z^2}}$); ove si noti, che osservasi in questa ascissa la condizione necessaria, che sia sempre maggiore del 1°. semiasse, come esige la natura dell'iperbola, qualunque valore diasi a z. Quest'integrale, cui non abbia-

mo aggiunta alcuna coſtante, è tale, che fatto $z = o$, tutto va a zero, perchè l'arco iperbolico in tale ipoteſi diventa arco d'un'aſciſſa eguale al 1°. ſemiaſſe, che lo fa appunto eſſer nullo.

9. Si paſſi adeſſo alla integrazione dell' altra formola $(B)\ \frac{dz\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$. Colle teoríe coniche avendoſi il differenziale ds dell'arco ellittico di 1° ſemiaſſe c di 2° e, e di aſciſſa centrale nel 1° aſſe z così eſpreſſo

$$ds = dz\,\frac{\sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - e^2)z^2}{c^2}}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$$

, fatta la moltiplicazione per $\frac{c}{\sqrt{c^2 - e^2}}$, ſarà $\frac{c\,ds}{\sqrt{c^2 - e^2}} = \frac{dz\sqrt{\left(\frac{c^4}{c^2 - e^2} - z^2\right)}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$, che renderemo identica colla formola $(B)\ \frac{dz\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$. Perciò ſarà $c^2 = b^2$, $\frac{c^4}{c^2 - e^2} = 2ab$; e quindi $c = b$, $e =$

$$\frac{b\sqrt{2a - b}}{\sqrt{2a}} = \frac{b\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a};\quad \frac{c}{\sqrt{c^2 - e^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b};$$

e finalmente $\int (B)\ \frac{dz\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b}$ (Arc. ellit.

di 1°. ſem. b

2°. ſem. $b\,\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$

aſciſſa centrale nel 1°. z); arco che ſvaniſce, quando $z = o$. Laonde riaſſumendo la formola differenziale del tempo del § 6, e ſalendo al ſuo integrale, ſi ha

$$\frac{t(2a - b)\sqrt{2fb}}{2a} = \frac{z\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}\ (\text{ Arc. ip.}$$

di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2 - 2ab}$ aſciſſa centrale nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab - z^2}}{\sqrt{b^2 - z^2}}$)
$-\frac{\sqrt{2ab}}{b}$ (Arc. ellit. di 1°. ſem. b , aſciſſa dal
2°. ſem. $b\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$
centro nel 1°. aſſe z); e rimeſſo il valore di z dato per x

$$\frac{t(2a - b)\sqrt{2fb}}{2a} = \frac{\sqrt{bx}\sqrt{2ab - bx}}{\sqrt{b^2 - bx}} - \frac{\sqrt{2ab}}{2a}.$$

(Arc. ip. di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2 - 2ab}$, aſciſſa centrale
nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab - bx}}{\sqrt{b^2 - bx}}$) $- \frac{\sqrt{2ab}}{b}$ (Arc. ellit.
di 1°. ſem. b
2°. ſem. $b\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$, aſc. cent. nel 1°. $\sqrt{bx}$), che col-
le riduzioni ſi cangia nella ſeguente;

$$(C)\ t = \frac{a\sqrt{4ax - 2x^2}}{(2a - b)\sqrt{fb - fx}} - \frac{a}{(2a - b)\sqrt{fa}}$$ (Arc. ip.
di 1°. ſem. $\sqrt{2ab}$
2°. ſem. $\sqrt{4a^2 - 2ab}$, aſc. cent. nel 1°. $\frac{b\sqrt{2ab - bx}}{\sqrt{b^2 - bx}}$)
$- \frac{2a^2}{b(2a - b)\sqrt{fa}}$ (Arc. ellit. di 1°. ſem. b
2°. ſem. $b\frac{\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a}$,
aſc. cent. nel 1°. $\sqrt{bx}$.) $+ C$; eſſendo C la coſtante che va aggiunta per rendere l' integrale completo.

10. A determinare queſta coſtante C, rifletteremo, che il tempo è nullo, quando $x = b$, perchè allora comincia la diſceſa del grave. Ora in tal caſo l' arco ellittico dell' integrazione ſi fa arco di aſciſſa centrale $= b$, cioè di aſciſſa eguale al 1°. ſemiaſſe, e in conſeguenza l' arco diventa il quadrante della elliſſe. Riſpetto dunque all' arco ellittico,

ove $\mathcal{Q}.E$ ſimboleggi il quadrante ellittico, la parziale integrazione completa ſarà $\mathcal{Q}.E.$ — Arc. ellit. ecc.

11. Reſta a vedere, coſa diventano gli altri due termini dell' integrazione, quando $x=b$. Poichè la parte algebraica ha il denominatore $\sqrt{(fb-fx)}$, annullandoſi queſto, ſarà il valore della frazione algebraica una quantità infinita. Ma infinito eziandio riſulta l'arco iperbolico, mentre in tal caſo la corriſpondente aſciſſa $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}$ ſi fa infinita. Eſſendo dunque nella equazione (C) queſti due termini di ſegno diverſo, equivaleranno eſſi alla differenza di due quantità infinite; e potendo cotal differenza eſſer finita, biſognerà cercarne il valore.

12. I due primi termini del 2°. membro nella equazione ſuddetta ſi preſentino in queſta maniera;

$$\frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(\frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax-2x^2}}{\sqrt{b-x}} - \text{Arch. ip. di}\right.$$
$$\begin{array}{l}1^{\circ}.\ \text{ſem.}\ \sqrt{(2ab}\\ 2^{\circ}.\ \text{ſem.}\ \sqrt{(4a^2-2ab}\text{, aſc. cen. } b\end{array}\left.\frac{\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{(b^2-bx}}\right).$$

Poſto $x=b$, ſi fa $\frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax-x^2}}{\sqrt{b-x}}=\frac{\sqrt{a}\sqrt{4ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$, ove ſi deve intendere, che anche nel denominatore ſia $x=b$; e l'aſciſſa $\frac{b\sqrt{2ab-bx}}{\sqrt{b^2-bx}}=\frac{\sqrt{b}\sqrt{2ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$, eſſendo qui pure $x=b$. Ora, ſe abbiamo l' iperbola AM (Fig. 2) dei ſemiaſſi $CA=\sqrt{2ab}$, $AB=\sqrt{4a^2-2ab}$, e immaginiamo preſa dal centro l'aſciſſa infinita CP e condotta la corriſpondente ordinata infinita PM, perchè il punto M della curva coincide con un punto dell' aſſintoto infinito CBM, ſaran ſimili i due triangoli CAB, CPM, e avremo $CA : CB :: CP : CM$, ovvero perchè $CP=\frac{\sqrt{b}\sqrt{2ab-b^2}}{\sqrt{b-x}}$, e CB

$= \sqrt{CA^2 + AB^2} = \sqrt{2ab + 4a^2} - 2ab = 2a$; $\sqrt{2ab}$: $2a$ :: $\dfrac{\sqrt{b}\sqrt{2ab - b^2}}{\sqrt{b-x}}$: $\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{4ab - 2b^2}}{\sqrt{b-x}}$

Dunque l' intero aſſintoto $CM = \dfrac{\sqrt{a}\sqrt{4ab - 2b^2}}{\sqrt{b-x}}$, che è eſpreſſione identica con quella della parte algebraica della noſtra integrazione nel caſo di $x = b$. Dunque in queſta ipoteſi la differenza delle due quantità $\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{4ax - x^2}}{\sqrt{b-x}}$ — arc . iperb . ecc. diventa le differenza tra l' infinito aſſintoto, e l' arco infinito della iperbola, che ha i due ſemiaſſi ſopra notati. Fatta pertanto queſta differenza $= \Delta$, e nella equazione (C) ſeparato il comun fattore de' termini $\dfrac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}$, ſarà la completa integrazione del tempo;

$$t = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}} \left(- \Delta + \frac{\sqrt{a}\sqrt{4ax - 2x - 2x^2}}{\sqrt{b-x}} \right.$$

— Arc . ip . di $\begin{matrix} 1^\circ.\ \text{ſem.}\ \sqrt{2ab} \\ 2^\circ.\ \text{ſem.}\ \sqrt{4a^2 - 2ab} \end{matrix}$, aſc . cent. $\dfrac{b\sqrt{2ab - bx}}{\sqrt{b^2 - bx}}$

$+ \dfrac{2a\,\mathfrak{Q}.E}{b} - \dfrac{2a}{b}$ Arc. . Ellit . di $\begin{matrix} 1^\circ.\ \text{ſem}.\ b \\ 2^\circ.\ \text{ſem}.\ \dfrac{b\sqrt{4a^2 - 2ab}}{2a} \end{matrix}$,

aſc . cent . $\left. \sqrt{bx} \right)$

13. Da queſto tempo per gli archi variabili paſſiamo alla miſura del tempo impiegato dal grave ſino al più baſſo punto della diſceſa, che corriſponde all' ipoteſi di $x = o$. In queſto caſo la parte algebraica ſi annulla, l' arco iperbolico, che le tien dietro, ſi cangia in un altro di aſciſſa centrale $\dfrac{b\sqrt{2ab}}{b} = \sqrt{2ab}$, cioè in un arco di aſciſſa eguale al

1°. ſemiaſſe, vale a dire in un arco nullo, e così accade all' arco ellittico, perchè la ſua aſciſſa $\sqrt{bx}$ dal centro ſi fa nulla. Chiamato quindi T il tempo intero della caduta, verrà l' equazione $T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}$

$$\left(-\Delta + \frac{2aQ}{b}.E\right)$$, con che reſta ſciolto il Problema.

14. Non devo però ommettere, che affine di trar qualche utilità dalle anzidette formole dei valori del tempo, fa d'uopo poter eſprimere con quantità algebraiche, almen per via di ſerie convergenti, gli archi ellittici ed iperbolici, e così pure la differenza Δ. A ciò però ho io provveduto baſtantemente nel 2°. Tomo della noſtra Società, ove eſibiſco alcune ſerie ſempre convergenti, che ſervono a far conoſcere ſiffatti valori, dalle quali traſcelgo ora le due che appartengono al quadrante ellitrico e alla differenza Δ, per addattarle al valor del tempo dell' intera caduta nel noſtro problema. In quel mio opuſcolo, eſſendo m il 1°. ſemiaſſe, n la diſtanza del centro dalla direttrice nell' iperbola, e la ſemicirconferenza circolare di raggio 1, trovo

$$\Delta = \frac{n\omega}{4} + \frac{n\omega}{2}\left(\frac{1^2.n^2}{2^2.4m^2} + \frac{1^2.3^2.n^4}{2^2.4^2.6m^4} + \frac{1^2.3^2.5^2n^6}{2^2.4^2.6^2.8m^6} + \frac{1^2.3^2.5^2.7^2n^8}{2^2.4^2.6^2.8^2.10m^8}\text{ ecc.}\right);$$

e ſiccome n nella iperbola è ſempre minore di m, reſta chiara la convergenza di queſta ſerie. Ora le determinazioni poſte ci danno per 2°. ſemiaſſe dell' iperbola la formola $\frac{m}{n}\sqrt{m^2-n^2}$. Fatto quindi il confronto coi ſimboli del problema, avremo

$$m = \sqrt{2ab}\,;\ \frac{m}{n}\sqrt{m^2-n^2} = \sqrt{4a^2-2ab}$$, onde ſi trae

$x = b$; e però ſarà il noſtro

$$\Delta = \frac{b\omega}{4} + \frac{b\omega}{2}\left(\frac{1^2.b}{2^2.4.2a.} + \frac{1^2.3^2b^2}{2^2.4^2.6^2.2^2a^2} + \frac{1^2.3^2.5^2.b^3}{2^2.4^2.6^2.8.2^3a^3} + \frac{1^2.3^2.5^2.7^2b^4}{2^2.4^2.6^2.8^2.10.2^4a^4}\text{ ecc.}\right)$$

15. La ſerie eſprimente il valore del quadrante ellittico, ſignificando qui pure m il 1°. ſemiaſſe, n la diſtanza del centro dalla direttrice, ſi trova eſſere nel citato opuſcolo la ſeguente;

$$\mathcal{Q}.E = \frac{m\phi}{2} - \frac{m\phi}{2}\left(\frac{1.m^2}{2^2 n^2} + \frac{1^2.3m^4}{2^2.4^2 n^4} + \frac{1^2.3^2.5m^6}{2^2.4^2.6^2 n^6} + \frac{1^2.3^2.5^2.7m^8}{2^2.4^2.6^2.8^2 n^8} \text{ ecc.} \right)$$

Riſultando pertanto il 2° ſemiaſſe della eliſſe $= \frac{m}{n}\sqrt{n^2-m^2}$ perchè queſta ſia la elliſſe del noſtro problema, biſogna che ſia $m = b$; $\frac{m}{n}\sqrt{n^2-m^2} = \frac{b\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$, che fa eſſere $n = \sqrt{2ab}$, onde colle ſoſtituzioni avremo

$$\mathcal{Q}.E \; \frac{b\phi}{2} - \frac{b\phi}{2}\left(\frac{1.b}{2^2.2a} + \frac{1^2.3b^2}{2^2.4^2.2^2a^2} + \frac{1^2.3^2.5b^3}{2^2.4^2.6^2.2^3a^2} \text{ ecc.} \right);$$

$$\frac{2a.\mathcal{Q}.E}{b} = a\phi - a\phi\left(\frac{1.b}{2^2.2a} + \frac{1^2.3b^2}{2^2.4^2.2^2a^2} + \frac{1^2.3^2 5b^3}{2^2.4^2.6^2.2^3a^3} + \frac{1^2.3^2.5^2.7b^4}{2^2.4^2.6^2.8^2.2^4a^4} \text{ ecc.} \right).$$

Ma $T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(-\Delta + \frac{2a.\mathcal{Q}.E}{b}\right)$. Dunque ſarà T eguale a un moltiplo della differenza delle due ſerie, che rappreſentano i valori di $\frac{2a.\mathcal{Q}.E}{b}$, e di Δ; le quali colla riduzione di eſſe ad una ſola ſerie ci ſomminiſtrano finalmente

$$(D) \quad T = \frac{\phi\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(a - \left(\frac{3b}{2^2.2a^0} + \frac{7.1^2 b^2}{2^2.4^2 2^2 a^1} \right.\right.$$

$$+ \frac{11 \cdot 1^2 \cdot 3^2 b^3}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 2^3 a^2} + \frac{15 \cdot 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 b^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 2^4 a^3}$$

$$+ \frac{19 \cdot 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 b^5}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10^2 \cdot 2^5 a^4} \text{ ecc. fino all' infinito } \Big) \Big),$$

progredendo la ſerie colla legge, che ſi fa manifeſta.

16. Avverto così alla sfuggita, che eſſendo le formole poſte al §. 5. proporzionalità e non vere equazioni, mancano di preciſione fiſica anche i valori de' tempi, che abbiamo notati. Ma ſuppoſta ϑ l'altezza della libera diſceſa d'un grave in un dato tempo θ, la eguale, ove θ ſia un minuto ſecondo, è di piedi parigini 15.096 proſſimamente, ſi rimedia col cangiare le ſuddette formole in queſt' altre; $2\delta F ds = u du$; $2\delta F dt = \theta du$, le quali importano una vera eguaglianza, come è già noto. Da ciò deriva, che in vece di t, T, biſogna ſoſtituire $\frac{\sqrt{2\delta} \cdot t}{\theta}$, $\frac{\sqrt{2\delta} \cdot T}{\theta}$; onde il vero tempo dell' intera diſceſa, chiamata S tutta la ſerie, verrà così eſpreſſo $T = \frac{\theta \phi \sqrt{a} \cdot S}{(2a-b)\sqrt{2\delta f}}$, ovvero ponendo θ un minuto ſecondo, che fa eſſere $\delta = 15.096$ piedi parigini, e di più ſuppoſta 1 la gravità acceleratrice f; $T = \frac{\phi \sqrt{a} \cdot S}{(2a-b)\sqrt{30.192}}$

Sia per eſempio, $b = a = 1$, cioè ſi faccia la diſceſa per un intero quadrante di circolo di raggio 1; fatto il calcolo numerico, ſi troverà eſſere $T = 0.337$, proſſimamente; il che vuol dire, che un pendulo ſemplice lungo un piede compirebbe ſenſibilmente cadendo dall' altezza del quadrante tre intere oſcillazioni in due minuti ſecondi. La noſtra ſerie del tempo dell' intera caduta ci ſarà pur utile, quando il vogliamo, alla ſoluzione di queſt' altro problema: dato un pendolo di conveniente lunghezza, determinare l'altezza dell' arco, oſſia i gradi dell' arco di diſceſa, perchè il pendolo faccia la ſua intera oſcillazione in un minuto ſecondo, il che può ſervire per l'eſattezza degli orologj a pendolo che battano i ſecondi; e a queſto fine biſognerà far uſo del metodo

del regreſſo delle ſerie, o, ſe ſi trova più comodo, di quello delle ſalſe poſizioni.

17. Ritorno ora alla equazione (*D*), e ſuppongo che b diventi infinitamente piccolo, cioè che l' arco, per cui il grave diſcende, ſia minore di qualunque dato. Si fa evidente, che in tale ipoteſi tutti i termini della ſerie ſon nulli riſpettivamente al 1°. termine a, che ſolo rimane, onde avremo $T = \frac{\phi\sqrt{a}\,.\,a}{2a\sqrt{f}}$, ovvero $T = \frac{\phi\sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$.

Trarremo queſta ſteſſa verità dall' altra equazione

$$T = \frac{\sqrt{a}}{(2a-b)\sqrt{f}}\left(-\Delta + \frac{2a\,\mathfrak{Q}.E}{b}\right)$$ modificata al preſente caſo. Imperciocchè l' iperbola, la quale ha per ſemiaſſe primo $\sqrt{2ab}$, e per ſecondo $\sqrt{4a^2-2ab}$, ove b ſia infinitamente piccolo, ſi cangia in un' iperbola di ſemiaſſe $2° = 2a$, e di ſemiaſſe 1°. infiniteſimo. Ma allora la curva ſi confonde coll' aſſintoto, che reſta collocato in direzione perpendicolare alla linea delle aſciſſe. Dunque è nulla la differenza tra l' arco iperbolico infinito e l' aſſintoto, e conſeguentemente $\Delta = o$. In queſta ſteſſa ſuppoſizione, avendo il quadrante ellittico $\mathfrak{Q}.E$ i due ſemiaſſi b, $\frac{b\sqrt{4a^2-2ab}}{2a}$, diventano tutti e due lo ſteſſo b, e però il quadrante ellittico ſi muta in quadrante circolare di raggio b, e riſulta

$$\frac{2a\,\mathfrak{Q}.E}{b} = \frac{2a\,\mathfrak{Q}.\text{circ. di raggio } b}{b}.$$ Ma qualunque quadrante circolare diviſo pel ſuo raggio, coſtituiſce un quoto, che è una quantità coſtante, o grande, o piccolo ſia queſto raggio. Dunque, chiamata ϕ la ſemicirconſerenza circolare di raggio 1, ſarà $\frac{\phi}{2.1} = \frac{\mathfrak{Q}.\text{circ.}}{6}$, e quindi $\frac{2a\mathfrak{Q}.\text{circ.}}{6} = a\phi$, onde avrem $T = \frac{\sqrt{a}}{2a\sqrt{f}}.a\phi = \frac{\phi\sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$, e queſta concluſione dimoſtra l' iſocroniſmo negli archi minimi di cerchio, che aſ-

ſumono la proprietà cicloidale; la qual coſa però non ſi verifica negli archi finiti, come malamente ſupponeva il *Galileo*.

18. Da ultimo, non perchè non ſia notiſſimo, ma perchè lo richiede l' opportunità dell' argomento, penſo che non debba riuſcir diſcaro, che io replichi qui la dimoſtrazione dell' iſocroniſmo non ſol proprio, ma anche comparato in due pendoli di eguale lunghezza, un circolare per gli archi minimi, e l'altro cicloidale per qualunque arco; con che darem fine alla noſtra piccola Diſſertazione. La teoria delle evolute c'inſegna, che il pendolo cicloidale debb' eſſere tanto lungo, quanta è la lunghezza del raggio d' oſculo, che dall'imo punto della cicloide va all'evoluta, il qual raggio d' oſculo ſi ſa eſſere duplo del diametro del circolo genitore. Sia dunque la cicloide AD (Fig. 3) generata dal circolo BNA, che deve avere il raggio $AC = \frac{a}{4}$, affinchè il circolare di raggio a, e il cicloidale abbiano la medeſima lunghezza. Stabiliſco, che partendoſi da F il grave ſia arrivato in M, e ſia, come nel pendolo circolare $AE = b$. Pongo $AP = x$, cui corriſponde l'ordinata al circolo $PN = \frac{ax}{2} - x^2$ e l'ordinata alla cicloide, PM, cui è infinitamente proſſima la QR. La verticale $MI = f$, rappreſenti la gravità acceleratrice del corpo, e da I ſi conduca la IL a ſquadra colla tangente ML della curva, poi ſi tiri la corda $AN = \sqrt{\frac{ax}{2}}$ Perchè AN è parallela alla tangente ML, ſaranno ſimili i due triangoli rettangoli NAP, MIL, e verrà l' analogia $\sqrt{\frac{ax}{2}} : x :: f : ML = \frac{fx\sqrt{2}}{\sqrt{ax}} = \frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}$; che ſarà la forza libera accelerante il grave per la curva. Prodotta poi la QR finchè tagli la MT in S, perchè la taglia anche ad angolo retto, ſimili abbiamo i triangoli MRS, IML, e però $IM : ML :: MR : MS$, che dà $IM . MS = ML . MR$. . Ma, poſta la velocità in $M = u$, per le formole delle ſorze libere, ſarà $ML . MR = MI . MS = udu$, oſſia, poichè nella diſceſa del pen-

dolo cala l'ascissa AP; $f(-dx) = udu$. Dunque integrando in modo che riesca nulla la velocità, quando $x = b$; $f(b-x) = \frac{u^2}{2}$, e $u = \sqrt{2f}\sqrt{b-x}$. Per l'altra legge de' movimenti liberi, essendo $ML.dt = du$, colla sostituzione de valore di ML, nascerà $\frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}dt = du$, e perchè

$$du = -\frac{fdx}{u} = -\frac{fdx}{\sqrt{2f}\sqrt{b-x}}, \text{ avremo } \frac{f\sqrt{2x}}{\sqrt{a}}.dt$$

$$= -\frac{fdx}{\sqrt{2f}.\sqrt{b-x}}, \text{ e dopo le riduzioni,}$$

$$dt = \frac{\sqrt{a}(-dx)}{2\sqrt{f}\sqrt{bx-x^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}}\frac{(-bdx:2)}{\sqrt{bx-x^2}}. \text{ Quindi}$$

integrando $t = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}}\left(C - \text{arco di rag. } \frac{b}{2} \text{ e di seno verso } x\right)$

La determinazione della costante C si ha col riflettere, che dev' esser nullo il tempo, quando $x = b$. Ma allora l' arco diventa la semicirconferenza di raggio $\frac{b}{2}$. Dunque, chiamata S questa semicirconferenza, sarà

$$t = \frac{\sqrt{a}}{b\sqrt{f}}\left(S - \text{arco di rag. } \frac{b}{2}, \text{ seno verso } x\right).$$

Ora per avere il tempo dell'intera caduta bisogna fare $x = o$, che fa svanire il seno verso x, e l'arco corrispondente. Perciò, significando T il tempo della discesa totale, sarà

$$T = \frac{\sqrt{a}.S}{b\sqrt{f}}.$$ Se ϕ è la semicirconferenza d'un cerchio di raggio 1, sta $1:\phi :: \frac{b}{2} : S$. Dunque $S = \frac{b\phi}{2}$, e

1.

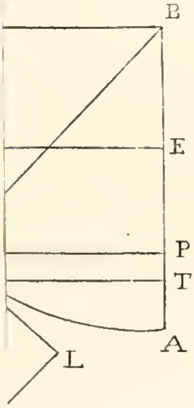


Fig. 2.

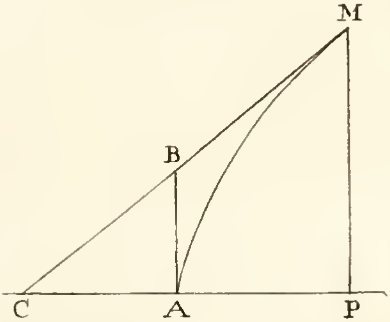


Fig. 3.

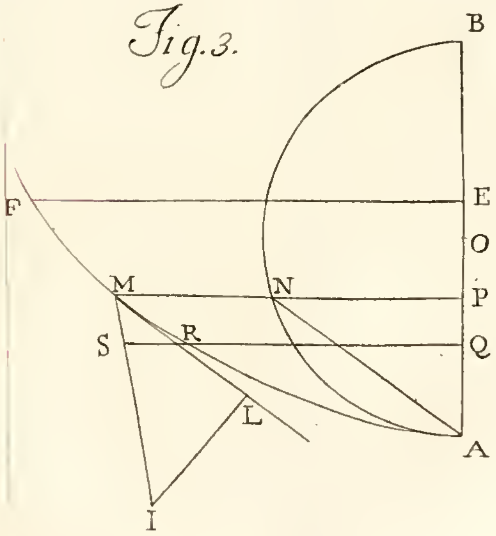


Fig. 1.

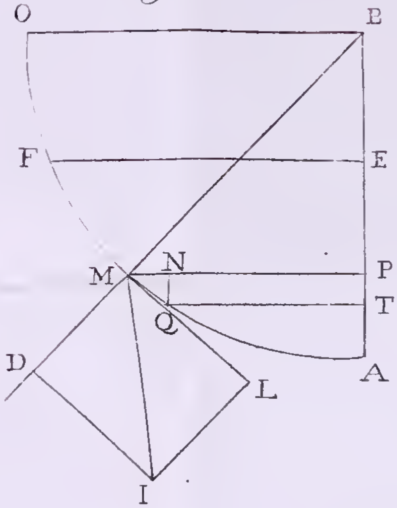


Fig. 2.

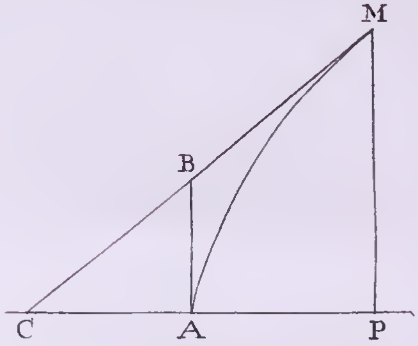
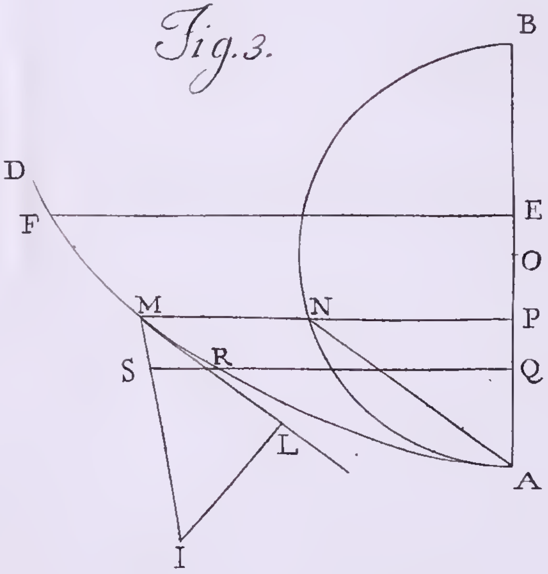
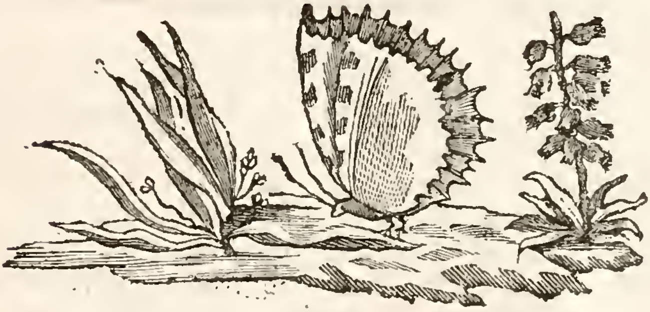


Fig. 3.



quindi $T = \frac{\Phi\sqrt{a}}{2\sqrt{f}}$. In queſta formola non entra per niente l'altezza b della diſceſa. Dunque il valor del tempo è affatto da eſſa indipendente, e riman lo ſteſſo qualunque ſia l'arco di caduta del pendolo; ed ecco l'iſocroniſmo proprio del pendolo cicloidale. Queſto valor di tempo è affatto identico con quello degli archi minimi nel pendolo circolare egualmente lungo: ed ecco valere ancora ne' due pendoli l'isocroniſmo comparato.



OSSERVAZIONI

SOPRA LA SQUISITEZZA DEL SENSO DEL TATTO DI ALCUNI VERMI MARINI.

Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI.

INDIRIZZATE

Al Sig. Ab. GIUSEPPE TOMMASELLI, Naturalista e Chimico Veronese, ed a' suoi Nobili Uditori.

LA proprietà, osservata dal cel. *Spallanzani* ne' Pipistrelli acciecati, di volare regolarmente, e presentire e schivare gli ostacoli, come quando son provveduti dell' organo della vista, mi richiamò, o Amico, alla mente un fenomeno da me parecchie volte osservato nel corso delle mie ricerche marine, il quale ha relazione alla moderna scoperta, e forse potrebbe somministrar qualche lume opportuno per arrivare ad intenderla ed a spiegarla. Convinto che assai spesso in Fisica, in Istoria naturale, in Anatomia le osservazioni comparative giovano mirabilmente alla intelligenza de' fenomeni, che isolati sarebbero inesplicabili, volli in questi giorni ripetere le osservazioni e l' esame dell' indicato fenomeno marino, e ne presento a Voi, ed a' Vostri Nobili Uditori i semplici risultati.

Alcuni Animali marini della classe de' Zoofiti e de' Moluschi, dotati di un grado di sensibilità ottuso, non però equivoco, privi degli organi inservienti all' odorato e alla vista, e sol muniti di stomaco, e di tentoni o tentacoli per prendere nutrimento, questi animali non presentano indizj di altro senso, che di quello del tatto. Dipendendo tutta la

loro sussistenza dalle impressioni, che per questo senso ricevono, essi non possono conoscere la presenza delle sostanze atte ad alimentarli, se non mediante l'urto meccanico ch'esse fanno su le loro boccucce, o su i tentacoli, che a tal fine tengono espansi.

Alla mancanza degli organi proveniente negli Esseri viventi da costituzione organica, o da perdita accidentale, la Natura per ordinario supplisce con una maggior perfezione negli organi esistenti; perfezione derivante o dalla migliore conformazione degli organi, che restano, o dalla loro educazione, vale a dire dalla maggiore attenzione, che quegli Esseri donano alle sensazioni, che per essi ricevono. Ciò appunto si verifica nel caso nostro. Questi Vermi moluschi hanno il senso del tatto molto squisito ed acuto, sicchè risentono il più piccolo urto degli animaletti, che vengono loro a contatto, si mettono in movimento, e li prendono. Fin qui la cosa è semplicissima, e non ha nulla di straordinario.

Ma ciò che sembrerà più singolare si è, che questi vermi situati nella loro acqua nativa, ed anche raccolti in vasi, ed assoggettati alla osservazione, presentono e riconoscono a qualche considerabile distanza la presenza delle sostanze atte al loro alimento. Io vidi in alcuni siti delle lagune qualche *Attinia* e qualche *Idra* riconoscere fino a sei, ed otto pollici di distanza i loro alimenti, e cercar di prenderli: io le raccolsi, e riposi entro vasi espressamente a ciò destinati e mostrarono lo stesso effetto.

Si sa che molti vermi hanno la facoltà di muover l'acqua mediante un' aspirazione o una vibrazione di tentacoli, e di agitarla in tal modo, che vi producono un vortice, o una corrente, la quale trasporta verso il loro corpo le prede. Di tal sorta sono le *Attinie*, e le *Idre* da me assoggettate all' esperimento. Io vedeva, che quantunque l'acqua de' miei vasi fosse perfettamente tranquilla, nè manifestasse il più piccolo indizio di movimento o di oscillazione, esse rivolgevano verso una parte le loro boccucce, o vi distendevano i loro tentoni, ed esercitavano quella vibrazione, e destavano nelle acque quel regolar movimento per avvicinarsi, e divorare le prede, benchè fossero queste alla distanza di sette pol-

lici, e non imprimeſſero nell' acqua neſſuna viſibile ondulazione.

Per meglio convincermi, che tutta queſta operazione non era fortuita, ma dipendeva dalla impreſſione impercettibile ai miei ſenſi, ma pur reale, che i diſtanti animaletti facevano ſopra i loro divoratori, colla maggior delicattezza che mi foſſe poſſibile ho immerſo in que' vaſi qualche inſetto marino, o particola d'altro vivente, a un piede di diſtanza dal Verme apparecchiato per l'oſſervazione. Da lì a non molto parve ch' eſſo ſi riſvegliaſſe, ſteſe i tentacoli, agitò l'acqua, ſi attirò la ſua vittima, e l'inghiottì.

Quantunque foſſe affatto evidente la mancanza di tutti gli altri ſenſi in codeſti vermi; tuttavia per ſoddisfare allo ſcrupolo non mai traſcurabile in tal ſorta di oſſervazioni, io volli vie meglio aſſicurarmi, che non era la viſta, che li avviſaſſe della vicinanza delle lor vittime. A tale oggetto adunque ho ſeparato il mio recipiente in due diviſioni, mediante una laſtra di criſtallo puriſſimo, la quale permetteva il paſſaggio dei raggi dall' una all' altra parte, ed impediva che ſi comunicaſſe il movimento dell' acqua. Allora per quanti animaletti o particelle alimentizie immergeſſi in una delle due diviſioni, il verme ſituato nell' altra non fece il più piccolo movimento, nè diede verun indizio d' avvederſene.

Ho tentato degli eſperimenti analoghi con alcuni animaletti provveduti degli organi della viſta, e con ſorpreſa ho trovato che gli occhi di alcuni di loro non ravviſavano le loro prede alla diſtanza, alla quale i noſtri ciechi le riconoſcevano, e cercavano d'impadronirſene.

Dalle riferite oſſervazioi, che ho ripetuto più volte, e ho variato in più modi, e con differenti ſpezie di vermi, riſulta, ſe non m' inganno, che coteſti animali privi d' odorato e di viſta, hanno il ſenſo del tatto ſommamente ſquiſito, e che per eſſo ricevono le ſenſazioni degli oggetti diſtanti mediante l' impreſſione che queſti deſtano nell' acqua; la qual' impreſſione traſcorre un tratto conſiderabile prima di giungere a quelli, ed è sì tenue ed inviſibile, che non ſi manifeſta agli occhi acuti dell' oſſervatore anche provvedutodi lente.

Contento di preſentare la ſemplice eſpoſizione di queſti

fatti, io mi guarderò dal trarne conseguenze di sorte alcuna; dall'esaminare quale relazione possano avere colla facoltà, che hanno i Pipistrelli acciecati d'evitare gli ostacoli e di dirigere con qualche regolarità il loro volo; e dall'investigare se potessero servire all'intelligenza di questo ancora misterioso, e non bene inteso fenomeno. Forse i Fisici, che vanno in tanti modi sperimentando i Pipistrelli acciecati, investigaranno se abbiano il senso del tatto più squisito dell'uomo, e di tanti altri viventi, in maniera che possano per esso ricevere le impressioni degli oggetti distanti; e se la reazione dell'aria spinta dal loro volo contro cotesti oggetti basti ad avvertirli della loro presenza. Essi forse esamineranno, se l'abitudine che hanno i Pipistrelli di volare nel tempo del crepuscolo, e per accidente in qualche tempo del giorno, in cui la loro vista abbagliata dalla luce nega ad essi, o porta molto confusa la sensazione visuale degli oggetti, abbia potuto contribuire a far sì, che il loro tatto si educhi e si perfezioni, come vediamo succedere ad alcuni ciechi della nostra specie, i quali mediante l'attenzione che fanno alle sensazioni ricevute col tatto, arrivano a rendere questo loro senso così perfetto, che sembra che si sieno pienamente risarciti del defraudo degli occhi. Solamente in ricompensa di questi materiali, che io offro ai Dotti, non dimando loro, se non che donino qualche considerazione a queste due ultime riflessioni; fosse anche per provare, che queste osservazioni mie nulla giovano per ispiegare il fenomeno scoperto dal Professor di Pavia.

INTORNO
ALLA MOLTIPLICAZIONE ED ALLA DIVISIONE ALGEBRAICHE.

Del Sig. LEONARDO SALIMBENI.

§. I.

Mi propongo di esaminare in questa Memoria la moltiplicazione e la divisione algebraiche, cioè le due operazioni che formano la base ed il fondamento principale di questa Scienza, la più estesa e la più utile di tutte le Matematiche. Non riesca strano a taluno se io prendo per mano un' argomento sì semplice, che pare appena poter dar luogo e materia ad un nuovo ragionamento. Mi si permetta di deviare alquanto dalla strada comunemente battuta; e vedrassi che sulla moltiplicazione e sulla divisione algebraiche possono dirsi cose utili e nuove, ed anche rettificarne alcune da tutti ammesse, le quali non reggono ad un esame rigoroso, e veramente matematico.

§. II.

Ma prima di tutto siami lecito osservare, che colla stessa parola *unità* noi sogliamo nominare due cose differenti, e quindi ne nascono degli equivoci e delle false conseguenze. Imperocchè ora per *unità* vogliamo significare il principio de' numeri, ed ora la misura comune delle grandezze dello stesso genere. Per evitare quest' anfibologia alcuni hanno chiamata la prima *unità astratta* o puramente *unità*, ed *unità concreta* l' altra; ma dopo fatta questa necessaria distinzione non presero cura nel corso delle loro Opere di farne quell' uso che dovevano. Dell' *unità astratta* non può a

mio giudizio darsi miglior difinizione di quella d'Euclide nel Libro settimo, ma dell'*unità concreta* non mi è riuscito di leggerne alcuna che tutte le idee comprenda ad essa appartenenti; e però mi piacque comporne una nuova, ed è la seguente: *Unità concreta è una data grandezza presa secondo il nostro arbitrio, a cui riferiamo tutte le grandezze ad essa omogenee*. Dico *data* perchè determinata e costante dee essere questa comune misura; dico *a cui riferiamo tutte le grandezze ad essa omogenee*, perchè una misura non può essere comune che a così fatte grandezze; e dico per fine *presa secondo il nostro arbitrio*, perchè è in nostra balía servirsi d'una piuttosto che d' altra misura. In fatti la libbra di Verona, che in questa Città è l' *unità concreta* de' pesi, è una misura presa all'arbitrio de' Veronesi; quella di Londra all' arbitrio degl' Inglesi; e così discorrendo. Dal che ne segue che per ogni ordine di grandezze dello stesso genere havvi un' unità concreta; e che le grandezze di genere diverso hanno diverse unità concrete: quindi io sarei d'opinione, che col carattere 1 non si dovesse nell' Algebra segnare che la sola unità astratta, e che tutte le unità concrete, al modo dell'altre grandezze, s'indicassero colle lettere dell' Alfabeto.

§. III.

Entriamo ora in argomento, e cominciamo da un esame sulla difinizione della moltiplicazione algebraica. Euclide nel settimo Libro difinisce a questo modo il moltiplicamento di due numeri interi: *un numero dicesi moltiplicare un numero, quando il numero moltiplicato componendosi tante volte, quante unità sono nel moltiplicante, generasi un qualche numero*. Questa difinizione data dall' antico e celebre Autore è eccellente per esprimere la moltiplicazione fra i numeri interi (de' quali solamente e' parla ne' suoi Arimmetici), e potrebbe anche servire per indicare la moltiplicazione fra due numeri rotti, ma non certamente quella fra due grandezze qualunque, come presto faremo vedere; e pure gl' Inventori dell' Algebra, Scienza che conta pochi secoli dalla sua origine, e tutti gli Scrittori d' Elementi che gli

ſeguirono dappoi hanno eſſa difinizione adottata ſenza alcun notabile cangiamento, e ſolo ſoſtituendovi la parola *grandezza* all' altra *numero*. Ma io rifletto primieramente che trattandoſi di grandezze in generale, non di numeri, biſognerebbe che i detti Autori, quando dicono *quante unità ſono nel moltiplicante*, ſignificaſſero che dell' unità concrete, non dell' aſtratte intendono di parlare; per modo che la loro difinizione ſarebbe veramente queſta: *una grandezza diceſi moltiplicare una grandezza, quando la grandezza moltiplicata componendoſi tante volte, quante unità concrete del moltiplicante ſono in eſſo, generaſi una qualche grandezza*. Ed è appunto queſta difinizione, anche così corretta, che io voglio in ſecondo luogo moſtrar difettoſa. In fatti ſia l' *A* la grandezza da moltiplicare, e la *B* la moltiplicante: ſia poi la *C* l' unità concreta della *B*. Secondo adunque i ſuddetti Autori moltiplicare l' *A* per la *B* vuol dire comporre l' *A* tante volte, quante la *C* miſura la *B*. Ora ſe la *C* miſuri eſattamente la *B*, intenderò facilmente coſa ſia queſta moltiplicazione; poichè ſe la *C* miſuri tre volte la *B*, moltiplicare l' *A* per la *B* vorrà dire comporre tre volte l' *A*. Anche quando la *C* non miſuri eſattamente la *B*, ma ſia però l' una parte dell' altra, regge la difinizione; poichè ſe la *C* miſuri per eſempio la *B* due volte ed un terzo, moltiplicare l' *A* per la *B* vorrà dire comporre l' *A* due volte ed un terzo. Ma ſe la *C* alla *B* ſia incommenſurabile, ſiccome non vi è in queſto caſo neſſun numero razionale intero o rotto che poſſa eſprimere quante volte la *C* miſuri la *B*, così reſterà allora imperfetta l' idea della moltiplicazione. Non è dunque generale l' eſpoſta difinizione; e però conviene abbandonarla, e cercarne altra migliore.

§. IV.

Secondo il mio parere la vera e general difinizione della moltiplicazione algebraica è queſta. *Una grandezza diceſi moltiplicare una grandezza, quando facciaſi come l' unità concreta della grandezza moltiplicante alla ſteſſa, così la grandezza moltiplicata ad un' altra grandezza che ſi produce*. Vale a dire io prendo per difinizione della moltiplicazione

algebraica quella fra le ſue proprietà, ch' eſſendo generale, ſia anche la più ſemplice.

§. V.

Quello che ho detto della moltiplicazione ſerve ancora per moſtrare il difetto della ſolita diſinizione della diviſione algebraica, e la neceſſità di cangiarla in queſta. *Una grandezza diceſi dividere una grandezza, quando facciaſi come la dividente alla ſua unità concreta, così la diviſa ad un' altra grandezza che ne proviene*. Direi più volentieri *ad un' altra grandezza che ſi produce*, ſe il verbo *produrre* non foſſe ora comunemente adottato per ſignificare una moltiplicazione; quantunque eſſo verbo potrebbe ugualmente bene ſignificare e quello che naſce dalla diviſione, come quello che naſce dalla moltiplicazione. Dalle due definizioni, da me propoſte per la moltiplicazione e la diviſione, chiaramente apparisce, che queſte due operazioni, preſe in ſenſo generale algebraico, ſono propriamente due proporzionalità, ovvero due regole auree.

§. VI.

Queſte due difinizioni così enunziate fanno ſtrada alla dimoſtrazione di tanti bei Teoremi, i quali per la maggior parte non ſono ſtati che propoſti dagli Autori, poi ad un *patet* abbandonati. Fra queſti io ne ſceglierò ſolamente alcuni, i quali però abbaſtanza moſtreranno con qual chiarezza ſi poſſano trattare anche i rimanenti. La facilità di provare un teorema generale fra due grandezze qualunque, nel caſo in cui eſſe foſſero numeri, ha fatto ſino ad ora prendere per dimoſtrazione generale quella che ai ſoli numeri era parziale; ma queſta maniera non liberò l' Algebra da alcuni erroruzzi che noi dovremo neceſſariamente notare, quando paragoneremo i noſtri agli altrui riſultamenti.

§. VII.

Contro la consuetudine di tutti gli Autori d' Algebra mi servirò di figure nella dimostrazione di questi Teoremi, per quello che esse ajutano moltissimo la fantasia del Lettore. Così fece Euclide nel suo quinto Libro (il quale propriamente all' Algebra non alla geometria appartiene, perchè in esso trattasi di grandezze in generale), e rappresentò con linee le grandezze stesse, dando però loro sempre il nome di grandezze, non mai quello di linee. Ciò nulla ostante nel metodo d' Euclide trovo quest' inconveniente, che nelle figure non si possono a colpo d' occhio distinguere le grandezze di un genere da quelle di un genere diverso. A questo io ho cercato di supplire in una maniera semplicissima; e consiste nel rappresentare per esempio le grandezze di un genere con linee semplici, quelle di un altro genere con linee raddoppiate, con linee triplicate quelle di un terzo genere, e così discorrendo. Così le grandezze *D A* della Fig. 1. sono grandezze dello stesso genere; e le grandezze *B C* sono pure dello stesso genere; ma amendue le *D A* ad amendue le *B C* sono eterogenee, perchè le prime sono rappresentate con linee semplici, e le seconde con linee raddoppiate. Questa piccola variazione nel metodo adoprato da Euclide per rappresentare le grandezze, serve ad evitare molti errori, che possonsi facilmente commettere nel maneggio di quelle grandezze, che per condizione della proposizione non sono necessariamente dello stesso genere.

§. VIII.

Comincio per tanto da questo Teorema: *Se una grandezza moltiplichi una grandezza; il prodotto sarà omogeneo alla grandezza moltiplicata.* Sieno le due grandezze *A B* (Fig. I.), e l' *A* moltiplicando la *B* produca la *C*. Dico che la *C* è omogenea alla *B*.

Imperocchè sia la *D* l' unità concreta dell' *A*. E poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi (§. IV.) sarà come l' unità concreta dell' *A*, cioè la *D*, all' *A*; così

la *B* alla *C*. Adunque la *B* alla *C* ha proporzione; e però omogenea è la *B* alla *C*; il che convenia dimoſtrare.

§. IX.

Quantunque ſemplice e manifeſto ſia queſto Teorema, egli è però contrario ad una idea comunemente ricevuta. Chi è, che non abbia molte e molte volte letto: che una linea moltiplicando una linea produce una ſuperficie, e che una linea moltiplicando una ſuperficie produce un ſolido? tutte coſe falſiſſime. Una linea moltiplicata per una linea, o per una grandezza di qualſivoglia altro genere, darà ſempre una linea; ed una ſuperficie moltiplicata per una linea o per qualſivoglia altra grandezza produrrà ſempre una ſuperficie; poichè abbiamo dimoſtrato che la grandezza prodotta è dello ſteſſo genere della moltiplicata.

§. X.

Corre anche in Algebra, come Teorema sì manifeſto da non aver biſogno di alcuna dimoſtrazione, che *ſe due grandezze con vario ordine moltiplichinſi inſieme, i prodotti ſono uguali fra loro*. Per eſempio ſieno le *A B* due grandezze; ſi dice adunque che il prodotto della *B* nell'*A* è uguale al prodotto dell' *A* nella *B*. Ma queſto Teorema preſo in ſenſo generale, come faremo vedere, è falſo; non eſſendo vero che nel caſo in cui le grandezze *A B* ſieno dello ſteſſo genere. Quello che può aver indotto in queſt' errore è la ſolita applicazione a numeri; la quale però, eſſa ſteſſa, ben eſaminata può dimoſtrare la falſità dell' aſſunto. Imperocchè abbianſi le due grandezze 3. piedi e 70. libbre da moltiplicarſi inſieme. Se moltiplichinſi li 3. piedi per le 70. libbre, il prodotto ſarà 210. piedi; ma ſe moltiplichinſi le 70. libbre per 3. piedi, il prodotto ſarà 210. libbre. Adunque, qualunque ſia l' ordine della moltiplicazione, ottienſi lo ſteſſo numero 210: ma nel primo modo il numero 210 indica 210. piedi, e nel ſecondo 210. libbre.; nè vi ſarà certamente alcuno che pretenda aſſerire che 210. piedi ſia grandezza uguale a 210. libbre. Adunque non ſempre due grandezze

con vario ordine moltiplicandosi insieme fanno lo stesso prodotto; e però falso è il Teorema generale. Indicata pertanto la sorgente dell' errore passo a dimostrare i veri ed esatti Teoremi, che risultano dalla moltiplicazione di due grandezze fra loro.

§. XI.

TEOREMA. *Se due grandezze omogenee con vario ordine moltiplicandosi insieme producano due grandezze; queste saranno omogenee alle prime ed uguali fra loro.* Sieno omogenee le due grandezze *A B* (Fig. 2.) e l' *A* moltiplicando la *B* produca la *C*, poi la *B* moltiplicando l' *A* produca la *D*. Dico che le *C D* sono omogenee alle *A B*, ed uguali fra loro.

Imperocchè poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi sarà la *C* omogenea alla *B* (§. VIII.) Di nuovo poichè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*; quindi omogenea sarà la *D* all' *A*. Ma l' *A* è omogenea alla *B*. Adunque elleno sono tutte omogenee le *A B C D*; e però avranno la stessa unità concreta. Sia questa l' *E*. E poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi sarà (§. IV.) come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*. Ma se quattro grandezze *dello stesso genere* sieno proporzionali, ancora alternando sono proporzionali. Adunque egli è come l' *E* alla *B*, così l' *A* alla *C*. Come poi l' *E* alla *B*, così è l' *A* alla *D*; perocchè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*: (§. IV.) laonde egli è come l' *A* alla *C*, così l' *A* alla *D*. Uguali sono dunque fra loro le *C D*, ed omogenee alle *A B*; il che convenia dimostrare.

§. XII.

Quando poi le due grandezze che fra loro si moltiplicano non sieno omogenee, allora si avrà questa proposizione. *Se due grandezze eterogenee con vario ordine moltiplicandosi insieme producano due grandezze; queste saranno omogenee alle prime, una all' altra, ed avranno alle loro unità concrete la medesima proporzione.*

Sieno

Sieno le *A B* (Fig. 3.) due grandezze eterogenee; e le *A B* con vario ordine moltiplicandosi insieme producano le due grandezze *C D*; cioè l' *A* moltiplicando la *B* produca la *C*; poi la *B* moltiplicando l' *A* produca la *D*. Dico primieramente che le *C D* sono omogenee alle *A B*, una all' altra, cioè la *C* omogenea alla *B*, e la *D* all' *A*.

Imperocchè poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi omogenea sarà la *C* alla *B* (§. VIII.). Di nuovo poichè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*; quindi omogenea sarà la *D* all' *A*. Elleno sono adunque le due *D C* omogenee alle *A B*, l'una all'altra. Dico in oltre che le *D C* alle loro unità concrete hanno la medesima proporzione. Imperocchè sia l' *E* l' unità concreta delle *A D*, e l' *F* quella delle *B C*. Dico che come la D all' E, così è la *C* all' *F*. Imperocchè poichè l' *A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi sarà (§. IV.) come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*. Di nuovo poichè la *B* moltiplicando l' *A* ha prodotto la *D*; quindi sarà (§. IV.) come l' *F* alla *B*, così la *A* alla *D*. Poichè dunque egli è come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*; e come l' *A* alla *D*, così l' *F* alla *B*; quindi per uguaglianza perturbata sarà come l' *E* alla *D*, così l' *F* alla *C*; laonde contrariamente egli è come la *D* all' *E*, così la *C* all' *F*; il che convenia dimostrare.

§' XIII.

Unendo insieme i due teoremi antecedenti potremo dunque conchiudere, che se due grandezze, di qualunque genere sia ciascuna di esse, con vario ordine moltiplicandosi insieme producano due grandezze; queste saranno o uguali fra loro, o proporzionali alle loro unità concrete.

§. XIV.

Wolfio, quell' acutissimo e celebre Scrittore d' Elementi, cadde esso pure nell' errore di credere, che due grandezze (sieno esse o omogenee ovvero eterogenee) moltiplicandosi fra loro producano la stessa grandezza; e di più volle darne

una dimoſtrazione (*) che quì traſcrivo verbo a verbo per poterla più facilmente confutare. Eccola. *Duæ quantitates ſe mutuo multiplicantes idem factum gignunt. Sint duo factores A & B; erit* 1 : *A* : : *B* : *AB*, *&* 1 : *B* : : *A* : *BA*. *Eſt vero etiam* (alternando) 1 : *A* : : *B* : : *BA*; *adeoque ob unitatem eandem per hypoth*; *B* : *AB* : : *B* : *BA*. *Ergo AB* = *BA*. Queſta dimoſtrazione pecca per due coſe. Prima per aver ſuppoſto che le unità concrete delle grandezze anche eterogenee ſieno uguali fra loro, contro quanto ſi è chiaramente veduto nel §. IV. Secondo per aver alternato la proporzionalità 1 : *B* :: *A* : *BA*, conchiudendo che dunque 1 : *A* ſta come *B* : *BA*. Imperocchè allora ſolamente quattro grandezze proporzionali poſſono alternarſi, quando ſieno dello ſteſſo genere. So che queſta condizione vien qualche volta ommeſſa dagli Scrittori d' Algebra, ma eſſa non è per queſto meno neceſſaria. In fatti ſe le quattro grandezze che formano una proporzionalità non ſieno tutte omogenee, non ſi potrà mai paragonare la prima colla terza, e la ſeconda colla quarta, cioè non ſi potrà mai alternare la proporzionalità; poichè allora ſolo due grandezze hanno fra loro proporzione, quando ſieno dello ſteſſo genere. Nè varrebbe aſſerire che anche *Euclide* nella prop. 16 del libro quinto diſſe: *ſe quattro grandezze ſieno proporzionali, ancora alternamente ſono proporzionali*, ſenza aggiugnere la condizione che le grandezze debbano eſſere *dello ſteſſo genere*: imperciocchè ſi rende evidente che queſte parole ſono ſtate ommeſſe per negligenza degli *Amanuenſi* dall' oſſervare, che non alternò mai *Euclide* una proporzionalità, le cui grandezze non foſſero tutte quattro dello ſteſſo genere. Si ricava lo ſteſſo anche dalla propoſizione 22. dello ſteſſo libro, *ſe ſieno quantunque grandezze, ed altre ad eſſe uguali di moltitudine, preſe a due a due nella ſteſſa proporzione, ancora per uguaglianza ſaranno nella ſteſſa proporzione*; dove l' illuſtre Maeſtro ſi è nella dimoſtrazione ſervito delle moltiplici, non dell' alternazione delle proporzionalità, quantunque queſto metodo, quando ne aveſſe potuto far uſo, l' avrebbe reſa più elegante e ſpedita dell' altro; e ciò perchè le gran-

(*) *Elem. Arith. theor.* 39.

dezze fra le quali vuol conchiudere l' uguaglianza possono non essere tutte dello stesso genere. Notisi in oltre che questo ultimo modo non era ad esso ignoto, come quegli che se ne valse nella proposizione 14. del settimo in cui tratta lo stesso che nella 22. del quinto colla sola differenza, che in quella supponeva grandezze in generale, ed in questa numeri astratti, i quali sono grandezze dello stesso genere. In fatti i celebri Traduttori Veronesi di quest' Autore hanno nella loro traduzione aggiunte all' enunciato della detta proposizione 16. del quinto quelle parole *dello stesso genere*, a ciò certamente condotti da tutte le ragioni da me esposte. E tornando sul primo sbaglio del *Wolfio* dico che se le unità concrete delle grandezze *A* B fossero state da esso indicate colle lettere dell' alfabeto, come ha suggerito nel §. II., avrebbe egli di primo tratto riconosciuto, che con una lettera si doveva segnare l' unità concreta della grandezza *A*, e con altra lettera l' unità concreta della grandezza B; e quindi più facilmente si sarebbe avveduto, che il suo teorema non è vero, quando sieno eterogenee le *A B*.

§. XV.

Quando le due grandezze che con vario ordine moltiplicanti insieme sieno eterogenee, noi abbiamo dimostrato che i prodotti alle loro unità concrete hanno la medesima proporzione. Ciò mi mette naturalmente nella necessità di dichiarare la caratteristica proprietà delle grandezze eterogenee fornite di questa condizione, vale a dire aventi alla loro unità concreta la medesima proporzione. Ma prima premetterò la seguente difinizione. *Si dice che un numero rappresenta una grandezza, quando l'unità astratta a quel numero abbia la stessa proporzione, che l'unità concreta di quella grandezza alla grandezza medesima*. Così il numero 3. rappresenterà il peso di un corpo, quando l' 1. al 3. abbia la stessa proporzione che l' unità concreta de' pesi (volgarmente detta libbra) al peso dello stesso corpo. Non bisogna però confondere questa, che io ho chiamata rappresentazione, coll' uguaglianza; per esempio non bisogna dire che il numero 3. sia uguale al peso di quel corpo: ma dalla rappresentazione all'uguaglianza vi ha

però un facile passaggio, ed è quello d' intendere cangiato il *numero astratto* che rappresenta la grandezza in un *numero concreto* avente per unità concreta quella della grandezza medesima; il che si dimostra colle parole, pronunziando dopo il numero astratto il nome di essa unità concreta. In questo modo se intenderò cangiato il numero astratto 3. nel concreto 3. libbre, passerò dalla rappresentazione all' uguaglianza, e potrò asserire che il suddetto peso è uguale a tre libbre. L' esposta difinizione è la vera chiave per dimostrare tutte le regole usate dai pratici nel calcolare le figure piane e le solide, come a suo luogo vedremo. Per ora contentiamoci di conoscere la caratteristica proprietà delle grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete, il che ci verrà indicato da questo teorema.

§. XVI.

Le grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete sono rappresentate dallo stesso numero.

Sieno le grandezze eterogenee *A B* (Figg. 4, 5, 6) le cui unità concrete sieno le *C D*, la *C* dell' *A*, e la *D* della *B*; e sia come l' *A* alla *C*, così la *B* alla *D*. Dico che lo stesso numero rappresenterà l' una e l' altra delle *A B*.

Imperocchè o le *A B* sono commensurabili alle *C D* o no. Sieno primieramente commensurabili. E poichè l' *A* alla *C* è commensurabile (Fig. 4.); quindi una dell' altra sarà o parte o parti. Sia primieramente la *C* parte dell' A; e quante volte la *C* misura l' *A* tante unità sieno nel numero *E*. Sia poi l' *F* l' unità astratta. E poichè la *C* misura l' *A* per l' unità astratte che sono nell' *E*; e ancora l' unità astratta *F* misura l' *E* per l' unità astratte che sono in esso; quindi egli è come l' *F* all' *E* così la *C* all' *A*; laonde (§. XV.) il numero *E* rappresenta la grandezza *A*. Di nuovo poichè sta come l' *F* all' *E*, così la *C* all' *A*; e come la *C* all' *A*, così è per supposizione la *D* alla *B*; quindi ancora come l' *F* all' *E*, così è la *D* alla *B*: e però (§. XV.) il numero *E* rappresenta la grandezza *B*. Ma esso numero *E* rappresenta pure la grandezza *A*. Dunque l' *E* rappresenta una e l' altra grandezza *A B*. Sia ora la *C* parti dell' *A* (Fig. 5.); e dividasi l' *A* nelle sue

parti, la cui moltitudine ſia eſpreſſa dal numero *E*; ma la moltitudine delle ſteſſe parti dell' *A* che ſono nella *C* ſia eſpreſſa dal numero *G*; ed intendaſi il numero rotto *EG* avente per numeratore l'*E* e per denominatore il *G*. Adunque come la *C* all'*A*, così è il numero *G* al numero *E*. Come poi il denominatore *G* al numeratore *E*, così è l'unità aſtratt a *F* al numero rotto *EG*; laonde egli è come l'*F* all'*EG*, così la *C* all'*A*; e però il numero rotto *EG* rappreſenta la grandezza *A* (§. XV.). Allo ſteſſo modo ſi proverà che ſe l'*A* ſia parte o parti della *C*, uno ſteſſo numero rotto rappreſenterà sì la grandezza *A* che la *B*. Sia finalmente la *C* incommenſurabile all'*A* (Fig. 6.), e come la *C* all'*A*, così ſia l'unità aſtratta *F* al numero *E*. Adunque l'*E* è un numero irrazionale, e rappreſenta la grandezza *A*. Egli poi rappreſenta ancora la grandezza *B*, perocchè eſſendo come la *C* all'*A* così la *D* alla *B*, avrà pure la *D* alla *B* la ſteſſa proporzione che l'unità aſtratta *F* al numero *E*; laonde lo ſteſſo numero irrazionale *E* rappreſenta l'una e l'altra delle grandezze *A B*. Per conſeguenza le grandezze eterogenee proporzionali alle loro unità concrete poſſono eſſer dallo ſteſſo numero rappreſentate; ſia eſſo poi o intero, o rotto, o irrazionale.

§. XVII.

Ecco perchè il prodotto di 3. piedi in 70. libbre, ed il prodotto di 70. libbre in 3. piedi ſono dallo ſteſſo numero 210 rappreſentati. Li due prodotti non ſono altrimenti uguali, ma ſono proporzionali alle loro unità concrete; e quindi poſſono dallo ſteſſo numero 210. eſſere rappreſentati.

§. XVIII.

Dalle due grandezze ſi può paſſare col raziocinio alle tre, quattro, e quante mai ſi vogliano, e dimoſtrare facilmente che ſe una moltitudine di grandezze tutte eterogenee con vario ordine moltiplichinſi inſieme; ſi potranno ottenere tanti prodotti eterogenei quante erano le grandezze da moltiplicarſi; li quali però tutti alle loro unità concrete avranno la medeſima proporzione. Se poi alcune delle grandezze

che con vario ordine moltiplicansi insieme fossero dello stesso genere; allora i prodotti eterogenei proporzionali alle loro unità concrete non sarebbero più tanti quante le grandezze che si moltiplicano, ma solo quanti i generi differenti che trovassersi in esse. Sicchè, non badando alla moltitudine de' prodotti, si potrà assumere per teorema generale, che *se quante si vogliano grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme; tutti i prodotti, che possono nascere dalla moltiplicazione saranno l' uno all' altro, o omogenei ed uguali fra loro, o eterogenei e proporzionali alle loro unità concrete*. Ma sì le grandezze uguali, che le eterogenee e proporzionali alle loro unità concrete possono essere dallo stesso numero rappresentate; quindi si ricava un altro teorema generale, *che se quante si vogliano grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme; i prodotti possono essere rappresentati dallo stesso numero*.

§. XIX.

Adunque nell' Algebra non è lecito dire che *ab* sia uguale a *ba*, se non quando sieno omogenee le grandezze *a b*: parimente li tre prodotti *mnp mpn npm*, che nascono dalle tre grandezze *m n p* con vario ordine moltiplicate insieme, non sono fra loro uguali, che quando le grandezze *m n p* sieno omogenee. Vero è però, che avendo noi dimostrato che se quante grandezze si vogliano con vario ordine moltiplichinsi insieme, i prodotti possono essere rappresentati dallo stesso numero (§. XVIII.), ne segue da esso teorema che le due grandezze *ab ba* possano essere rappresentate dallo stesso numero; così le tre *mnp mpn npm*. Concludiamo per tanto che se quante si vogliano grandezze con vario ordine moltiplichinsi insieme; i prodotti non sono sempre uguali, come sogliono dare per regola certa gli Analisti, ma possono bensì essere sempre dallo stesso numero rappresentati.

§. XX.

Ed eccomi oramai pervenuto al punto di poter tranquillare l'animo di chi ad onta della chiarezza ed evidenza

delle cose da me dimostrate pur dubitasse di paralogismo, per la ragione che dalla falsità della suddetta regola gli sembrasse dover seguire la strana e veramente fatal conseguenza, che quasi tutti i calcoli degli Analisti (i quali su di essa sono per la maggior parte appoggiati), debbano altresì essere fallaci, e bisognosi di rettificazione. Ma la cosa non è così come può parere a primo aspetto; poichè quantunque sia fallace la regola presa in senso generale, nondimeno da ogni taccia restano liberi i calcoli, solo che nell' Algebra s'introducano due supposizioni, le quali se nei libri elementari non trovansi espresse, niuno però mi negherà che tacitamente non vengano ammesse da tutti gli Analisti; e sono queste. Prima. *Che tutte le grandezze di qualunque natura esse sieno possano essere rappresentate da numeri*, prendendo il senso della parola *rappresentate* secondo l' idea da me datane al §. XV. Seconda. *Che le lettere dell' alfabeto indichino non le grandezze stesse* (come sogliamo dire) *ma i numeri che le rappresentano*. In forza di queste due supposizioni ognun vede che tutte le grandezze, che maneggiansi nell' Algebra, essendo numeri, o di lor natura o rappresentanti altre grandezze, sarà in questo caso vera la regola, ed esatti i calcoli; laonde per esempio *ab* è uguale a *ba*, perchè essendo le *a b* due numeri, il prodotto dell' *a* nel *b* è uguale al prodotto del *b* nell' *a*.

§. XXI.

Adunque l'errore degli Analisti nel dare per regola generale, *che quante si vogliano grandezze moltiplicandosi insieme facciano uguali prodotti* si riduce ad errore di parole e non di fatti. La regola non è vera, che quando le grandezze sieno omogenee, come ho dimostrato; ma poichè essi adoprano sempre numeri astratti, la fallacia della regola non può condurli ad errore di calcolo. Il celebre *Eulero*, accortosi forse del comun inganno, ha costantemente ne' suoi Elementi d' Algebra rese sinonime le parole grandezza e numero, quantunque fra esse vi sia quella differenza che passa tra il generale ed il particolare; e sfuggì a' suoi acutissimi sguardi quell' idea della *rappresentazione* delle grandezze da

me data al §. XV., colla quale tutto si salva e tutto si prova legittimamente.

§. XXII.

Poichè resta ancora da darsi la dimostrazione della famosa regola, che nel moltiplicamento gli stessi segni producono una grandezza positiva, e i segni contrarj una grandezza negativa (giacchè non credo che le cose fino ad ora dette su questo argomento possano meritare il nome di dimostrazione) sarà pregio dell' opera rintracciarne una che non patisca eccezione: ma prima esporrò il mio sentimento intorno alle grandezze positive e negative, non parendomi esatto quanto di esse vien dalla maggior parte degli Autori, per non dire da tutti, proferito. Comincio per tanto dal disinirle: e sebbene le mie disinizioni siano tali che ognun dirà, come anch' ei l' intendea così, pure io da esse ricaverò conseguenze diverse da quelle degli altri. Secondo adunque il mio giudizio, *Grandezze positive sono grandezze da aggiungersi; e grandezze negative sono grandezze da togliersi*. Adunque tra le grandezze positive e le negative non havvi altra differenza che nell' *uso* che se ne vuol fare; le une sono destinate alla summa, e l'altre alla sottrazione; ma la loro natura è sempre la stessa. Ne viene ancora, che una grandezza positiva può essere uguale ad una negativa; poichè per esempio il 7 sarà uguale a se stesso, sia che nella summa o nella sottrazione sia esso impiegato: ma egli però non sarà lo stesso nell'uso che se ne vuol fare, il quale è differente. Per strana che appaja questa conseguenza pronunciata così astrattamente, io però farò vedere con un' applicazione, siccome convengo in questo con tutti gli Analisti. In fatti (Fig. 7.) sia l'*AC* una linea retta, ed il punto *B* sia l'origine, come si suol dire, delle grandezze. Prendansi ora dall' una parte e dall' altra del punto *B* le rette *BA BC* uguali fra loro, ma la *BA* sia dalla parte delle positive, e la *BC* dalla parte delle negative. Se chiamo la grandezza positiva *BA* uguale a $+a$, ognuno conviene che la grandezza negativa *BC* sia uguale a $-a$. Ma la retta *BA* è uguale alla retta *BC*, laonde è forza che anche la grandezza

dezza positiva $+a$ sia uguale alla grandezza negativa $-a$; uguale però in grandezza, ma differente nell' uso. Quindi debbesi far differenza tra *uguaglianza* ed *equazione*, che gli Analisti prendono per una stessa cosa; imperocchè *io dico che due grandezze sono in equazione, quando non solo sieno uguali in grandezza, ma debbansi pure allo stesso modo usare*. Dalla qual difinizione apparisce manifestamente, che una grandezza positiva può bensì esser uguale, ma non in equazione con una negativa, e però $+a$ è uguale a $-a$, ma $+a$ non sarà in equazione con $-a$. Da tutto ciò si ricava, che dovrebbesi esprimere con due segni differenti *uguaglianza* ed *equazione*, in vece d'indicarli, come si fa, col segno comune $=$; pure siccome della prima si fa poco uso nell' Algebra e molto della seconda, e l' equazione rinchiudendo anche l' uguaglianza, così non può cagionar errore il servirsi dello stesso segno, quando ciò venga fatto colle dovute cautele.

§. XXIII.

L' idee semplici che io ho affisso alle grandezze positive e negative sono ben differenti da quelle che sono state adottate dagli Autori d' Elementi, i quali con un' analogia (cosa veramente nuova nelle Matematiche) hanno voluto spiegar la loro natura, e quindi ne hanno tratto delle strane conseguenze. L' analogia è questa. *Le grandezze positive sono come crediti che un uomo abbia dall' altro, e le grandezze negative, come debiti*. L' analogia può fin qui correre, perchè li crediti di un uomo sono realmente cose d' aggiungere a' suoi capitali; e i debiti cose da togliersi da essi. *E siccome* (soggiungono essi) *si può dire di un uomo che niente posseda ed abbia un debito, ch' egli ha meno del niente, perocchè per aver niente bisogna che paghi prima il suo debito, così le grandezze negative sono minori del niente*. Ma come mai quello che non è, quello ch' è la mancanza di un essere che prima esisteva, il nulla finalmente, come può mai essere maggiore della grandezza negativa, cioè di un ente ch' esiste? Non è egli questo un distruggere la vera nozione di maggioranza? Perchè una grandezza è negativa, vale a

dire perchè essa è destinata alla sottrazione, per questo dovrà esser minor del niente? Basta mettere in forma di sillogismo l' argomentazione di questi Autori per accorgersi della sua falsità. *Chi ha un debito e niente possede, ha meno del niente: la grandezza negativa è come un debito: dunque la grandezza negativa è meno del niente*; il quale sillogismo avendo manifestamente più di tre *termini* pecca nella *forma*. Dalla strana proposizione che le grandezze negative sieno minori del nulla, n' è anche derivata la ugualmente strana conseguenza ch' esse grandezze sieno eterogenee alle positive (*a*).

§. XXIV.

TEOREMA. *Se sienvi due grandezze, una delle quali sia spezzata in quanti segamenti si vogliano; dico che il prodotto della non spezzata in tutta l' altra è uguale a' prodotti della non spezzata in ciascun segamento dell' altra.*

Sieno le *A BC* (Fig. 8.) due grandezze, una delle quali, cioè la *BC*, sia spezzata in quanti si vogliano segamenti *BD DC*: e l' *A* moltiplicando la *BC* produca la grandezza *E* a questa omogenea; moltiplicando poi le *BD DC* produca le grandezze *FG GH* a queste omogenee, e però anche alla *BC*. Dico che uguale è l' *E* all' *FH*. Imperocchè espongasi l' unità concreta *M* dell' *A*. E poichè l' *A* moltiplicando la *BD* ha prodotto la *FG*; quindi sarà come l' *M* all' *A*, così la *BD* alla *FG*. Per la medesima ragione l' *M* all' *A* sta come la *DC* alla *GH*. Adunque ancora come la *BD* alla *FG*, così la *DC* alla *GH*. Ed elleno son tutte grandezze omogenee; laonde come la *BD* alla *FG*, così tutta la *BC* a tutta l' *FH*. Ma come la *BD* alla *FG*, così è l' *M* all' *A*; e però egli è come l' *M* all' *A*, così la *BC* alla *FH*. Come poi l' *M* all' *A*, così è pure la *BC* all' *E*; perocchè l' *A* moltiplicando la *BC* ha prodotto l' *E*. Adunque sta come la *BC* all' *E*, così la *BC* all' *FH*. Uguale ella è dunque l' *E* all' *FH*; il che convenia dimostrare.

(*a*) Wolfii. Elem. Analy. n. 23.

§. XXV.

Per conseguenza se la grandezza *A* sia rappresentata dal numero a, il segamento *BD* dal numero b, ed il segamento *DC* dal numero c, sicchè tutta la *BC* sia rappresentata dal numero $b+c$; sarà il prodotto del numero a in tutto il numero $b+c$ uguale al prodotto dell'a nel b, insieme col prodotto dell'a nel c; e però il prodotto dell'a nel $b+c$ è uguale ad $ab+ac$.

§. XXVI.

Teorema. *Se sienvi due grandezze, una delle quali sia spezzata in quanti segamenti si vogliano; il prodotto da tutta la spezzata nell' altra è uguale a' prodotti da ciascun segamento della spezzata nell' altra.*

Sieno le *A BC* (Fig. 9.) due grandezze, una delle quali, cioè la *BC* sia spezzata in quanti segamenti si vogliano *BD DC*; e la *BC* moltiplicando l'*A* produca l'*E* a questa omogenea; poi le *BD DC* moltiplicando la stessa *A* producano le *FG GH* a queste omogenee, e però anche all'*E*. Dico che uguale è l'*E* all'*FH*. Imperocchè espongasi l'unità concreta *N* della *BC*. E poichè la *BC* moltiplicando l'*A* ha prodotto l'*E*; quindi starà come l'*N* alla *BC*, così l'*A* all'*E*. Per la medesima ragione egli è come l'*N* alla *BD*, così l'*A* all'*FG*, ed ancora come l'*N* alla *DC*, così l'*A* alla *GH*. Poichè dunque egli è come l'*N* alla *DC*, così l'*A* alla *GH*; quindi sarà contrariamente come la *DC* all'*N*, così la *GH* all'*A*. Ma come l'*N* alla *BD*, così è l'*A* all'*FG*. Adunque per uguaglianza starà come la *DC* alla *BD*, così la *GH* all'*FG*: e componendo sarà come la *BC* alla *BD*, così l'*FH* all'*FG*. Come poi la *BD* all'*N*, così è l'*FG* all'*A*; laonde di nuovo per uguaglianza starà come la *BC* all'*N*, così l'*FH* all'*A*; e però contrariamente egli è come l'*N* alla *BC*, così l'*A* all'*FH*. Ma come l'*N* alla *BC*, così è l'*A* all'*E*; e però starà come l'*A* all'*E*, così l'*A* all'*FH*. Uguale ella è dunque l'*E* all'*FH*; il che convenia dimostrare.

§. XXVII.

Quindi se rappresenteremo l'*A* dal numero *a*, la *BD* dal numero *b*, e la *DC* dal numero *c*, sicchè tutta la *BC* sia rappresentata dal numero $b + c$; sarà il prodotto del $b + c$ nell' *a* uguale al prodotto del *b* nell' *a* insieme col prodotto del *c* nell' *a*; cioè il prodotto di $b + c$ nell' *a* è uguale a $ba + ca$. Questa stessa verità, trattandosi di numeri, si poteva trarre anche dalle cose dette nel §. XXV senza ricorrere al Teorema antecedente; perocchè essendosi colà dimostrato che il prodotto dell'*a* nel $b + c$ è uguale ad $ab + ac$; ma il prodotto dell'*a* nel $b + c$ è uguale al prodotto del $b + c$ nell' *a*, e così ancora uguale è l'*ab* al *ba*, e l'*ac* al *ca*; perocchè sono numeri le *a b c*; quindi anche il prodotto del $b + c$ nell'*a* è uguale a $ba + ca$; come di sopra.

§. XXVIII.

TEOREMA. *Se sienvi due grandezze, ciascuna delle quali sia spezzata in quanti segamenti si vogliano; una di esse moltiplicando l' altra farà un prodotto uguale a' prodotti da ciascun segamento della prima in ciascun segamento dell' altra.*

Sieno le *AB CD* (Fig. 10.) due grandezze ciascuna delle quali sia spezzata in quanti si vogliano segamenti, l' *AB* negli *AE EB*, e la *CD* nelli *CF FD*; e l' *AB* moltiplicando la *CD* produca la grandezza *G*, e l' *AE* moltiplicando ciascuna delle *CF FD* produca le grandezze *HI IK*; e così pure l' *EB* moltiplicando ciascuna delle *CF FD* produca le grandezze *KL LM*. Saranno adunque tutte omogenee le *CD G HI IK KL LM*. Dico ora che uguale è la *G* all' *HM*. Imperocchè poichè le *AE CD* sono due grandezze, una delle quali, cioè la *CD* è spezzata nelli segamenti *CF FD*; quindi uguale è il prodotto dell' *AE* nella *CD* (§. XXIV.) alli prodotti dell' *AE* nelle *CF FD*. Ma il prodotto dell' *AE* nella *CF* è l' *HI*, ed il prodotto dell' *AE* nell' *FD* è l' *IK*. Adunque uguale è il prodotto dell' *AE* nella *CD* all' *HK*. Similmente dimostreremo che uguale è il prodotto dell' *EB* nella *CD* alla *KM*. Laonde il prodotto dell' *AE* nella

CD insieme col prodotto della *EB* nella *CD* è uguale a tutta l'*HM*. Uguale egli è poi il prodotto dell' *AB* nella *CD* insieme col prodotto dell'*EB* nella *CD* (§. XXVI.) al prodotto dell'*AB* nella *CD*, cioè alla *G*; perocchè le *AB CD*, sono due grandezze, delle quali l' *AB* è spezzata nelli segamenti *AE EB*. Adunque la *G* è uguale all'*HM*; il che convenia dimostrare.

§. XXIX.

E però se l' *AE* sia rappresentata dal numero a, l'*EB* dal numero b, cosicchè tutta l' *AB* sia rappresentata dall' $a+b$; e similmente se la *CF* sia rappresentata dal numero m, la *FD* dal numero n, e tutta la *CD* dal numero $m+n$; sarà il prodotto dell'$a+b$ nell'$m+n$, e ancora il prodotto dell' $m+n$ nell'$a+b$ uguale all' $am+an+bm+bn$. Dalle cossin qui dette ricavasi adunque la dimostrazione di quella bella regola degli Analisti, che *se due grandezze complesse di altre grandezze semplici positive moltiplichinsi insieme; il prodotto di una nell' altra è uguale ai prodotti di ciascuna grandezza semplice della prima in ciascuna grandezza semplice dell' altra*. Ora fo passaggio alle grandezze complesse di grandezze positive e negative.

§. XXX.

Teorema. *Se sienvi due grandezze, una delle quali sia spezzata in quanti segamenti si vogliano; il prodotto della non ispezzata in un segamento dell' altra è uguale all' eccesso in cui il prodotto della non ispezzata in tutta l' altra eccede i prodotti della stessa in ciascuno de' segamenti rimanenti dell' altra*.

Sieno le *A BC* (Fig. 11.) due grandezze, una delle quali, cioè la *BC*, sia spezzata in quanti segamenti si vogliano *BE ED DC*. Dico che uguale è il prodotto dell' *A* nella *BE* all' eccesso in cui il prodotto dell' *A* nella *BC* eccede i prodotti dell' *A* in ciascuna delle rimanenti *ED DC*.

Imperocchè poichè le *A BC* sono due grandezze, una delle quali, la *BC*, è spezzata in quanti segamenti si voglia-

no *BE ED DC*; quindi farà (§. XXIV) il prodotto dell'*A* nella *BC* uguale a' prodotti dell'*A* in ciascuna delle *BE ED DC*. Adunque il solo prodotto dell'*A* nella *BE* è uguale all' eccesso, onde il prodotto dell'*A* nella *BC* eccede i prodotti dell'*A* in ciascuna delle rimanenti *ED DC*; il che conveniva dimostrare.

§. XXXI.

Laonde se col numero *a* rappresenteremo la grandezza *A*, col numero *b* la grandezza *BC*, col *c* l' *ED*, e la *DC* col *d*, sicchè la rimanente *BE* sia rappresentata da $b - c - d$; sarà il prodotto dell'*a* nel $b - c - d$ uguale all' *ab* meno *ac* e meno ancora *ad*; e però il detto prodotto sarà uguale all' $ab - ac - ad$. Ma il prodotto dell'*a* nel $b - c - d$ è uguale al prodotto del $b - c - d$ nell'*a* (essendo numeri gli *a b c d*); dunque ancora il prodotto del $b - c - d$ nell' *a* è uguale all' $ab - ac - ad$.

§. XXXII.

Vengo ora alla dimostrazione del seguente famoso Teorema, che serve per la moltiplicazione delle grandezze complesse, che includano segni negativi. *Se sienvi due grandezze ciascuna delle quali sia complessa di grandezze semplici positive e negative; il prodotto di una nell' altra è uguale alla grandezza complessa dai prodotti di ciascuna grandezza semplice della prima in tutte le grandezze semplici dell' altra; con questa regola, che i prodotti, che derivano da grandezze semplici aventi lo stesso segno, sono positivi, ed i prodotti da grandezze semplici aventi segno diverso sono negativi*. Potrei dimostrare questo teorema allo stesso modo de' precedenti con figure, e poi farne l' applicazione all' Algebra, ma per non andar troppo alla lunga presenterò al mio lettore una dimostrazione senza il soccorso di quelle, la quale s' appoggia però sulle antecedenti proposizioni.

Sieno per tanto l'$m - n$, e l'$a - b$ due numeri complessi di numeri semplici positivi e negativi; cioè l'$m - n$ del positivo *m* e del negativo *n*, e l'$a - b$ del positivo *a* e del negativo *b*.

Dico che il prodotto dell' $m-n$ nell' $a-b$ è uguale al numero complesso dai prodotti ma, mb, na, nb, con questa regola che l'ma e l'nb che derivano, il primo da numeri semplici positivi, ed il secondo da numeri semplici negativi, debbono essere amendue positivi; ma l'mb e l'na che derivano da numeri semplici uno positivo e l'altro negativo debbono esser amendue negativi; vale a dire il prodotto dell'$m-n$ nell'$a-b$ è uguale all'$ma-mb-na+nb$. Imperocchè suppongasi $m-n=d$, e l'$a-b=q$; adunque $m=n+d$, e $a=b+q$; laonde (§. XXVIII.) sarà $ma=nb+nq+db+dq$. Ed aggiungendo al secondo membro e togliendo dallo stesso la grandezza nb, sarà ancora $ma=nb+nq+db+dq+nb-nb$; ovvero dando un ordine differente allo stesso secondo membro, sarà $ma=nb+db+nb+nq+dq-nb$. Ma $nb+db$ è uguale (§. XXVI.) al prodotto dell' $n+d$, cioè dell'm, nel b, e però è uguale all' mb; e parimente $nb+nq$ (§. XXIV.) è uguale al prodotto dell' n nel $b+q$, cioè nell'a, e però è uguale all' na. Per conseguenza $ma=mb+na+dq-nb$; laonde $dq=ma-mb-na+nb$. Egli è poi il dq il prodotto del d nel q, o dell' $m-n$ nell'$a-b$; quindi il prodotto dell'$m-n$ nell' $a-b$ è uguale all'$ma-mb-na+nb$; il che conveniva dimostrare.

§. XXXIII.

Ciascun vede che siccome la divisione algebraica non è che una proporzionalità inversa di quella della moltiplicazione, così non debbe riuscir difficile trattare collo stesso metodo, che abbiamo adoperato in questa, anche l' altra operazione; pure alcuni teoremi renderanno la cosa più manifesta. *Se una grandezza divida una grandezza; il quoziente sarà omogeneo alla grandezza divisa.* La grandezza A (Fig. 12.) dividendo la grandezza B dia per quoziente la C. Dico che la C è omogenea alla B. Imperocchè sia la D l'unità concreta dell' A. E poichè l' A dividendo la B ha dato la C; quindi egli è (§. V.) come l' A alla D, così la B alla C. Elleno hanno dunque proporzione le B C; e però la C è omogenea alla B; il che convenia dimostrare.

§. XXXIV.

TEOREMA. *Se una grandezza dividendo una grandezza dia un quoziente; questo moltiplicato per la grandezza dividente farà un prodotto uguale alla grandezza divisa.* La grandezza *A* (Fig. 13.) dividendo la grandezza *B* dia per quoziente la grandezza *C* che sarà ad essa omogenea (§. XXXIII.); poi l' *A* moltiplicando la *C* produca la *D* omogenea alla *C* (§. VIII.), e però anche alla *B*. Dico che uguale è la *D* alla *B*. Imperocchè sia l'*E* l' unità concreta dell' *A*. E poichè la *B* divisa per l' *A* ha dato la *C*; quindi sarà come l'*A* all'*E*, così la *B* alla *C*; e però contrariamente egli è come l' *E* all'*A*, così la *C* alla *B*. Ma come l' *E* all' *A*, così è la *C* alla *D*, perocchè l' *A* moltiplicando la *C* ha prodotto la *D* (§. IV.). Laonde egli è come la *C* alla *D*, così la *C* alla *B*. Uguale ella è dunque la *D* alla *B*; il che convenia dimostrare.

§. XXXV.

TEOREMA. *Se una grandezza moltiplicando una grandezza faccia un prodotto; questo diviso per la grandezza moltiplicante darà un quoziente uguale alla grandezza moltiplicata.*

La grandezza *A* (Fig. 14.) moltiplicando la grandezza *B* produca la grandezza *C* ad essa omogenea; poi la *C* divisa per l' *A* dia per quoziente la grandezza *D*, omogenea alle *C B*. Dico che uguale è la *D* alla *B*. Imperocchè sia l' *E* l'unità concreta dell'*A*. E poichè l'*A* moltiplicando la *B* ha prodotto la *C*; quindi sarà come l' *E* all' *A*, così la *B* alla *C*; laonde contrariamente egli è come l'*A* all'*E*, così la *C* alla *B*. Ma come l'*A* all'*E*, così è la *C* alla *D*; perchè la *C* divisa per l' *A* ha dato la *D* (§. V). Adunque egli è come la *C* alla *D*, così la *C* alla *B*; e però uguale è la *D* alla *B*; il che convenia dimostrare.

§. XXXVI.

§. XXXVI.

Seguendo con questo metodo si può quanto mai elegantemente dimostrare tutte le proprietà delle grandezze proporzionali, e delle proporzioni composte, nelle quali entrino la moltiplicazione e la divisione. Sopra tutto riesce chiarissima la teoria de' quozienti, che impropriamente nell' Algebra si confondono colle frazioni, non essendo i quozienti pure frazioni che nel caso in cui dividansi numeri fra loro, non grandezze in generale. Ma siccome non è stato mio scopo in questa Memoria, che di mostrare agli Analisti, con quanta maggior facilità e sicurezza possasi per questa nuova strada piantare le regole del calcolo, così mi fermerò a questo punto; e solo passerò a soddisfare all'assunto presomi nel §. XV.), dove mi era riservato a far conoscere la cagione per cui sono caduti in errore coloro che hanno asserito che il prodotto di una linea per una linea è una superficie; il che mi aprirà l' adito a presentare il vero modo con cui possonsi dimostrare le comuni regole della Geometria pratica per calcolare le figure piane, ed anche le solide.

§. XXXVII.

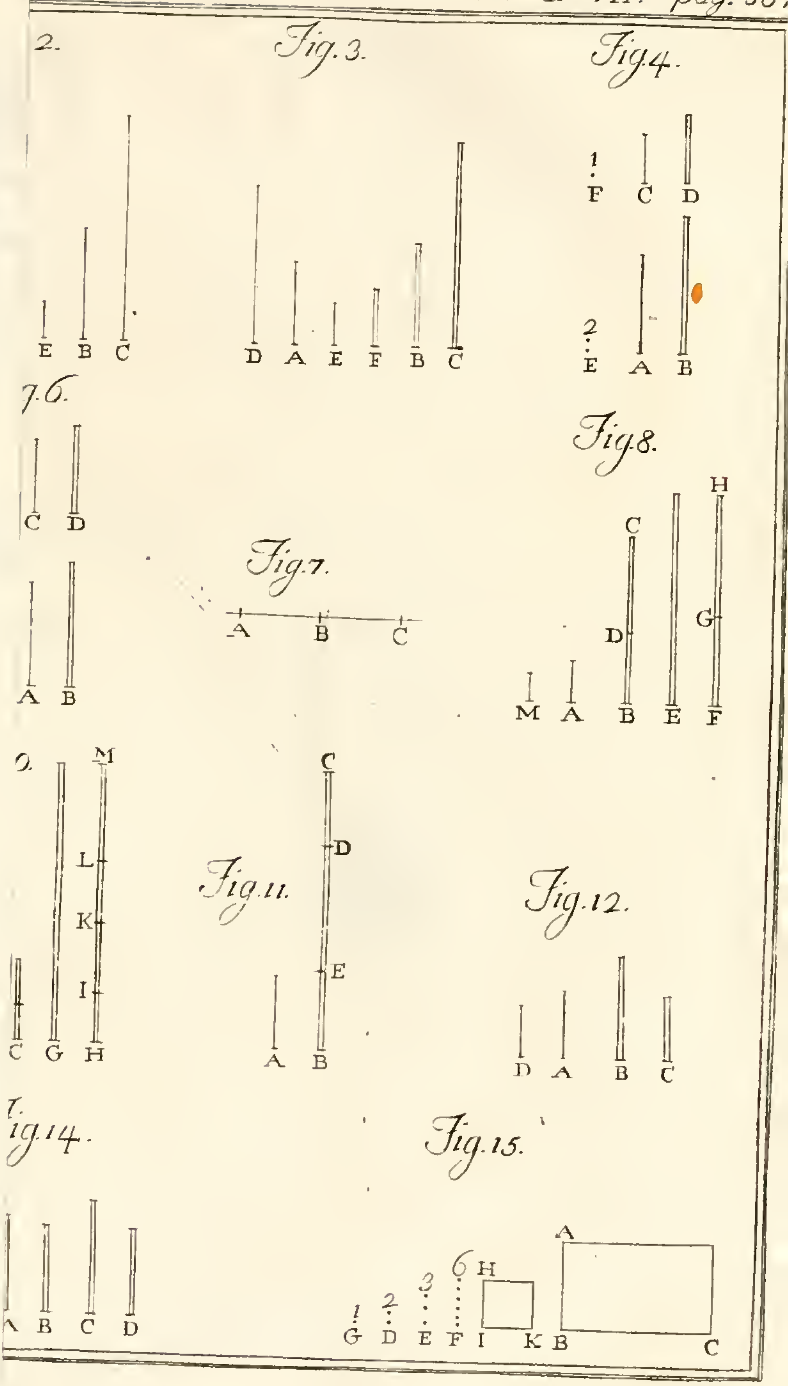
Se siavi un rettangolo che abbia per esempio un lato di quattro piedi, e l' altro di otto, ognun vede che la sua area è di 32. piedi quadrati, poichè se ciascun lato si divida ne' suoi piedi e per li punti delle divisioni tirinsi rette parallele all' altro lato e formisi una spezie di graticola; il detto rettangolo comprende 32. quadrati di un piede. Ora essendo il numero 32. il prodotto appunto del quattro nell' otto; molti hanno conchiuso, che l' area di un rettangolo è uguale al prodotto de' due lati; e però che linea moltiplicando linea produca superficie. Ma essi non hanno posto mente che moltiplicando l' otto per quattro non moltiplicano lato per lato, ma moltiplicano solo fra loro due numeri che rappresentano i lati del rettangolo; così il numero 32, preso astrattamente, non è la superficie di quello, ma solo la rappresenta; e per convertirlo nella superficie con-

viene prenderlo concretamente pronunciando 32. piedi quadrati; quindi essi hanno confuso insieme le idee di rappresentazione e d'identità, e da questa confusione n'è nato lo sbaglio: ma il seguente paragrafo, ove sta rinchiusa la vera teoria del calcolo de' terreni, dimostrerà la cosa con più chiarezza.

§. XXXVIII.

E' noto. I. *Che l' unità concreta lineare vien chiamata piede lineare*. II. *Che la figura quadrata fatta su questo piede lineare*, *ovvero il piede quadrato*, *vien preso per unità concreta superficiale*. Ciò posto, pronuncio questo Teorema. *Se i lati di un rettangolo siano rappresentati da numeri; il prodotto di essi numeri rappresenterà l' area del rettangolo*.

Sia l' AC (Fig. 15.) un rettangolo, ed il numero intero o rotto D rappresenti il lato AB, ed il numero intero o rotto E rappresenti l' altro lato AC. Il numero poi D moltiplicando l'E produca il numero F. Dico che l' F rappresenta il rettangolo AC. Imperocchè sia la linea IK l'unità, o il piede lineare; onde descritto dall'IK il quadrato HK, sarà l'HK l'unità superficiale. Sia in oltre la G l'unità numerica. E poichè il numero D rappresenta la linea AB; quindi sarà (§. XV.) come l' IK, cioè l'IH, all'AB, così l'unità astratta G al numero D. Per la stessa ragione egli è come l'IK alla BC, così l'unità astratta G al numero E. Uguale è dunque la proporzione composta dalle proporzioni dell'IH all'AB, e dell'IK alla BC, alla proporzione composta dalle proporzioni della G al D, e della G all' E. Ma il quadrato HK al rettangolo AC ha la proporzione composta dalle proporzioni dell' IH all' AB, e dell'IK alla BC; e parimente l' unità astratta G al numero prodotto F è in proporzione composta della G al D, e della G all' E, perocchè il D moltiplicando l'E ha prodotto l' F. Adunque egli è come il quadrato HK, cioè l'unità superficiale, al rettangolo AC; così l' unità astratta G al numero F; e però il numero F (§. XV.) rappresenta la superficie del rettangolo AC; il che convenia dimostrare.


2.
E B C
Fig. 3.
D A E F B C
Fig. 4.
1 F C D
2 E A B
7. 6.
C D
A B
Fig. 7.
A B C
Fig. 8.
H
C
D
G
M A B E F
0.
M
L
K
I
C G H
Fig. 11.
C
D
E
A B
Fig. 12.
D A B C
ig. 14.
B C D
Fig. 15.
1 G
2 D
3 E
6 F
H
I K
A
B C

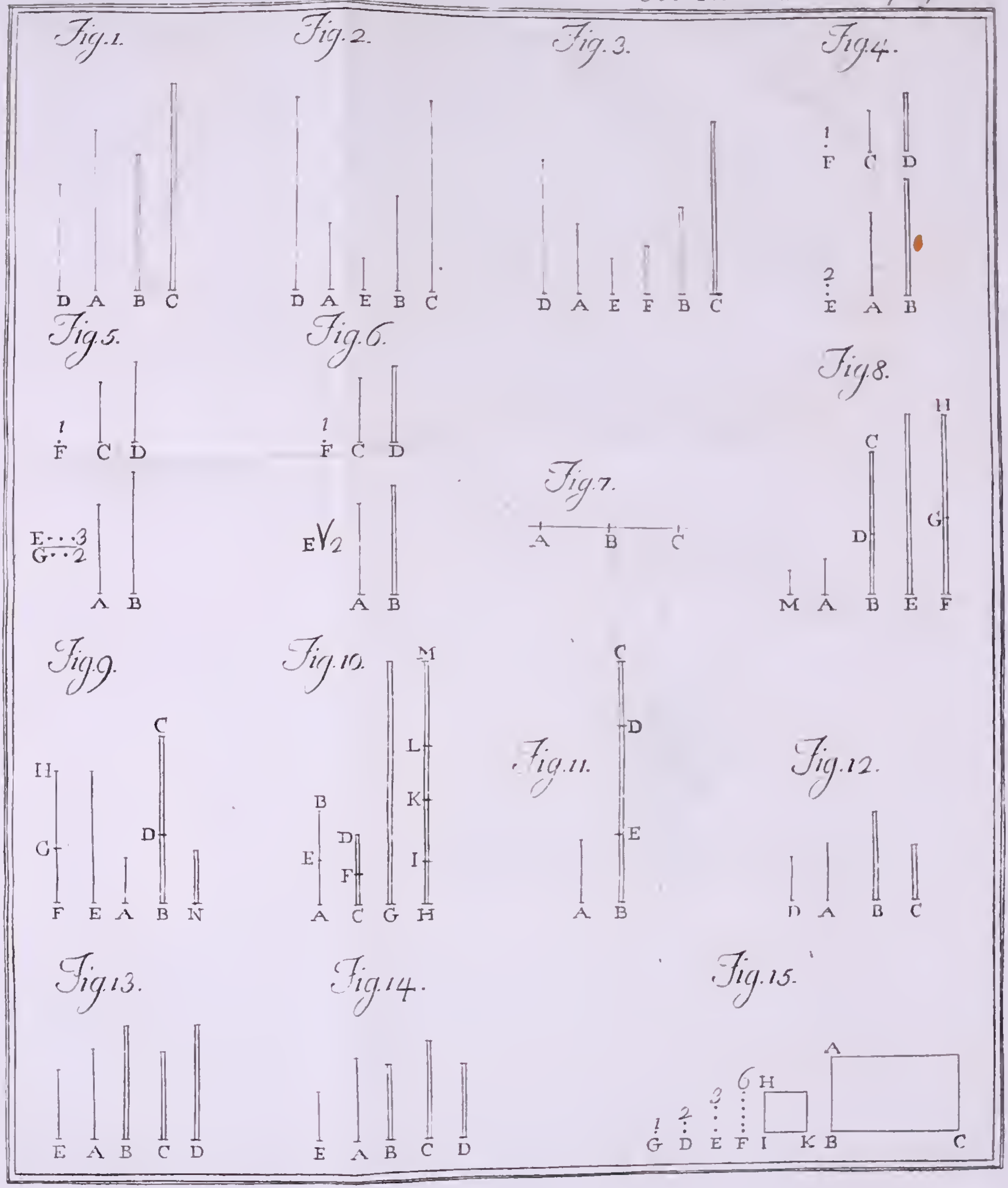


Fig. 1.
D A B C
Fig. 2.
D A E B C
Fig. 3.
D A E F B C
Fig. 4.
1 F C D
2 E A B
Fig. 5.
1 F C D
E · · 3
G · · 2
A B
Fig. 6.
1 F C D
E√2
A B
Fig. 7.
A B C
Fig. 8.
H C D G
M A B E F
Fig. 9.
H C G D
F E A B N
Fig. 10.
M L K B E D F I
A C G H
Fig. 11.
C D E
A B
Fig. 12.
D A B C
Fig. 13.
E A B C D
Fig. 14.
E A B C D
Fig. 15.
1 2 3 6 H A
G D E F I K B C

§. XXXIX.

Questo solo Teorema basta per conoscere con quanta felicità possansi dimostrare tutte l'altre regole che appartengono al calcolo delle figure piane, e così pure quelle delle figure solide, che unite formano la più interessante parte della Geometria pratica: e tutto ciò senza valersi di quel falso principio che linea moltiplicando linea produca superficie; e che linea moltiplicando superficie produca solido. Ma basti il fin qui detto intorno alla moltiplicazione ed alla divisione algebraiche.

Il Fine delle Memorie Sociali.

INDICE

DELLE MEMORIE

SEZIONE PRIMA

Cose Trigonometriche.
Del Sig. ANTONIO CAGNOLI. pag. 1

Memoria sopra la Salinazione Artificiale.
Del Sig. Cav. VITTORIO FOSSOMBRONI. 57

Saggio intorno alla Rettificazione dell' Areometro, e a' differenti suoi usi.
Del P. GIOVAMBATISTA DA S. MARTINO. 79

Sopra una Tosse degli Alimenti.
Del Sig. Dott. GIOVANNI VERARDO ZEVIANI. 124

SEZIONE SECONDA.

Lettera
Del Sig. LEOPOLDO MARC-ANTONIO CALDANI.
Al Chiarissimo Sig. Dott. VERARDO ZEVIANI. pag. 130

Relazione di un Arco luminoso osservato Addì 5 Settembre 1788
Dal Sig. Ab. CHIMINELLO.
Presentata Dal Sig. Ab. GIUSEPPE TOALDO. 153

Sopra la Costruzione delle Chiuse per la derivazione de' Canali Regolati.
Del Sig: FRANCESCO BERNARDINO FERRARI.
Presentata Dal Sig. CAVALIERE LORGNA. 157

Dell' Azione di un Corpo retto da un piano Immobile esercitata ne' punti di appoggio che lo sostentano.
Tentativo Del Sig. CAVALIERE LORGNA. 178

Esposizione Anatomica delle parti relative all' Encefalo degli Uccelli. Trattato quinto de' Nervi che escono dalla cavità del cranio.
Del Sig. VINCENZO MALACARNE.
Al Chiarissimo Sig. MICHELE GIRARDI. 193

Nota sopra la Storia del Cocco tintorio detto volgarmente Kermes o grana da tingere.
Del CAVALIERE D. MICHELE ROSA.
Al Sig. Co. LODOVICO SAVIOLI Amplissimo Senatore di Bologna. 225

Memoria sopra le Meduse Fosforiche.
Del Sig. Ab. LAZARO SPALLANZANI. 271

SEZIONE TERZA.

Lettera
Del Sig. Dott. GIUSEPPE BONVICINI.
Al Sig. Professore MICHELE GIRARDI. 291

Osservazioni Meteorologiche fatte in Verona negli anni 1792, 1793.
Dal Sig. ANTONIO CAGNOLI. 300

Osservazioni sopra la Trasformazione di un insetto, e sopra le Idatidi delle Ranocchie.
Del Sig. FLORIANO CALDANI.
Presentata Dal Sig. CAVALIERE LORGNA. 305

Lettera sopra diversi aneddoti matematici.
Del Sig. PIETRO FERRONI.
Al Sig. Presidente CAV. ANTONMARIO LORGNA. 319

Calcolo delle Variazioni finite nella Trigonometria piana e sferica.
Del Sig. CAVALIERE LORGNA, 346

Istoria di ciò che è stato pensato intorno alla fecondazione delle Piante, dalla scoperta del doppio sesso fino a questo tempo, coll' aggiunta di nuove esperienze.
Del Sig. PIETRO ROSSI. 369

Sull' Attività della Dattisca Cannabina di Lin-

neo contro le Febbri intermittenti.
Del Sig. PIETRO RUBINI P. Profeſſore di Chimica nella R. Univerſità di Parma.
Preſentata dal Sig. MICHELE GIRARDI. 431

SEZIONE QUARTA.

Della Legge d'immutabile capacità, e neceſſaria contrarietà di ecceſſo, e difetto di elettricità negli oppoſti lati del vetro, e di altro ſtrato reſiſtente ſuppoſta da Franklin *per la ſpiegazione della carica, e della ſcarica elettrica nella boccia Leidenſe.*
Del P. CARLO BARLETTI. 444

Determinazione del Tempo che impiega un grave diſcendente per un Canale circolare.
Del Sig. GIO. FRANCESCO MALFATTI. 462

Oſſervazioni ſopra la ſquiſitezza del Senſo del Tatto di alcuni vermi marini.
Del Sig. Ab. GIUSEPPE OLIVI.
Indirizzate al Sig. Ab. GIUSEPPE TOMMASELLI Naturaliſta e Chimico Veroneſe, ed a'ſuoi Nobili Uditori. 478

Intorno alla Moltiplicazione ed alla Diviſione algebraiche.
Del Sig. LEONARDO SALIMBENI. 482

Errori		Correzioni
Pag. 59	pagina 3	pagina 58
66	onn	non
73	pagina 16 , 17 ,	pagina 67 ,
96	perfettamen-	perfettamente
109	avvicando	avvicinando
111	ſegua	ſegna
112	ehe	che
133	intuoneſcenza	intumeſcenza
135	peritonico	peritonèo
135	paritonio	peritonèo
141	realmente è .	realmente non è .
146	accumulate	accumulare
150	ruto	urto
151	rito	ſito
193	Ner-	Nervi
193	*Ni*	*Hi*
194	*ſcleroti*	*ſclerodi*
196	alabo	Globo
197	arbitraria	orbitaria
297	muſo	muſculo
197	fiammenti	frammenti
201	toux	tous
202	dalla qualle	da cui
201	Cog	Coq
203	deſtintamente	deſtramente
207	*hyaloidem*	*in hyaloidem*
209	pervenuto	pervenuta
213	ne	nè
220	arrivano	arriva
221	a quanto è per ſottometrere	a quanto farò per ſottomettere
245	opione	opinione
249	*Hem*	*Item*
289	brucione	bruciore
291	Al Sig. Profeſſore	Preſentata dal Sig.
308	bruco A	bruco *a*
308	ſoſtanza B	ſoſtanza *b*
320	(*Nota* 2.)	(*Nota* (*b*) *pag.* 319) ; e così nelle ſeguenti citazioni.
323	*igenia*	*ingenia*
326	*D T B C*	*D T B C* =
363	uinforme	uniforme
414	o per	per
416	maliſſio	maliſſimo

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY